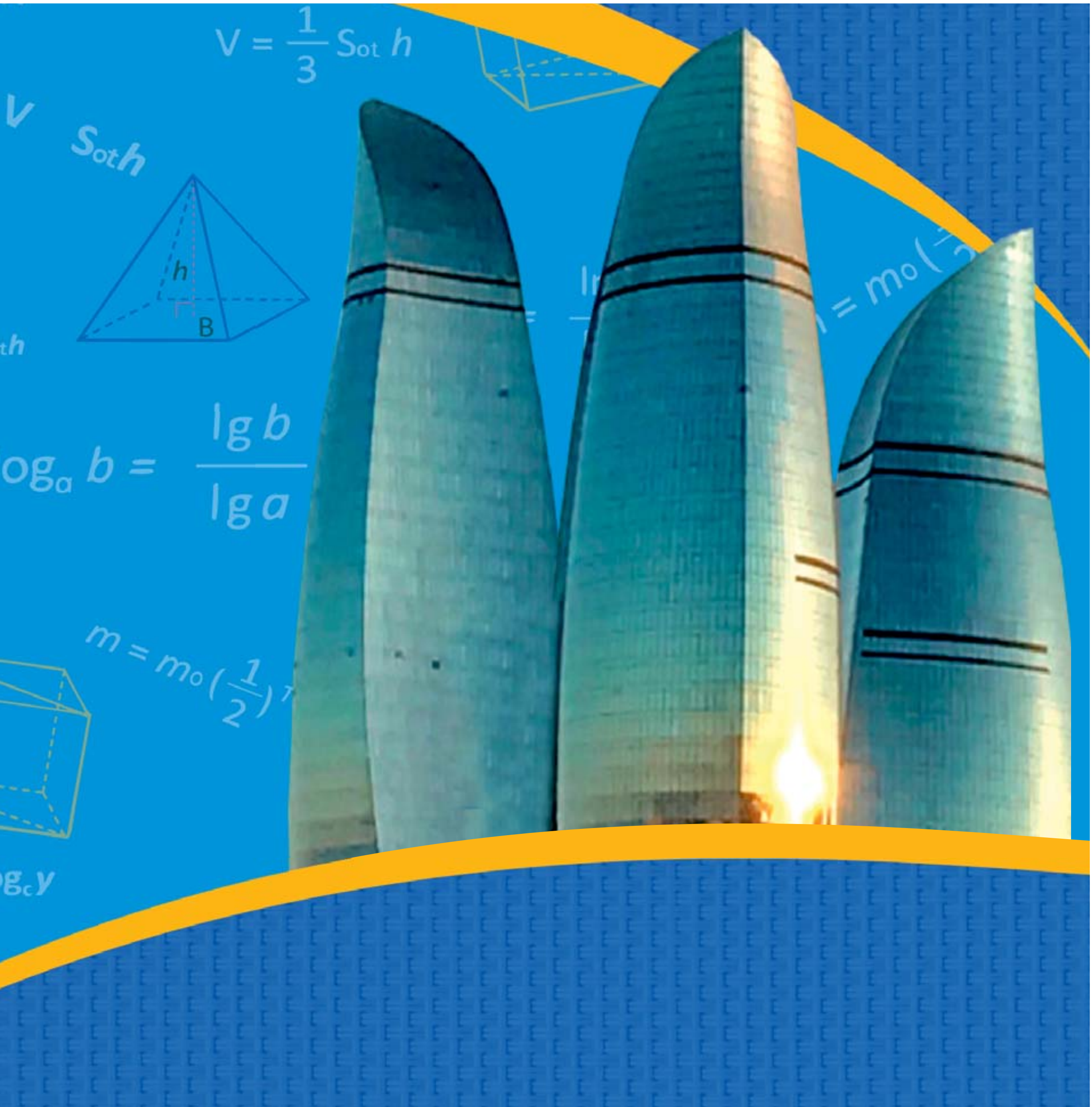
RİYAZİYYAT

METODİK VƏSAİT

10



Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

RİYAZİYYAT 10

Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin
METODİK VƏSAİTİ

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi ***radius_n@hotmail.com*** və ***derslik@edu.gov.az*** elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur. Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!

RADİUS

Mündəricat

1. Funksiyalar

İstifadə edilən şərti işarələr......................4
Dərsliyin strukturu 4
X sinif Riyaziyyat fənni üzrə
təlim nəticələri və məzmun standartları...8
Funksiya və onun verilmə üsulları...........12
Funksiyaların xassələri 19
Bəzi funksiyaların qrafiki və xassələri 24
$y = x^n$, ($n \in N$), qüvvət funksiyaları 27
Hissə-hissə verilmiş funksiyalar..............30
Qrafiklərin çevrilmələri. 34
Mürəkkəb funksiya. 40
Tərs funksiya 42
Bəzi funksiyaların təyin oblastı
və qiymətlər çoxluğu 46
Ümumiləşdirici tapşırıqlar 48
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları....49

2. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi

Fəzada nöqtə,düz xətt və müstəvi............52
Fəzada düz xətlərin və düz xətlə müstəvinin
qarşılıqlı vəziyyəti 55
Düz xətlə müstəvinin paralelliyi.
Düz xətlə müstəvinin perpendikulyarlığı.
Perpendiklyar və maillər..........................57
Üç perpendikulyar teoremi. 60
Müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti.
İki müstəvi arasındakı bucaq.
İkiüzlü bucaqlar.
Perpendikulyar müstəvilər. 60
Paralel müstəvilər.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.......................62
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları 66

3. Triqonometrik ifadələr və onların çevrilmələri

Dönmə bucaqları. Bucağın radian
və dərəcə ölçüsü....................................70
Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi.
Xətti sürət, bucaq sürəti 73
Triqonometrik funksiyalar. 76
Vahid çevrə və istənilən bucağın
triqonometrik funksiyaları 79
Çevirmə düsturları 86
Triqonometrik eyniliklər..........................88
Toplama düsturları 90
Toplama düsturlarından
alınan nəticələr. 91
Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 93
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....96

4. Sinuslar teoremi , kosinuslar teoremi

Sinuslar teoremi. Sinuslar teoremi və
üçbucağın sahəsi. Sinuslar
teoreminin tətbiqi ilə məsələ həlli............98
Kosinuslar teoremi. Ümumiləşdirici
tapşırıqlar...102
Summativ qiymətləndirmə
tapşırıqları...107

5. Triqonometrik funksiyalar və onların qrafikləri

Dövri funksiyalar. $y = \sin x$,
$y = \cos x$ funksiyasının qrafikləri 110
$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının
qrafiklərinin çevrilmələri......................115
Triqonometrik funksiyalar
və dövri hadisələr...................................121
$y = \tan x$ və $y = \cot x$ funksiyaları və
qrafikləri. Ümumiləşdirici tapşırıqlar....127
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları..130
Yarımillik summativ qiymətləndirmə
tapşırıqları..132

6. Çoxüzlülər

Çoxüzlülər. Prizmalar. Çoxüzlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri 135
Prizmanın səthinin sahəsi 143
Prizmanın müstəvi kəsikləri 147
Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi 152
Primadının müstəvi kəsikləri.
Kəsik piramida.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar 154
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları 158

7. Triqonometrik tənliklər

Tərs triqonometrik funksiyalar 161
Sadə triqonometrik tənliklərin həlli 162
Triqonometrik tənliklərin həll üsulları.
Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar 167
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları 174

8. Fiqurların həcmi

Prizmanın həcmi 177
Piramidanın həcmi 182
Fəza fiqurlarının oxşarlığı.
Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmləri.
Kəsik piramidanın həcmi.
Müstəvi kəsiklərinə aid məsələlər 185
Fəzada simmetriya.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar 188
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları ..190

9. Üstlü və loqarifmik funksiyalar

Bölmə üzrə nümunəvi dərs. Üstlü funksiya. $y=a^x$ 193
Həqiqi üstlü qüvvət.
Üstlü funksiya 195
Ədədin loqarifmi 203
Loqarifmik funksiya. 205
Loqarifmin xassələri. Loqarifmik şkala və məsələ həlli. 208
Üstlü tənliklər.
Loqarifmik tənliklər 211
Üstlü bərabərsizliklər. Loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 215
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları ..221

10. Məlumatlar, proqnozlar

Külliyyat və seçim. Təsadüfi seçim və növləri. Məlumatın təqdimi 223
Binomial açılışlar 225
Bernulli sınaqları. Binomial sınaqlar 226
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları 229
Ümumilədirici tapşırıqlar 231
İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları 237

İstifadə edilən şərti işarələr

- Məzmun standartı
- Əldə edilən şagird bacarıqları
- Lazımi nəzəri material
- Lazımi ön biliklər
- Öyrənmə üçün nümunə tapşırıqlar
- Əlavə resurslar
- Diqqət edilməli məqamlar
- Refleksiya sualları
- Ev tapşırıqları
- Qiymətləndirmə tapşırıqları
- Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli
- Lüğət

Dərsliyin strukturu

Dərslikdə Ədədlər və əməllər, Cəbr və funksiyalar və Ölçmə məzmun xətti standartları üzrə bacarıqların

- Funksiyalar
- Üstlü və loqarifmik funksiya,
- İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları,
- Triqonometrik funksiyalar,
- Triqonometrik tənliklər

başlıqları ilə 5 bölmədə verilmiş dərslərdə reallaşdırılması nəzərdə tutlur.

Həndəsə və Ölçmə məzmun xətti üzrə standartların reallaşdırılması

- Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi
- Çoxüzlülər
- Fəza fiqurlarının həcmi
- Sinuslar və kosinuslar teoremi

başlıqları ilə verilmiş 4 bölmədə,

Statistika və ehtimal məzmun xətti üzrə nəzərdə tutulmuş standartlar üzrə bacarıqların

- Məlumatlar proqnozlar

başlığı altında birləşdirilmiş dərslərlə reallaşdırılması nəzərdə tutulur.

Ölçmə məzmun xətti üzrə standartlar həmçinin bütün dərslik boyu çalışmalarda və tətbiq məsələlərində reallaşdırılır.

Məzmun xətləri arasında üfüqi inteqrasiya gözlənilmişdir. Məsələn, funksiyalar və ya triqonometrik funksiyalar bölməsində verilmiş məsələlər həm Statistika və ehtimal, həm də Ölçmə və Həndəsə məzmun xətləri ilə sıx əlaqədə verilmişdir.

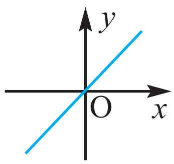
Yeni yanaşma prinsipləri. Yeni anlayışın daxil edildiyi hər bir dərs əsasən aşağıdakı strukturla qurulmuşdur.

1. Anlayışın hansı ön riyazi bilikləri əhatə etdiyini göstərən araşdırma tapşırıqları, praktik məşğələlər
2. Riyazi anlayışın tərifi, düsturu
3. Tərifin, düsturun tətbiqinə aid öyrənmə tapşırıqları
4. Tərifin, düsturun tətbiqini nəzərdə tutan sadə tətbiq tapşırıqları
5. Anlayışın tətbiqini nəzərdə tutan yaradıcı tapşırıqlar, real həyati situasiya məsələlərinin riyazi modelini müəyyənləşdirən düsturların yazılması.

Hər bir məzmun standartının reallaşdırılmasına kurikulumun bacarıqlara əsaslanan tələblərinə uyğun yanaşılmışdır. Odur ki, eyni anlayış üzrə dərslərə yanaşma yaddaşa əsaslanan mövcud dərsliklərdəki yanaşmadan köklü surətdə fərqlənir. Məsələn, öyrənilməsi bir qədər çətin olan qrafiklərin çevrilməsi mövzusu "funksiyalar ailəsi" anlayışı daxil edilməklə sadələşmiş və maraqlı hala gəlmişdir. Belə ki, ən çox işlənən funksiyalar bir ailədə - bir qrupda birləşdirilmiş və əsas funksiyanın qrafiki, xassələri ümumi şəkildə verilmişdir. (Dərslik səh. 19). Eyni ailəyə aid hər bir ($y = x^2 + 1$ funksiyası $y = x^2$ ailəsinə daxildir) funksiyanın ana funksiyaya görə çevrilməsi sözlə, düsturla, qrafik olaraq izah edilmişdir.

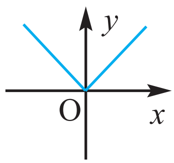
Eynilik funksiyası

$f(x) = x$



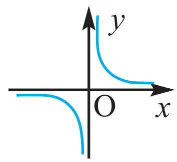
Modul funksiyası

$f(x) = |x|$



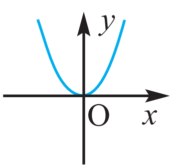
Rasional funksiya

$f(x) = \frac{1}{x}$



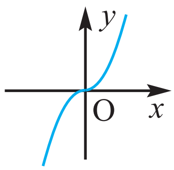
Kvadratik funksiya

$f(x) = x^2$



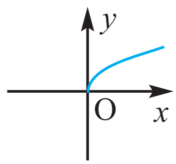
Kub funksiyası

$f(x) = x^3$



Kvadrat kök funksiyası

$f(x) = \sqrt{x}$



Üfüqi və şaquli sürüşdürmələrə, həmçinin əksetmə, dartılma və sıxılmalara uyğun çevrilmələr qrafiklə, düsturla və sözlə ifadə edilir. Bu cür yanaşma şagirdin fəza təsəvvürlərini, yaradıcı düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirməklə funksiyaların çevrilməsi anlayışını dərindən başa düşməyə imkan verir. Eyni mövzu triqonometrik funksiyalara aid edildikdə şagirdin artıq dərindən tanış olduğu çevrilmələri necə yerinə yetirməsi diqqətdə saxlanılır. Artıq burada çevrilmələri yaradan hər bir həddin real həyati situasiya məsələlərində hadisələrə təsiri, situasiyaya uyğun real mənasının izah edilməsi dərsin məqsədinə çevrilir.

Triqonometrik funksiyalar üzrə dərslər də yaddaşa əsaslanan yanaşmalardan köklü surətdə fərqlənir. Belə ki, istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını hesablamaq üçün yadda saxlanılması tələb edilən çevirmə düsturları elə ilk dərslərdə vahid çevrə üzərində uyğun iti bucaq anlayışı daxil edilməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını hesablama imkanı yaradılmışdır. Şagird başa düşür ki, birinci rübdə olan 0º-90º bucaqların triqonometrik nisbətlərinin qiymətini bilməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını tapa bilər. Bu dərslərdə şagird triqonometrik funksiyanı düsturlarla deyil, həndəsi təsvirlə yerinə yetirir, daha geniş biliklərini əlaqələndirmə vərdişlərinə yiyələnir.

Triqonometrik funksiyaların, üstlü funksiyaların, loqarifmik funksiyaların tədrisində bu funksiyalarla modelləşdirilən real həyati situasiyalar qruplaşdırılmış və uyğun məsələlər verilmişdir. Əsasında dövri mexaniki hərəkətlərin dayandığı situasiyaları triqonometrik funksiyalarla modelləşdirmənin mümkün olduğu göstərilir. Məsələn, parklardakı dairəvi karuselin bir vahid dairə modeli olduğunu asanlıqla görmək olar. Karuselin oturacağındakı şəxsin müəyyən zaman anında yerdən məsafəsini (y oxu, sinus) triqonometrik funksiyanın köməyilə modelləşdirmək olar. Həmçinin radian və dərəcə ölçüsü arasındakı əlaqənin daha aydın dərk edilməsi üçün xətti sürət, bucaq sürətinin hesablanması kimi fiziki hadisələrə aid məsələlər daxil edilmişdir. Şagird təbiətdəki nisbi sabitliyin bir çox dövri hadisələrin baş verməsi ilə əlaqəli olduğunu başa düşür. Yırtıcılar və qurbanlarının çoxalmasındakı asılılığın triqonometrik funklsiyalarla modelləşdirilməsinə aid məsələlər verilmişdir.

Üstlü funksiyalara aid məsələlər, eksponensial artan və azalan situasiyalara aid olmaqla şagirdin dünyagörüşünü inkişaf etdirən ekologiya, arxeologiya kimi maraqlı elm sahələrinə aid məsələlər daxil edilmişdir. Eksponensial azalma məsələlərinin mətni və həlli radioaktiv maddənin parçalanma müddətinə aid ətraf aləmə zərər verən, həmişə insanları dəhşətli nüvə müharibəsi qorxusu altında saxlayan radiodiaktiv (polonium və s.) izotopların parçalanması, həmçinin kəşfinə görə Nobel mükafatı alınmış Karbon-14 atomunun parçalanmasına görə qalığın yaşının müəyyən edilməsi kimi bəşəriyyətə lazım olan problemlərlə şagirdləri tanış edir. Şagirdlər mətnə görə uyğun eksponensial düsturu yazmalıdır. Bu məsələlərlə yanaşı, suyun temperaturunun dəyişməsi və s. kimi şagirdə tanış situasiyalar da nəzərdən keçirilmişdir. Eksponensial artım daha çox iqtisadi məsələlər üzərində, mürəkkəb faiz artımı üzərində nəzərdən keçirilmişdir.

Loqarifmik funksiyalara aid məsələlər mayenin pH, səsin gurluğu, zəlzələnin amplitudu məsələləri üzərində nümunə məsələlərlə ətraflı şəkildə izah edilmişdir.

Şagirdin situasiyaya uyğun riyazi modeli yazma bacarığı əlaqələndirmə, yaradıcı düşünmə, eyni fikri müxtəlif formalarda ifadə etmə kimi koqnitiv bacarıqların formalaşmasında mühüm rol oynayır.

Həndəsə məzmun xətti üzrə dərslər də hər bir həndəsi anlayışı yaş səviyyəsinə uyğun olaraq rahatlıqla anlaması və uyğun tapşırıqları yerinə yetirməsi baxımından hazırlanmışdır. Həndəsi təsəvvürlərin formalaşdırılması üçün tapşırıqlar əsasən hazır təsvirlər üzərində verilmişdir. Həndəsi tərifin, düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan kifayət qədər tapşırığın olmasına diqqət edilmişdir.

Müəllim üçün vəsaitdə bir çox dərslər üzrə əlavə işçi vərəqlər verilmişdir.

Dərsin təşkili üçün metodik tövsiyələr.

Hər bir dərs saatı üçün verilmiş tapşırıqlar əvvəlcədən nəzərdən keçirilir və qruplaşdırılır.

Anlayışın, düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan sadə tapşırıqlar.

Anlayışın, düsturun birbaşa tətbiqinə aid fənn daxili inteqrasiya ilə genişləndirilmiş bir qədər mürəkkəb tapşırıqlar.

Real həyati situasiyaya verilən düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan sadə mətnli məsələlər

Real həyati situasiyaya verilən düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan bir neçə etaplı məsələlər - problem həlli.

Tapşırıqların dərsin gedişi üçün necə istifadə edilməsi planlaşdırılır.

Motivasiya mərhələsi: Real həyati situasiyaya aid məslələrdən biri motivasiya olaraq - problem situasiya olaraq müzakirə edilir. Verilənlər, tələb olunan məlumatlar müəyyən edilir, həlli yolları haqqında fikir yürüdülür.

Məsələnin həlli anlayış izah edildikdən sonra həmin dərsdə və ya sonrakı dərsdə yeri gəldikcə həll edilir.

Öyrənmə (yeni dərsin izahı): təriflər, düsturlar, izahlar

Tərifi, düsturu öyrənmə: tərif və düsturun birbaşa tətbiqi ilə çalışmalar

Bilik və bacarıqların genişləndirilməsi:. Sadə tətbiq məsələləri

Tətbiq və yaradıcı: Real situasiyaların riyazi modeli

Qiymətləndirmə: deklarativ biliklər, prosedural biliklər, koqnitiv bacarıqlar

Dərsin təşkilinə aid iki nümunə dərs verilmişdir.

1. **MMV. səh.193 Üstlü funksiya.** $y = a^x$,
2. Həndəsə məzmun xətti üzrə **MMV. 147 səh. Prizmanın müstəvi kəsikləri.**

Müəllim üçün vəsaitdə hər bir məzmun standartı üzrə verilmiş şagird bacarıqlarına xüsusi diqqət yetirilir. Hər yeni mövzuya hazırlıq məqsədilə ön bilik və bacarıqların diaqnostik qiymətləndirilməsi üçün əlavə ev tapşırıqlarının verilməsi faydalıdır.

Hər bölmənin sonunda kiçik summativ qiymətləndirmə üçün tapşırıq nümunələri verilmişdir. Bu tapşırıqların sayı bölmələr üçün tələb ediləndən çox sayda və cavabsız verilmişdir, müəyyən dəyişikliklər etməklə çox variantda tapşırıqlar tərtib etmək mümkündür. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıq nümunələri də çox sayda verilmişdir ki, bu da sualların komplektləşdirilməsi işini asanlaşdırır.

Virtual qrafkalkulyatorlar.

https://www.desmos.com/calculator

http://www.meta-calculator.com/online/

https://mathway.com/graph

X sinif Riyaziyyat fənni üzrə təlim nəticələri və məzmun standartları

X sinfin sonunda şagird:

- triqonometrik, üstlü, loqarifmik ifadələri sadələşdirərək qiymətini tapır;
- bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifindən məsələlər həllində istifadə edir;
- əsas triqonometrik eynilikləri, triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə və toplama düsturlarını tətbiq edir;
- funksiyaları tədqiq edir, əsas triqonometrik funksiyaların, tərs triqonometrik funksiyaların, qüvvət funksiyasının, üstlü funksiyanın və loqarifmik funksiyanın xassələrini tətbiq edir;
- triqonometrik, üstlü və loqarifmik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir;
- sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiq ilə üçbucaqları həll edir;
- fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid, fəzada düz xətlə müstəvi arasındakı bucağa, iki müstəvi arasındakı bucağa aid məsələləri həll edir;
- üç perpendikulyar haqqında teoremi tətbiq edir, çoxüzlülərin növlərini tanıyır;
- verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur, çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur;
- prizmanın, piramidanın, kəsik piramidanin yan səthinin, tam səthinin və həcminin, oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmlərinin hesablanmasına aid məsələlər həll edir;
- fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir, ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir;
- ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini fərqləndirir, hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir.

Məzmun xətləri üzrə əsas və alt-standartlar
1. Ədədlər və əməllər
Şagird:

1.1. Ədədləri, onların müxtəlif formada verilməsini bilir və aralarındakı münasibətləri müəyyənləşdirir.

1.1.3. Triqonometrik, üstlü, loqarifmik ifadələri sadələşdirərək qiymətini tapır.

1.2. Riyazi əməlləri, riyazi prosedurları tətbiq edir və onlar arasındakı əlaqəni müəyyənləşdirir.

1.2.3. Əsas triqonometrik eynilikləri bilir və onları triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.

2. Cəbr və funksiya

Şagird:

2.1. Cəbri çevirmədən müxtəlif situasiyalardakı problemlərin həllində istifadə edir.

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

2.1.2.Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsurlarını bilir və tətbiq edir.

2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyini, təkliyini, cütlüyüni, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

2.2.5. Qüvvət funksiyasının tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir.

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.

2.3. Tənlikləri və bərabərsizlikləri həll edir.

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.

2.3.2.Üstlü və loqarifmik tənlikləri, bərabərsizlikləri həll edir.

3. Həndəsə

Şagird:

3.1. Həndəsi təsvir, fəza təsəvvürü, məntiqi mühakimə və koordinatlar üsulunun köməyi ilə fiqurların xassələrini araşdırır.

3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiq ilə üçbucaqları həll edir.

3.1.2. Fəzada düz xəttlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

3.1.3. Fəzada düz xətlə müstəvi arasındakı bucağın, iki müstəvi arasındakı bucağın necə təyin olunduğunu bilir və məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

3.1.4. Üç perpendikulyar haqqında teoremi və tərs teoremi tətbiq edir.

3.1.5. Çoxüzlülərin növlərini tanıyır.

3.2. Fəzada həndəsi çevirmələri tətbiq edir, fəza fiqurlarının səthlərinin sahələrini və həcmlərini hesablayır.

3.2.1. Simmetriyanın növlərini tanıyır.

3.2.2. Çoxüzlülərin simmetriya mərkəzini, simmetriya oxunu və simmetriya müstəvisini tanıyır, verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur.
3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcminin tapılmasına aid məsələləri həll edir.
3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmlərinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.
3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur.
3.2.6. Oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmlərinin hesablanmasına aid məsələləri həll edir.

4. Ölçmə

Şagird:
4.1. Ölçmə və hesablama vasitələrindən istifadə edərək dəqiq və ya təqribi hesablamalar aparır.
4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.
4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir

5. Statistika və ehtimal

Şagird:
5.1. Statistik məlumat toplayır, sistemləşdirir, təhlil edir və nəticəni təqdim edir.
5.1.1.Ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini (nəticələrini) fərqləndirir.
5.2. Ehtimal nəzəriyyəsinin əsas anlayışlarını başa düşür və tətbiq edir.
5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir.

1. Funksiyalar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir. 2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür. 2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövriliyini, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır. 2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır. 2.2.5 Qüvvət funksiyasının tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur	1-2	Funksiya və onun verilmə üsulları	2	7
	3-6	Funksiyaların xassələri.	4	12
	7	Bəzi funksiyaların qrafiki və xassələri	1	19
	8	$y = x^n$ $(n \in N)$ qüvvət funksiyası	1	21
	9	Hissə-hissə verilmiş funksiyalar	1	22
	10-12	Qrafiklərin çevrilmələri	3	24
	13-14	Mürəkkəb funksiya	2	31
	15-16	Tərs funksiya	2	34
	17	Bəzi funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu	1	39
	18-19	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	41
	20	Summativ qiymətləndirmə	1	
	Cəmi		20	

Dərs 1-2. Dərslik səh. 7-11   Funksiya və onun verilmə üsulları. 2 saat

Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.
2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

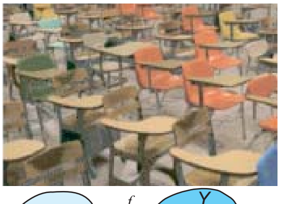
İşçi vərəqlər

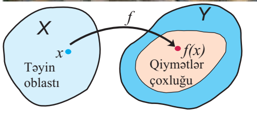
- *iki dəyişən arasındakı asılılığın funksiya olub olmadığını müxtəlif üsullarla müəyyən edir*
- *funksiyanın müxtəlif verilmə üsullarını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir*
- *funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edir*
- *funksiyanın təyin oblastının və qiymətlər çoxluğunun tapılmasının bəzi üsullarını analitik şəkildə verilmiş funksiyalara tətbiq edir.*

Riyazi lüğət

- funksiya
- təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu
- qiymətlər cütü
- asılılıq xəritəsi
- qiymətlər cədvəli
- funksiyanın qrafiki

Funksiyadır, funksiya deyil. 1-ci saatda əsas diqqət iki dəyişən arasındakı asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən etmə bacarığının formalaşdırılmasına verilir. Şagirdlərin funksiya haqqında bilikləri ümumiləşdirilir. Funksiya uyğunluq yaratma, qarşıqoyma qaydası kimi təyin edilir. "X çoxluğunun hər bir x elementinə Y çoxluğunun yeganə y elementini qarşı qoyan qaydaya x çoxluğunda təyin olunmuş funksiya deyilir" tərifi müzakirə edilir. D(f) və E(f) işarələmələri daxil edilir.



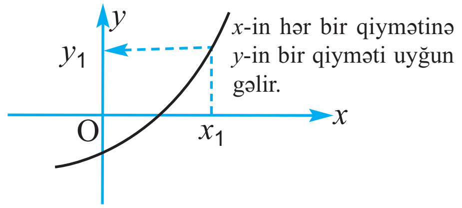


Təsəvvür edin ki, sinifdə 25 stul və 20 şagird var. Hər bir şagird bir yer seçib oturur. Hər şagirdə qarşı bir yer var. Bir şagird eyni zamanda iki yerdə otura bilməz.
Bu nümunə funksiyaya aid ən sadə və real həyati situasiya nümunəsidir.
x-in hər bir qiymətinə y-in yeganə qiyməti uyğun gəlir. Şagirdlər X çoxluğunu təşkil edir və bu funksiyanın təyin oblastıdır, Y isə stullar çoxluğu olub funksiyanın qiymətlər çoxluğunu təşkil edir.

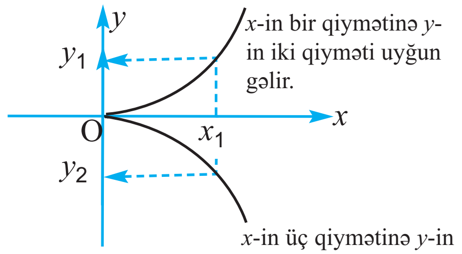
İki kəmiyyət arasındakı asılılığın funksiya olub olmadığını asılılıq xəritəsinə, qiymətlər cədvəlinə və funksiyanın qrafikinə görə müəyyən etmək mümkündür. Dərslikdə verilən tapşırıqlardan və əlavə olaraq verilən işçi vərəqdən istifadə etməklə bacarıqlar formalaşdırılır və inkişaf etdirilir.

4 kateqoriyada qruplaşdırılmış aşağıdakı asılılıqlar nəzərdən keçirilir.

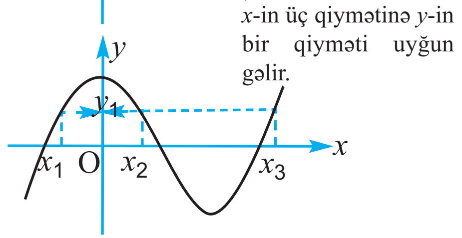
Birə-bir qarşıqoyma.
Bu halda *x*-in hər bir qiymətinə *y*-in bir qiyməti qarşı qoyulur.



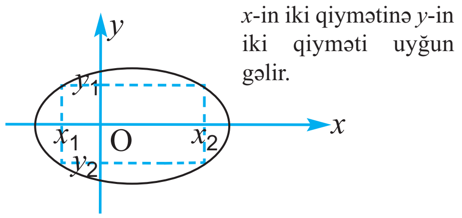
Bir qiymətə bir neçə qiyməti qarşı-qoyma
Bu halda *x*-in bir qiymətinə *y*-in birdən çox qiyməti qarşı qoyulur.



Bir neçə qiymətə bir qiymət qarşı-qoylur
Bu halda *x*-in ən azı iki qiymətinə *y*-in bir qiyməti qarşı qoyulur.



Bir neçə qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma
Bu halda *x*-in ən azı iki qiymətinə *y*-in ən azı iki qiyməti qarşı qoyulur.

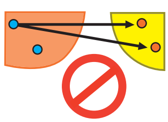


Bu asılılıqlardan hansına funksiya demək olar, hansına funksiya demək olmaz. Müzakirələr aparılır. Göstərilən məlumatlar slayd şəklində və ya plakat şəklində hazırlana bilər.

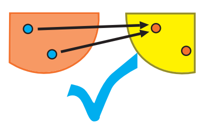
Diqqət edin!

Bir qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma və ya bir neçə qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma halları funksiya deyil.

Funksiya deyil!

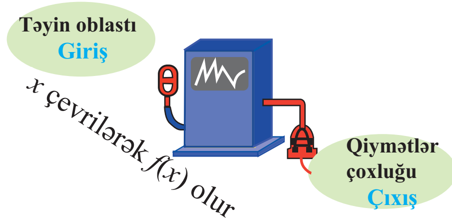


Funksiyadır!



Funksiyanı bir maşın-qurğu kimi təsəvvür etsək, onun girişinə verilən hər bir qiymətə (təyin oblastı), qurğunun çıxışında bir qiymət alınır. Yəni f funksiyası x-in hər bir qiymətini (qurğunun işlədiyi) müəyyən qayda ilə $f(x)$-in qiymətlərinə çevirir (qiymətlər çoxluğu yaranır)

$$f : x \to f(x)$$



Məsələn, $f : x \to 3x + 2$ funksiyası x-i onun "üç mislindən iki vahid böyük" qiymətlərə çevirir. Biz təyin oblastını məhdudlaşdırmaqla bu çevirmələri hesablaya bilərik.

Məsələn, $1 \le x \le 4$, $x \in Z$ qiymətlərində $f(x)$-in qiymətləri

$f(1) = 3 + 2 = 5$

$f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$

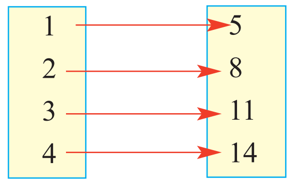
$f(3) = 3 \cdot 3 + 2 = 11$

$f(4) = 3 \cdot 4 + 2 = 14$

Uyğun asılılıq diaqramını quraq.

$f : x \to 3x + 2$

Təyin oblastı



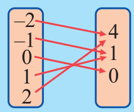
Qiymətlər çoxluğu

Funksiyanın verilmə üsulları. Müəyyən bir formada verilmiş funksiyanı digər formalara keçirmə bacarıqlarına diqqət edilir. Qrafik formada verilmiş funksiyanın qiymətlər cədvəlini tərtib etmək, asılılıq xəritəsini qurmaq, analitik şəkildə ifadə etmək, sözlə yazmaq kimi bacarıqların formalaşdırılması tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir

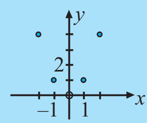
Məsələn, şagird $y = x^2$ funksiyasının $\{-2; -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ təyin oblastında qiymətlər cədvəlini, asılılıq xəritəsini və koordinat müstəvisi üzərində uyğun nöqtələri qeyd etmə bacarığını nümayış etdirməyi bacarmalıdır.

$y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4

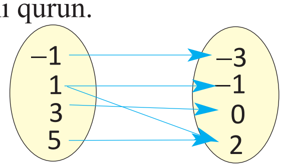


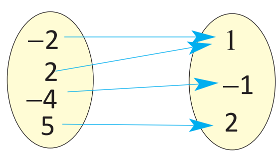
Bu asılılıq funksiyadır, çünki x-in hər qiymətinə y-in bir qiyməti uyğun gəlir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D1. Uyğunluğun funksiya olub-olmadığını müəyyən edin. Funksiya olan asılılığın cədvəlini qurun.

a) 

b) 

Şagird uyğunluqda arqumentin (x-in) bir qiymətinə funksiyanın 2 və ya daha çox qiymətinin aid olub-olmamasına diqqət edir. a) bəndindəki uyğunluqda $x = 1$ qiymətinə y-in həm -1, həm də 2 qiyməti uyğun gəlir. Deməli, bu uyğunluq funksiya deyil. b bəndində çaşdırıcı məqam ola bilər, x-in iki müxtəlif qiymətinə (2 və –2) y-in eyni qiyməti (1) uyğun gəldiyi müşahidə edilir. Bu uyğunluq funksiyadır. Məsələn, $y = x^2$ funksiyasında bu hal müşahidə edilir. Asılılığı cədvəllə təqdimetmə bacarığı şagirdin əlaqələndirmə və təqdimetmə bacarıqlarının formalaşdırılması üçün əhəmiyyətlidir. Odur ki, tapşırığın bu hissəsinin yerinə yetirilməsinə diqqət edilir.

İşçi vərəq N 1

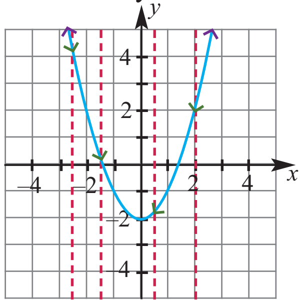
Adı _____ Soyadı______ Tarix________

1) “Şaquli xəttin köməyilə verilən təsvirin funksiyanın qrafiki olub olmadığını müəyyən etmək olar.” a) Bu fikri izah edin: ______________________________

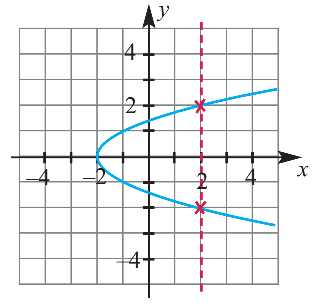
____

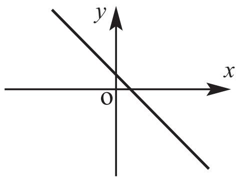
____

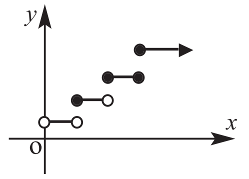
Funksiyadır

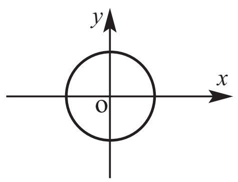


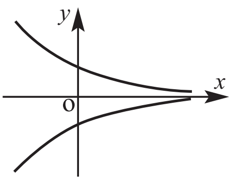
Funksiya deyil







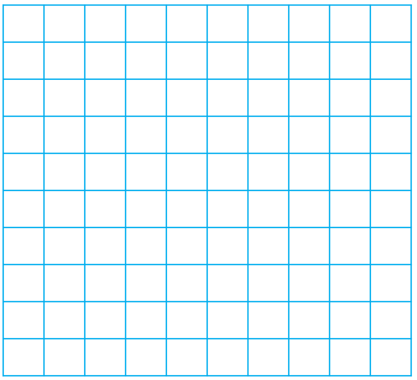


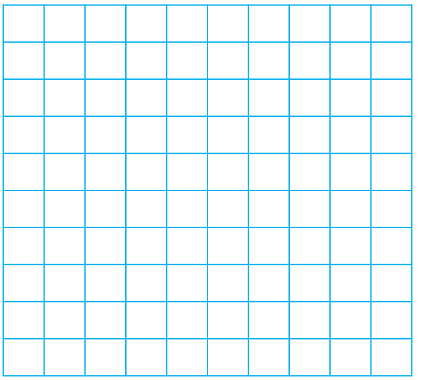


2) Nöqtələri koordinat müstəvisində qeyd edin, verilmiş asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

a) {(3; 1), (1;2), (2; 3), (1; 4)}

b) {(2; 2), (1; 1), (3; 3), (4, 5)}

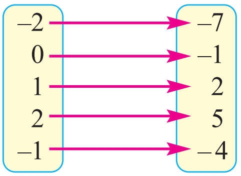




Asılılıq xəritələrinə görə, cədvələ görə funksiyanın düsturunu müəyyən etmə tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Aşağıdakı nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

✔ **Asılılıq xəritəsinə görə** a) Funksiyanın təyin oblastını, qiymətlər çoxluğunu yazın; b) Nöqtələri koordinat müstəvisi üzərində qeyd edin;
c) Funksiyanın düsturunu müəyyən edin.

$f: X \to Y$

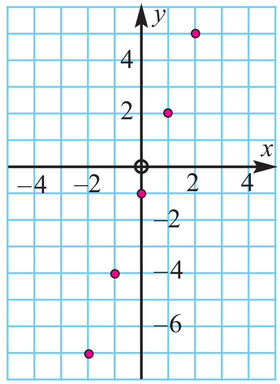


Təyin oblastı:

{–2; –1; 0; 1; 2}

Qiymətlər çoxluğu:

{–7; –4; –1; 2; 5}



Verilənləri koordinat müstəvisində qeyd etsək, bu nöqtələrin düz xətt üzərində olduğu aydın görünür. Deməli, funksiyanın düsturu $y = kx + b$ şəklindədir.

$$k = \frac{5-2}{2-1} = 3$$

y oxunu kəsmə nöqtəsi (0; –1) olduğundan $b = -1$.

Funksiyanın düsturu: $f(x) = 3x - 1$, $\quad -2 \le x \le 2$, $\quad x \in Z$

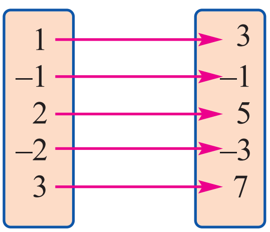
İşçi vərəq N 2

Adı _____ Soyadı______ Tarix_________

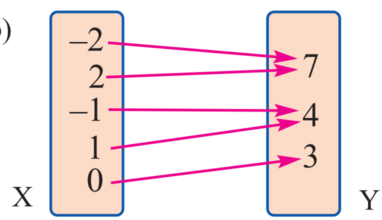
f funksiyasının asılılıq xəritəsinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

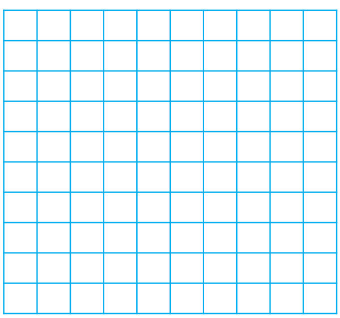
a) *f* funksiyasının təyin oblastını yazın.
b) *f* funksiyasının qiymətlər çoxluğunu yazın.
c) *f* funksiyasının qrafikini qurun.
d) *f* funksiyasının düsturunu yazın.

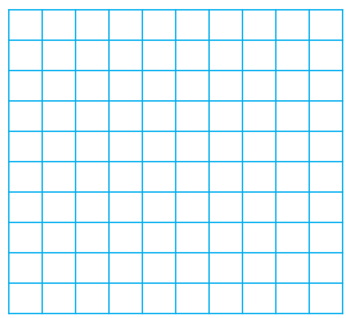
a)



b)

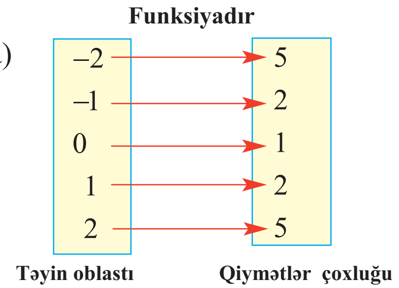




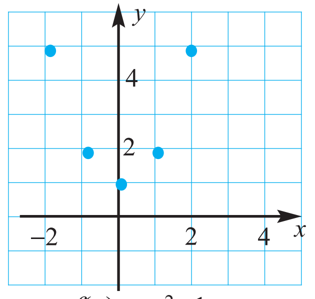


✔**Verilən düsturuna görə** $y = x^2 + 1$ funksiyasını arqumentin $\{-2;-1;0;1;2\}$ qiymətlərində: a) asılılıq xəritəsi ilə verin; b) qiymətlər cütlərini sadalayın və koordinat müstəvisində göstərin.

a)



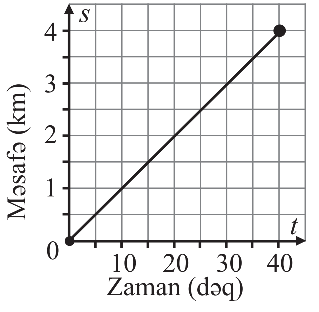
b)



$f(x) = x^2+1$

Hər bir şagirdin verilən asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyənetmə, funksiyanı müxtəlif üsullarla ifadə etmə bacarıqları diqqətdə saxlanılır. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlarla yanaşı işçi vərəqlərdən istifadə edilməsi tövsiyə edilir. Şagirdin real həyati situasiyaya aid verilmiş funksiyalarda təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən etmə bacarıqlarını formalaşdıran tapşırıqlar yerinə yetirilir. Dərslikdə verilmiş D.18 tapşırığı bu bacarıqların formalaşmasına xidmət edir.

Əlavə tapşırıq. Dilarənin qaçış sürəti hər 10 dəqiqədə 1 km-dir. Onun 40 dəqiqə ərzində qaşdığı yolun uzunluğunun dəyişməsi.



Dilarə dəqiqədə 0,1 km qaçmışdır. Bu sürəti zamana vurmaqla verilən zaman kəsiyinin istənilən anında onun qaçdığı yolun uzunluğunu tapmaq olar. Dilarənin qaçdığı yolun uzunluğunu s (km-lə), sərf etdiyi vaxtı t (dəqiqə) ilə işarə etsək, situasiyanı $s(t) = 0{,}1t$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Funksiyanın təyin oblastı $[0; 40]$ və ya $0 \leq t \leq 40$ intervalıdır. Qiymətlər çoxluğu $0 \leq s \leq 4$

Şagirdlər həyati situasiyaya aid qrafiklərin verilən intervalda məhdudlaşdırılaraq çəkildiyini başa düşür.

Rəngli kiçik dairə bu nöqtənin situasiyaya uyğun olduğunu, qrafikə aid olduğunu göstərir.

Rəngsiz kiçik dairə bu nöqtənin situasiyaya uyğun olmadığını, qrafikə aid olmadığını göstərir.

Qrafikin uclarında qoyulmuş ox qrafikin həmin istiqamətdə sonsuz davam etdiyini göstərir.

Mühakiməetmə bacarıqlarına yönəldilmiş müzakirələr aparılır.

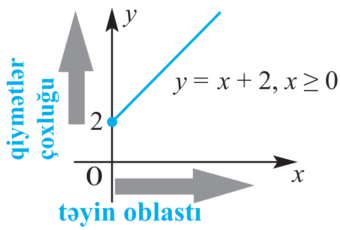
Müzakirədə əsas diqqət real həyati situasiyaları modelləşdirən funksiyaların təyin oblastını məntiqli seçmə bacarıqlarına yönəldilir. Məsələn, elə situasiya seçin ki, təyin oblastı həm mənfi, həm müsbət ədədlər olsun. Temperaturun dəyişməsi.

Yuxarıdakı məsələdə zamanı 40 dəqiqə deyil, 30 dəqiqə, 50 dəqiqə götürsək, funksiyanın təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu, qrafiki necə dəyişəcək?

Şagirdlər müstəqil olaraq hər hansı funksional asılılığı əks etdirən üç situasiyanı, onun təyin oblastını, qiymətlər çoxluğunu, düsturunu yazma və qrafikini qurma tapşırığını yerinə yetirirlər.

Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu. Şagirdlər analitik və ya qrafik şəkildə verilmiş funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyənetmə tapşırıqlarını yerinə yetirirlər.

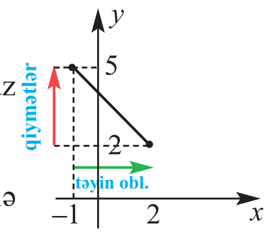
Funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu daha aydın görmək üçün onun qrafikinin çəkilməsi tövsiyə edilir. Bir neçə nümunə nəzərdən keçirilir.



1) $y = 2 + x, x \geq 0$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin. Funksiyanın təyin oblastı 0-dan kiçik olmayan bütün həqiqi ədədlər, yəni $[0; +\infty)$ çoxluğudur.

Qrafikdən göründüyü kimi, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2; +\infty)$ aralığıdır.

2) $y = 4 - x, -1 \leq x \leq 2$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.



Verilmiş $y = 4 - x, -1 \leq x \leq 2$ funksiyasının qrafiki düz xətt parçasıdır. Funksiyanın təyin oblastı: $[-1; 2]$.

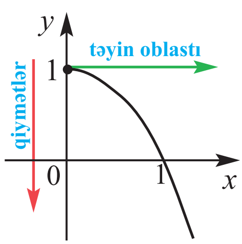
$x = -1$ olduqda $y = 5$, $x = 2$ olduqda $y = 2$ olur

$-1 \leq x \leq 2$ olduqda $4 - x$ ifadəsini qiymətləndirməklə funksiyanın qiymətlər çoxluğunu tapmaq olar:

$1 \geq -x \geq -2$ bərabərsizliyinin hər tərəfinə 4 əlavə etsək, $4+1 \geq 4-x \geq 4-2$,

$5 \geq 4-x \geq 2$, yəni $2 \leq y \leq 5$ olur.

Qrafikdən də görünür ki, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2; 5]$ parçasıdır.



3) $y = 1 - x^2, x \geq 0$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.

Təyin oblastı $x \geq 0$, yəni $[0; +\infty)$ olduğundan funksiyanın qrafiki yalnız bu qiymətlərdə qurulmalıdır.

Qrafikdən görünür ki, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $(-\infty; 1]$ aralığıdır. Doğrudan da, x-in $[0; +\infty)$ aralığından götürülmüş istənilən qiymətində $x^2 \geq 0$ olur. Buradan $-x^2 \leq 0$, $1 - x^2 \leq 1$, yəni $y \leq 1$.

Dərs 3-6. Dərslik səh. 12-18. Funksiyaların xassələri. 4 saat

Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir*
- *funksiyanın artma və azalma intervallarını müəyyən edir*
- *funksiyanın ekstremumlarını müəyyən edir*
- *funksiyanın tək, cüt olduğunu və ya nə tək, nə də cüt olduğunu müəyyən edir*

Riyazi lüğət

- funksiyanın sıfırları
- funksiyanın artması və azalması
- funksiyanın ekstremumları
- funksiyanın maksimumu və minimumu
- tək funksiya, cüt funksiya
- funksiyanın qrafikinin simmetrikliyi

Funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir

Hər hansı funksiyanın qrafikinin y və x oxları ilə kəsişmə nöqtələri üzərində müzakirə aparılır. f funksiyasının sıfırları dedikdə qrafik üzərində koordinatları (a; 0) olan nöqtələr nəzərdə tutulur. Yəni funksiyanın sıfırları arqumentin funksiyanın qiymətini sıfıra çevirən qiymətləridir. Bu mövzu ilə şagirdlər əvvəlki siniflərdən tanışdırlar. Xüsusilə kvadratik funksiyanın araşdırılması zamanı bu mövzuya geniş yer ayrılmışdır. Qrafik olaraq funksiyanın sıfırlarının bir və ya daha çox, bəzən isə heç olmadığını müşahidə etmək olar. Bu funksiyanın verildiyi ifadəni "0"-a bərabər etməklə alınan tənliyin köklərinin sayına uyğundur.

$f(x) = 3x^2+x-10$

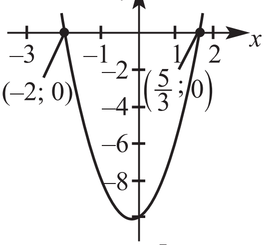
$3x^2 + x-10=0$

$(3x-5)(x+2)=0$

$3x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

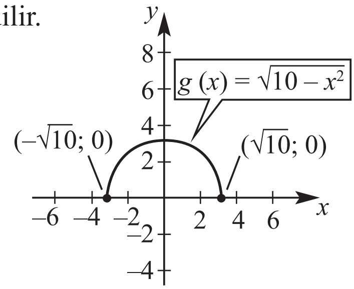
$f(x) = 3x^2+x-10$



$f(x) = 3x^2 + x - 10$ funksiyasının sıfırlarına görə qrafikin x oxunu ($\frac{5}{3}$; 0) və (–2;0) nöqtələrində kəsdiyini söyləmək olar.

Bir neçə nümunə üzərində sıfırların tapılması izah edilir.

a) $g(x) = \sqrt{10 - x^2}$



$\sqrt{10 - x^2} = 0$

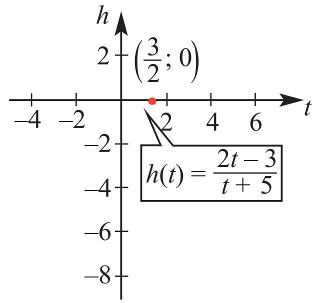
$10 - x^2 = 0$

$x^2 = 10$

$x = \pm\sqrt{10}$

$(\sqrt{10};\ 0)$ və $(-\sqrt{10};\ 0)$ nöqtələri qrafikin x oxu üzərindəki nöqtələridir.

b) $h(t) = \dfrac{2t - 3}{t + 5} \qquad t \neq -5$



$\dfrac{2t - 3}{t + 5} = 0 \quad 2t - 3 = 0 \qquad t = \dfrac{3}{2}$

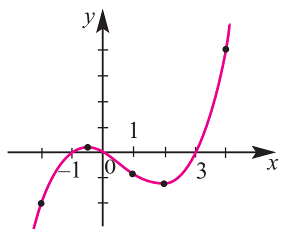
$(\frac{3}{2};\ 0)$ nöqtəsi qrafikin x oxunu kəsdiyi nöqtədir.

c) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$

$x(x^2 - 2x - 3) = x(x - 3)(x + 1)$

$x = 0,\ x = 3,\ x = -1$ nöqtələri funksiyanın sıfırlarıdır.



x	$p(x)$
–2	–10
–1	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
0	0
1	–4
2	–6
3	0
4	20

Koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrinə və bir neçə əlavə nöqtələrə görə funksiyanın qrafikini sxematik olaraq təsvir etmək olar. Həmçinin şagirdlərin müstəqil olaraq qrafkalkulyatorlarla müxtəlif funksiyaların qrafiklərini qurmağa təşviq edilmələri tövsiyə edilir.

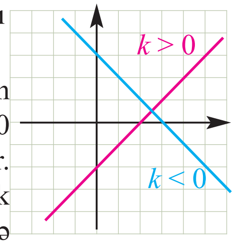
Funksiyanın sıfırları onun təyin oblastını bir neçə aralığa bölür və bu aralıqlarda funksiya öz işarəsini sabit saxlayır. Qurulmuş qrafikə görə funksiyanın işarə sabitliyi aralıqlarını şagirdlər müstəqil olaraq müəyyən edirlər.

• Funksiyanın artma və azalma intervallarını müəyyən etmə.

Funksiyanın artma və azalma intervallarını qrafikə görə müəyyən etmə tapşırıqları nümunələr üzərində müzakirələrlə yerinə yetirilir.

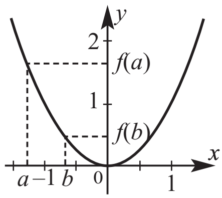
Artan və ya azalan funksiya. Funksiya verilən intervalda o vaxt artan olur ki, arqumentin bu intervaldan götürülmüş $x_2 > x_1$ şərtini ödəyən istənilən qiymətlərində funksiyanın uyğun qiymətləri $f(x_2) > f(x_1)$ şərtini ödəsin. Əgər arqumentin verilən intervaldan götürülmüş x_1 və x_2 qiymətlərində $x_2 > x_1$ olduqda $f(x_2) < f(x_1)$ olarsa, $f(x)$-ə bu aralıqda azalan funksiya deyilir.

Xətti, kvadratik funksiyaların artma və azalmasını qrafikə görə müəyyən etmə tapşırıqları yerinə yetirilir.



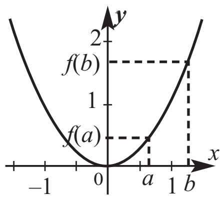
$y = kx + b$ xətti funksiyasının artma və azalmasına k bucaq əmsalı necə təsir edir?

Şagirdlər $k > 0$ olduqda funksiyanın artan olduğunu, yəni x-in qiyməti artdıqca funksiyanın da qiymətinin artdığını, $k < 0$ olduqda isə azaldığını qrafiklər üzərində təqdim edirlər. Funksiyanın artan və ya azalan olduğunu şagirdlərin qrafik üzərində x-in artma istiqamətini barmaqları ilə cızmaqla və həmçinin bu halda y-in qiymətlərinin necə dəyişdiyini də cızaraq göstərmələri tövsiyə edilir.



$f(b) < f(a)$

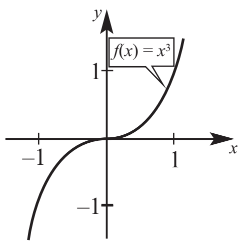
Funksiya $x < 0$ qiymətlərində azalır

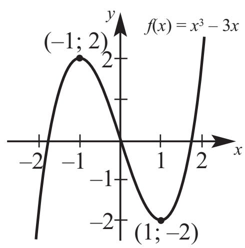


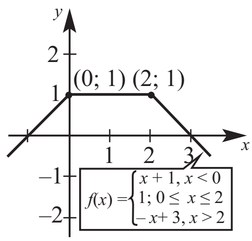
$f(b) > f(a)$

Funksiya $x > 0$ qiymətlərində artır

Aşağıdakı kimi üç funksiya üzərində funksiyanın artma və azalmaları müzakirə edilir.







a) $(-\infty; \infty)$ aralığında x-in qiymətləri artdıqca y də artır. Yəni funksiya bütün ədəd oxunda artandır.

b) bu funksiyanın qrafiki üzərində artmanın azalma ilə (və tərsinə) əvəz olunduğu "dönmə" nöqtələri var: $(-1; 2)$ və $(1; -2)$. Bu dönmə nöqtələrinin yaratdıqları intervallarda funksiyanın "özünü necə apardığını" araşdıraq. $(-1; 2)$ nöqtəsinə görə $(-\infty; -1)$ intervalında funksiyanın artdığını, ikinci "dönüş" nöqtəsinə çatana qədər $(-1; 1)$ intervalında azaldığını, bu nöqtədən başlayaraq $(1; +\infty)$ intervalında yenidən artdığını müşahidə etmək olar.

c) bu funksiya isə digərlərindən fərqlənir. Onun həm artma, həm azalma, həm də bunların heç birinin müşahidə edilmədiyi, qiymətlərin sabit qaldığı intervalı var.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.9. a) $y = f(x)$ funksiyası $(-\infty;+\infty)$ aralığında təyin olunmuş və azalan funksiyadır. Aşağıdakı qiymətləri artan sırada düzün: a) $f(0)$, $f(-4)$, $f(2)$

Həlli: Əvvəlcə arqumentin qiymətlərini artan sırada düzək: $-4 < 0 < 2$. Şərtə görə funksiya azalan olduğundan arqumentin böyük qiymətinə funksiyanın kiçik qiyməti uyğun gəlməlidir: $f(-4) > f(0) > f(2)$. Buradan $f(2) < f(0) < f(-4)$

● **Funksiyanın maksimum və minimumunu müəyyən etmə.**

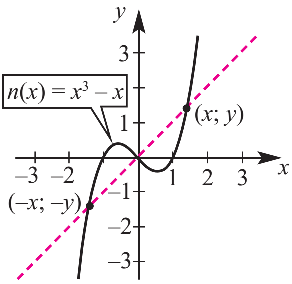
Şagirdlər dönüş nöqtələrinin funksiyanın maksimum və minimumuna uyğun gədiyini başa düşürlər. Əgər dönüş nöqtəsində artma azalmaya keçirsə, bu nöqtədə funksiya maksimum, əksinə azalma artmaya keçirsə, bu nöqtədə funksiya minimum qiymətini alır.

● **Funksiyanın tək və ya cüt olduğunu müəyyənetmə.**

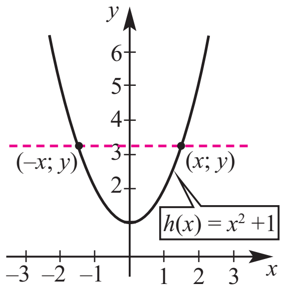
funksiyanın tək və cüt olduğunu müəyyən etmənin yolları həm qrafik olaraq, həm də analitik olaraq izah edilir.

Cüt funksiyaların qrafikləri y oxuna nəzərən simmetrikdir.

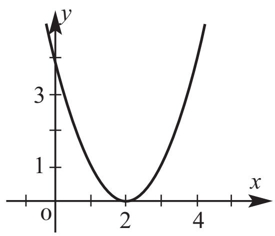
Tək funksiyaların qrafikləri koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.



Koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.
Tək funksiyadır.



y oxuna nəzərən simmetrikdir.
Cüt funksiyadır.

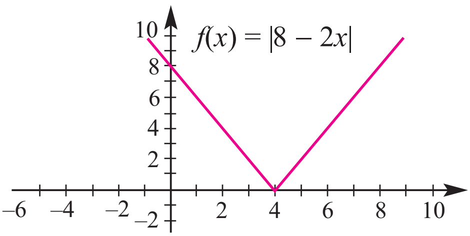


Nə y oxuna, nə də koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik deyil. Nə tək, nə də cüt funksiyadır.

Qrafikindən göründüyü kimi, verilmiş $f(x) = |8 - 2x|$ funksiyası nə tək, nə də cüt funksiya deyil. Bunu analitik üsulla da yoxlmaq olar.

$f(-x) = |8 - 2(-x)| = |8 + 2x|$

$f(-x) \neq f(x)$ və $f(-x) \neq f(x)$



Şagirdlər $f(x) \equiv 0$ funksiyanın həm cüt, həm də tək funksiya olduğunu başa düşür. Çünki $f(x) \equiv 0$ funksiyasının qrafiki həm y oxuna, həm də koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

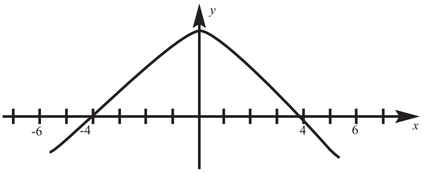
$f(x) = x^{2k}$ şəklində funksiyaların $f(-x) = f(x)$ şərtini ödədiyini və cüt funksiya olduğunu, $f(x) = x^{2k+1}$ şəklində olan funksiyaların $f(-x) = -f(x)$ şərtini ödədiyini və tək funksiya olduğunu başa düşürlər.

Diqqət edin! Əgər funksiyanın düsturunda həm cüt dərəcədən, həm də tək dərəcədən hədd varsa, və ya düsturda tək dərəcədən ən azı bir hədd və sabit hədd varsa, funksiyalar əksərən nə tək, nə də cüt funksiya olurlar.

Cüt funksiyanın qrafiki y oxuna nəzərən simmetrikdir. Xüsusi halda $y = x^2 - 4$, $y = -x^2 + 3$ parabolalarının sxematik təsvirləri üzərində izah edilir ki, əgər cüt funksiya simmetriya oxundan solda artandırsa (azalandırsa), onda simmetriya oxundan sağda azalan (artan) olur. Bu nəticəyə gəldikdən sonra D.21 tapşırığı həll edilir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.21. Təyin oblastı [–6; 6] olan və [–6; 0] aralığında artan hər hansı cüt funksiyanın qrafiki təsvir edilir. Xüsusi halda, $f(4)=0$ olduqda, $f(-4)=0$ olduğu nəticəsinə gəlirik (bunun səbəbini şagirdlər izah edirlər). Bu şərti də nəzərə almaqla funksiyanın qrafikinin eskizində dəqiqləşmə aparılaraq yenidən çəkilir və qrafik təsvirə görə $f(x) > 0$ bərabərsizliyinin həlli araşdırılır. Göründüyü kimi, $-4<x<4$ olduqda $f(x) > 0$ olur.



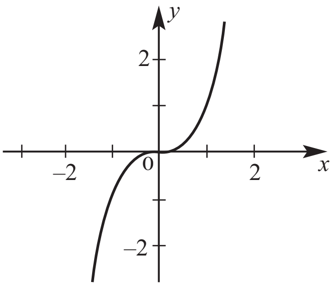
İşçi vərəq N 3

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

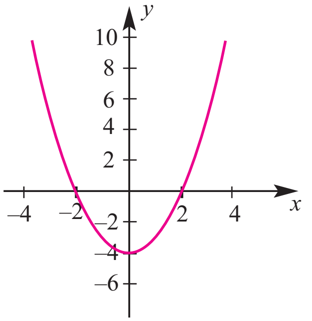
Funksiyalar qrafiklə və düsturla verilmişdir. Funksiyanın tək-cütlüyünü:

a) qrafikinə görə araşdırın. b) analitik üsulla, cüt funksiya üçün $f(-x) = f(x)$, tək funksiya üçün və $f(-x) = -f(x)$, nə tək, nə də cüt funksiya üçün $f(x) \neq f(x)$ və $f(-x) \neq -f(x)$ olduğunu yoxlamaqla müəyyən edin.

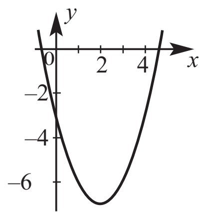
1) $f(x) = x^3$



2) $f(x) = x^2 - 4$



3) $f(x) = x^2 - 4x - 5$



Analitik üsulla cüt funksiya, tək funksiya və ya nə tək, nə də cüt funksiya olduğunu müəyyən edin:

1) $f(x) = -x^5$ 2) $f(x) = x^3 + 1$ 3) $f(x) = x^{-2}$

4) $f(x) = -3x - 7$ 5) $f(x) \equiv 0$ 6) $f(x) = 6x^4 - 7x^2$

7) $f(x) = 2x^3 - 5x$ 8) $f(x) = x(x^3 + 2x)$ 9) $f(x) = \dfrac{|x|}{x^2 + 1}$

Dərs 7. Dərslik səh. 19-20. Bəzi funksiyaların qrafiki və xassələri

Məzmun standartı

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyini, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

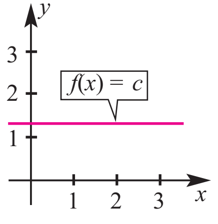
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *funksiyalar ailəsinin əsas funksiyasının (ana funksiyasının) qrafikini qurur, xassələrini göstərir.*
- *Verilmiş funksiyanın aid olduğu ailəni müəyyən edir, xassələrini göstərir.*
- *Real həyati situasiyanı funksiya ilə modelləşdirir və funksiyanın aid olduğu ailəyə görə xassələrini təqdim edir.*

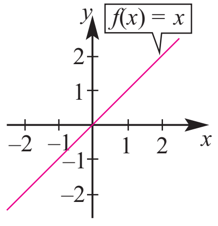
Riyazi lüğət

- *funksiyalar ailəsi*
- *əsas funksiya*
- *asimptot*

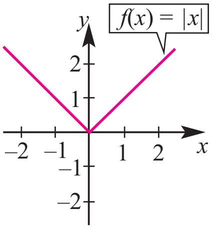
Şagirdlərlə müzakirə aparılır: Biz indiyə qədər hansı funksiyaları öyrənmişik? Funksiyaların adları və ümumi şəkilləri söylənir və ardıcıl olaraq lövhəyə qeyd edilir.
1. Xətti funksiya, $y = kx + b$; 2. Sabit funksiya: $y = c$; 3. Kvadratik funksiya $y = x^2$
4. Modul funksiyası $y = |x|$; 5. Qüvvət funksiyaları $y = x^n$;
6. Rasional funksiya $y = \frac{1}{x}$ 7. Hissə-hissə verilmiş funksiya $y = [x]$



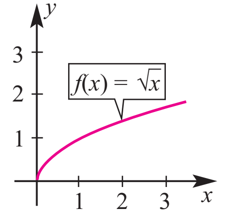
Sabit funksiya



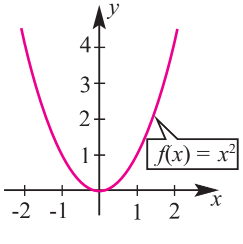
Eynilik funksiyası



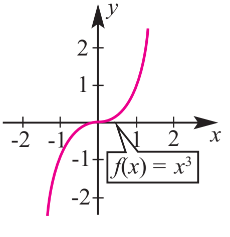
Modul funksiyası



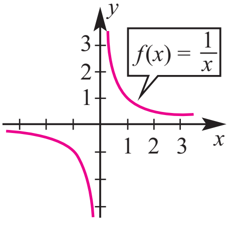
Kvadrat kök funksiyası



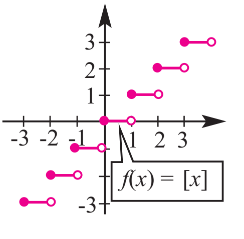
Kvadratik funksiya



Kub funksiyası

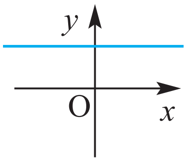
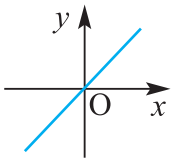
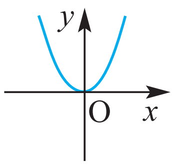
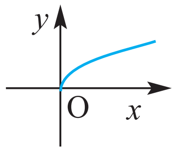
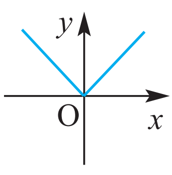
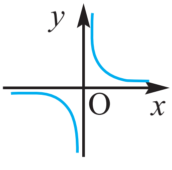
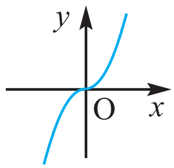


Rasional funksiya



Tam hissə funksiyası

Aşağıdakı kimi ən çox rast gəlinən əsas funksiyalar cədvəlini tərtib etmə tapşırığının ev tapşırığı kimi verilməsi tövsiyə edilir.

Funksiyanın adı	**Əsas funksiya**	**Qrafiki**	**Xassələri**
Sabit funksiya	$f(x) = c$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $\{c\}$
Eynilik funksiyası	$f(x) = x$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; +\infty)$ Sıfrı: $x = 0$ Artan funksiyadır Ekstremumu yoxdur
Kvadratik funksiya	$f(x) = x^2$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfrı: $x = 0$ $(-\infty; 0]\downarrow$, $[0; +\infty)\uparrow$ (0; 0) nöqtəsində min.
Kvadrat kök funksiyası	$f(x) = \sqrt{x}$		Təy.obl: $[0; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfrı: $x = 0$ $[0; +\infty)\uparrow$ Ekstremumu yoxdur
Modul funksiyası	$f(x) = \|x\|$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfrı: $x = 0$ $(-\infty; 0]\downarrow$, $[0; +\infty)\uparrow$ (0; 0) nöqtəsində minimum
Rasional funksiya	$f(x) = \dfrac{1}{x}$		Təy.obl: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ Sıfrı yoxdur $(-\infty; 0)\downarrow$, $(0; +\infty)\downarrow$ Ekstremumu yoxdur
Kub funksiyası	$f(x) = x^3$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; +\infty)$ Sıfrı: $x = 0$ Artan funksiyadır Ekstremumu yoxdur

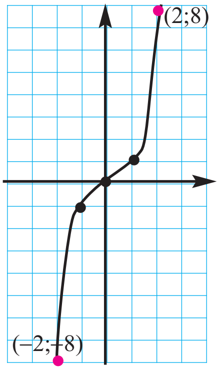
Eyni ailəyə daxil olan funksiyaların əsas funksiyanın müxtəlif çevrilmələri ilə alındığı diqqətə çatdırılır. Bu dərs saatında əsas diqqəti verilmiş situasiyaya uyğun funksiyanın düsturunu yazmaq və onun əsas funksiyasını müəyyən etmək, qrafikə görə funksiyanın hansı ailəyə daxil olduğunu müəyyən etmək, verilmiş qiymətlər cədvəlinə görə qrafiki qurmaq və ailənin əsas funksiyasını müəyyən etmək kimi bacarıqları formalaşdıran tapşırıqlar yerinə yetirilir.

funksiyalar ailəsinin əsas funksiyasının (ana funksiyasının) qrafikini qurur, xassələrini göstərir.

Dərslikdə verilmiş öyrənmə tapşırığını sinifdə müzakirə etməklə və müəllim üçün vəsaitdə verilmiş cədvəlin şagird tərəfindən ev tapşırığı olaraq yerinə yetirilməsi bu bacarığın formalaşdırılması üçün əhəmiyyətlidir. D1 və D2 tapşırıqları da bu bacarığın formalaşdırılmasına xidmət etməklə yanaşı

● *Real həyati situasiyanı funksiya ilə modelləşdirir və funksiyanın aid olduğu ailəyə görə xassələrini təqdim edir.* bacarığının da formalaşdırılması üçün əhəmiyyət daşıyır.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli



D.2 tapşırığı koordinat müstəvisi üzərində verilən nöqtələri qeyd etməklə yerinə yetirilir. c) bəndinə görə (−1; −1), (0; 0), (1; 1) nöqtələrinə (−2; −8) və (2; 8) nöqtələri əlavə edilmişdir. Bu halda qeyd edilən nöqtələri birləşdirməklə funksiyanın qrafikinin kub parabola olduğunu asanlıqla görmək olar. Şagird nöqtələrin koordinatlarına görə də bunu müəyyən edə bilərdi. −1, −2 və 2-nin kubları uyğun olaraq −1; −8; 8 ədədləridir. Verilən nöqtələrə görə şagirdin funksiyanın hansı sinfə aid olduğunu hansı mərhələdə müəyyən etdiyi diqqət mərkəzində saxlanılır. Əsas funksiyanı nöqtələr cütünə görə müəyyən etməsini şagirdin artıq bu funksiyanı yaxşı tanıması kimi qiymətləndirmək olar. Lakin nöqtələrin koordinat müstəvisi üzərində qeyd edərək qrafikin çəkilməsi də şagirdin əlaqələndirmə bacarıqlarının inkişafı, fəza təsəvvürlərinin formalaşması baxımından vacibdir.

Funksiyaların təsnifatı, əsas funksiyanı müəyyənetmə bacarıqları növbəti dərsdə funksiya qrafiklərinin çevrilmələrini daha yaxşı başa düşməyə kömək edir. Həmçinin real həyati situasiyaları qrafiklərin çevrilmələrinə tətbiq bacarıqlarını yaradır.

Dərs 8. Dərslik səh. 21. $y = x^n$, $n \in$ N, **qüvvət funksiyaları**

Məzmun standartı

2.2.5. Qüvvət funksiyasının tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

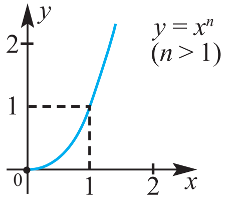
İşçi vərəqlər

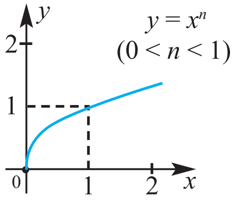
- *Cüt və tək dərəcədən qüvvvət funksiyalarının qrafiklərini qurur*
- *Cüt və tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının xassələrini tətbiq edir.*

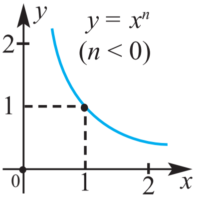
Riyazi lüğət

- *n-tərtibli parabola*

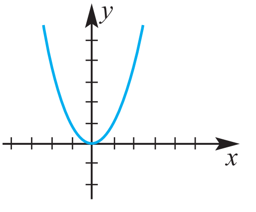
Qüvvət funksiyasının ümumi şəkli şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. $y = x^n$ $(n \in N)$ şəklindəki qüvvət funksiyaları nəzərdən keçirilir. Lakin sinfin səviyyəsi və dərs saatları imkan verirsə, funksiyanı daha ümumi şəkildə $n > 1$, $0 < n < 1$, $n < 0$ qiymətlərində nəzərdən keçirmək olar. Bu halda n-in (burada $n \in$ Q) qiymətindən asılı olaraq qrafiklər aşağıdakı kimi olacaq.





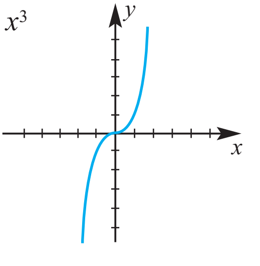


$n = 2k$ olduqda $y = x^n$ $n \in$ N funksiyasının xassələrinin şagirdlərə tanış olan $y = x^2$ funksiyası üzərində təqdim edilməsi əlverişlidir.



Təyin oblastı: R, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
Qiymətlər oblastı: $[0; +\infty)$
Azalandır: $(-\infty; 0]$ intervalında
Artandır: $[0; +\infty)$ intervalında
Cüt funksiyadır
$x = 0$ nöqtəsində minimum qiymətini alır: $y_{min} = 0$

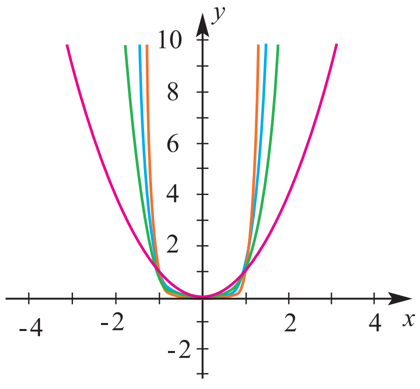
Tək dərəcədən $y = x^n$ $(n \in N)$ funksiyasının xassələri $y = x^3$ funksiyası üzərində nəzərdən keçirilir.



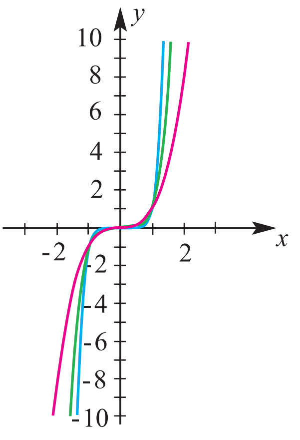
Təyin oblastı: R, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
Qiymətlər oblastı: R, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
Artandır
Tək funksiyadır
Maksimumu, minumumu yoxdur.

Cüt və tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının qrafiklərinin bir neçə nöqtəsinə görə sxematik olaraq və qarfkalkulyatorla qurulması tövsiyə edilir.

Cüt dərəcədən $y = x^n$ $n \in N$



Tək dərəcədən $y = x^n$ $n \in N$



Qüvvət funksiyaları mövzusuna aid məsələlər funksiyaların təsnifatı, çevrilməsi, mürəkkəb funksiya mövzularında yeri gəldikcə müxtəlif yanaşmalarla yenidən nəzərdən keçiriləcəkdir.

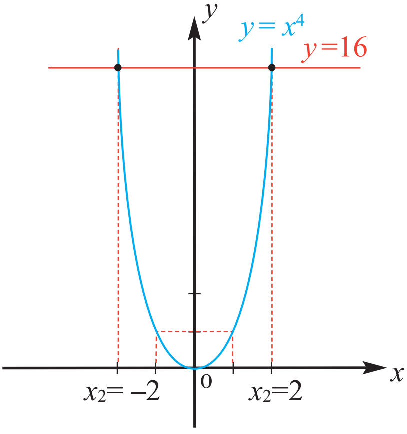
! Şagirdlər $y = x^n$ qüvət funksiyasını, $y = a^x$ funksiyası ilə qarışdıra bilərlər. Bu iki funksiyadan birincisində arqumentin qüvvətin əsası, digərində isə üstü olduğu diqqətə çatdırılır. Qrafiklərinin də fərqli olduğu diqqətə çatdırılır.

Şagirdlərin nəzərinə çatdırılır ki, qüvvət funksiyalarının qrafiki və xassələri n-ci dərəcədən kökün hesablanmasında və $x^n = a$ tənliklərinin həllində istifadə edilir. Belə ki: tək dərəcəli tənliyin a-nın bütün qiymətlərində həqiqi kökü var, cüt dərəcəli tənliyin isə $a < 0$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.10. Həlli: $y = x^4$ və y =16 funksiyalarının qrafikləri eyni koordinat müstəvisində qurulur. Sxematik təsvirə görə kəsişmə nöqtələrinin sayı haqqında mülahizələr söylənilir.

$x^4=16$ tənliyinin həllindən kəsişmə nöqtələrinin absisləri tapılır: $x=\pm\sqrt[4]{16}$, $x_1=-2$ və $x_2=2$. Qrafik təsvirdən göründüyü kimi, arqumentin $(-2; 2)$ aralığından olan qiymətlərində $y = x^4$ funksiyasının qrafiki üzərindəki nöqtənin ordinatı 16- dan kiçikdir, yəni $x^4 < 16$ bərabərsizliyinin həlli $(-2; 2)$ aralığı olur. $x < -2$ və ya $x > 2$ olduqda isə $x^4 > 16$ bərabərsizliyi ödənir.

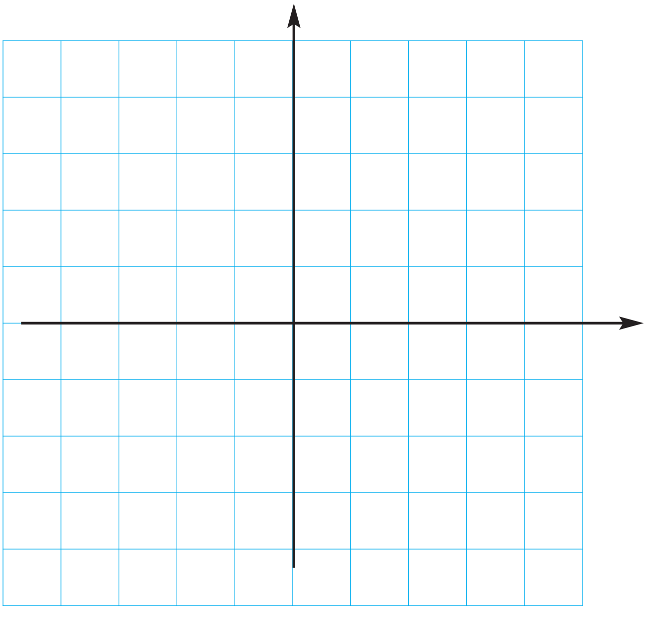


İşçi vərəq N 4

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

$y = x$, $y = x^3$, $y = x^5$ funksiyalarının qiymətlər cədvəlini doldurun, qrafiklərini qurun. Qrafikləri müqayisə edin.

x	$y=x$	$y=x^3$	$y=x^5$
–1,5			
–1			
–0,5			
0			
0,5			
1			
1,5			



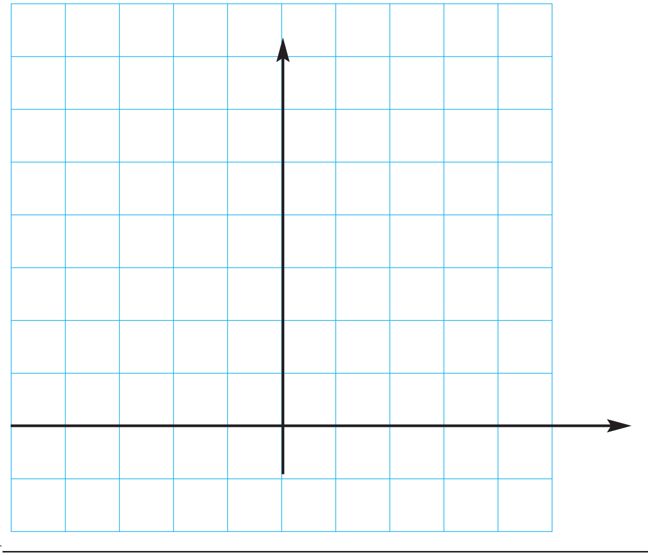
Qrafiklərin müqayisəsi____

____

____

$y = x^2$, $y = x^4$, $y = x^6$ funksiyalarının qiymətlər cədvəlini doldurun, qrafiklərini qurun. Qrafikləri müqayisə edin.

x	$y=x^2$	$y=x^4$	$y=x^6$
–1,5			
–1			
–0,5			
0			
0,5			
1			
1,5			



Qrafiklərin müqayisəsi____

____

____

Dərs 9. Dərslik səh. 22-23. Hissə-hissə verilmiş funksiyalar.

Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

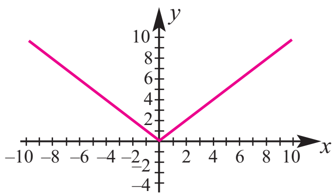
- *hissə-hissə verilmiş funksiyanın qiymətlərini hesablayır*
- *hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır, qrafikini qurur*
- *tam hissə funksiyasının qrafikini qurur*
- *real həyati situasiyaya aid məsələləri hissə-hissə verilmiş funksiya ilə modelləşdirir*

Riyazi lüğət

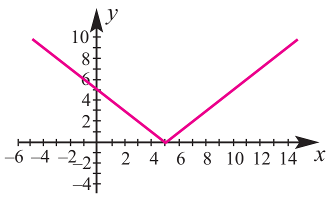
- *hissə-hissə verilmiş funksiya*
- *tam hissə funksiyası, pilləvari qrafik*

Şagirdlər $f(x) = |x|$ funksiyasının qrafiki ilə tanışdırlar. Modullu funksiyaya aid bir neçə qrafik nəzərdən keçirilir.

$f(x) = |x|$



$f(x) = |x - 5|$



$f(x) = |x|$ funksiyasının qrafiki müxtəlif təyin oblastına malik iki xətti funksiyanın qrafikindən ibarətdir. $f_1(x) = -x;\ x<0$ və $f_2(x) = x;\ x \geq 0$

Əslində $f(x) = \begin{cases} -x; & x < 0 \\ x; & x \geq 0 \end{cases}$ yazılışı $f(x) = |x|$ funksiyasını ifadə edir.

Modul funksiyası hissə-hissə verilmiş funksiyaya bir nümunədir.

Təyin oblastının müxtəlif aralıqlarında müxtəlif düsturlarla verilən funksiyalara **hissə-hissə verilmiş funksiyalar** deyilir.

✓ Dərslikdə verilən məsələ ilə və ya aşağıdakı məsələ ilə hissə-hissə verilmiş funksiyanı araşdırmaq olar.

Ev heyvanları saxlayanlara xidmət göstərən şirkət, sahibinin müəyyən müddətə onlara təhvil verdikləri heyvanlara qulluq edir. Xidmət haqqı aşağıdakı kimi müəyyən edilmişdir.

1. Əgər heyvana 1 saat və 1 saatdan az olan istənilən vaxtda qulluq göstərilirsə, 5 ₼
2. 1 saatdan çox olmaqla 2 saata qədər olan vaxtda qulluq 12,50 ₼.
3. 2 saatdan çox vaxt üçün 13 ₼ sabit və hər əlavə saat üçün 3 ₼ xidmət haqqı alınır

Məsələdə verilən situasiyaya uyğun funksiyanı analitik şəkildə, qiymətlər cədvəli ilə və qrafik üsulla təsvir etmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Şirkətin xidmət şərtlərini qrafik təsvir edin.

●● *hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır*

Şirkətin xidmət şərtlərini analitik üsulla ifadə edək.

$$y = \begin{cases} 0 \ \ \text{əgər} \ \ x = 0 \\ 5 \ \ \text{əgər} \ \ 0 < x \leq 1 \\ 12{,}5 \ \ \text{əgər} \ \ 1 < x \leq 2 \\ 13 + 3(x\text{-}2) \ \ \text{əgər} \ \ x > 2 \end{cases}$$

● *hissə-hissə verilmiş funksiyanın qiymətlərini hesablayır*

Şirkətin xidmət şərtlərini əks etdirən qiymətlər cədvəli tərtib edilir.

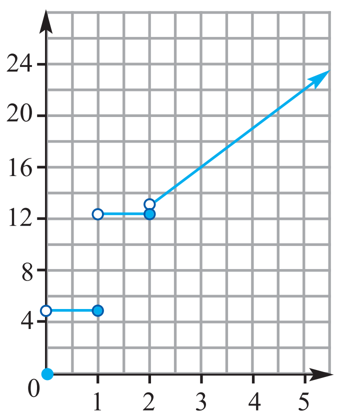
Hissə-hissə funksiyanın hər bir hissəsini ifadə edən funksiyanın verilən təyin oblastında üç qiyməti hesablanır.

Şirkətin xidmət şərtlərini cədvəllə təqdim edək.

Vaxt (saatla)	Xidmət haqqı (₼)
0	0
0,25	5,00
0,50	5,00
1,00	5,00
1,25	12,50
1,50	12,50
2,00	12,50
2,50	14,50
3,00	16,00
4,00	19,00

● *hissə-hissə verilmiş funksiyanı qrafik təsvir edir.*

Şirkətin xidmət şərtlərini ifadə edən hissə-hissə funksiyanı qrafik təsvir edək.



Cədvəldə verilən nöqtələr koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir.

Təyin oblastına daxil olan nöqtələr (≤) üçün rəngli kiçik dairə, daxil olmayanlar üçün isə rəngsiz kiçik dairədən istifadə edilir.

Məsələn, (1; 5) nöqtəsi rəngli, (1; 12,50) nöqtəsi isə rəngsiz olmalıdır.

Qrafikin son hissəsi şüadan ibarət olacaq, çünki 2 saatdan sonrakı dəyişmə eyni asılılıqla verilir: Hər saatda 3 ₼ xidmət haqqı alınır.

Funksiyanın təyin oblastı $x \geq 0$ çoxluğudur.

Qrafik $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ qiymətlərində kəsiləndir.

Şagirdlər hissə-hissə verilmiş funksiyaya eyni zamanda xətti, kvadratik və s. müxtəlif ifadələrin daxil ola biləcəyini başa düşürlər.

Məsələn, $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<2 \\ 2x+3, & x\geq 2 \end{cases}$ funksiyasının qiymətlər cədvəlini və qrafikini quraq.

$f(x)=x^2$

x	$f(x)$
−2	4
−1	1
0	0
1	1
2	4

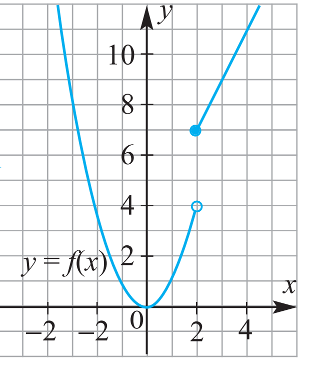
$f(x)=2x+3$

x	$f(x)$
2	7
3	9
4	11
5	13
6	15

Funksiyanın düsturundan görünür ki, onun qrafiki qolları yuxarıya yönəlmiş paraboladan və soldan sağa yönələn şüadan ibarətdir.
Arqumentin $x=2$ qiymətindən başlayaraq dəyişmə baş verir, kvadratik funksiya şəklində olan asılılıq xətti funksiya şəklinə keçir.

f funksiyasının qrafiki:

Qiymətlər cədvəlindəki nöqtələr koordinat müstəvisi üzərində yerləşdirilir. (2; 7) nöqtəsi rənglidir, çünki bu nöqtə $f(x)=2x+3$ qrafikinə aiddir, (2; 4) nöqtəsi qrafikə aid olmadığı üçün rəngsiz dairə ilə göstərilir.



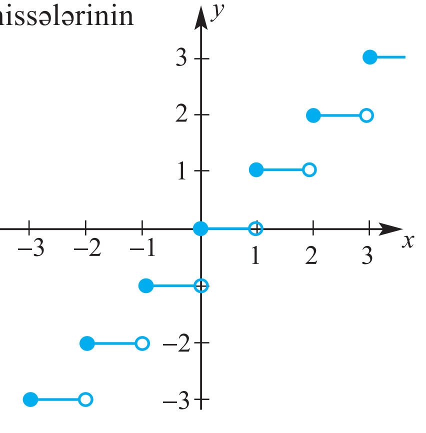
Hissə-hissə funksiya sabit funksiyalardan ibarət ola bilər, məsələn $y=2$, $y=3$ və s. Bu halda funksiyanın qrafiki pillələrdən ibarət olur.

Tam hissə funksiyası izah edilir.

Tam hissə funksiyası $f(x)=[x]$ kimi yazılır.

Tam hissə funksiyası analitik şəkildə aşağıdakı kimi verilə bilər, bütün ədəd oxunda onun hissələrinin (pillələrinin) sayı sonsuz sayda olur.

$$[x]=\begin{cases} \vdots & \\ -2 & -2\leq x<-1 \\ -1 & -1\leq x<0 \\ 0 & 0\leq x<1 \\ 1 & 1\leq x<2 \\ 2 & 2\leq x<3 \\ \vdots & \end{cases}$$



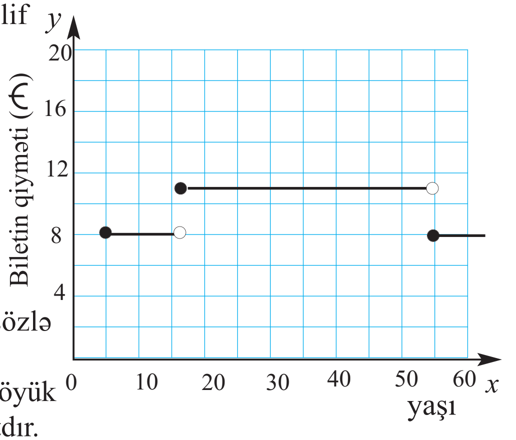
- *real həyati situasiyaya aid məsələləri hissə-hissə verilmiş funksiya ilə modelləşdirir*

Pilləvari qrafikdə başlanğıc nöqtənin rəngli və rəngsiz olmasına diqqət edilir. Situasiyadan asılı olaraq bu nöqtələr yerini dəyişə bilər.

Hissə-hissə verilmiş funksiyalarla müxtəlif həyati situasiyaları modelləşdirmək olar.

Məsələn, aşağıdakı funksiya şəxsin yaşından asılı olaraq konsertə biletin qiymətini əks etdirir.

$$p(x) = \begin{cases} 8 \text{ əgər } 5 \le x < 16 \\ 11 \text{ əgər } 16 \le x < 55 \\ 8 \text{ əgər } x \ge 55 \end{cases}$$



Şagirdlər funksiyanı hər bir hissədə sözlə təqdim edirlər.
Məsələn, yaşı 16-dan kiçik, 5 və ya 5-dən böyük bütün şəxslər üçün biletin qiyməti 8 manatdır.

! Nə üçün (16; 8) nöqtəsi rəngsiz dairəciklə göstərilib? Çünki 16 yaşı tamam olmuşlara bilet 8 manata deyil, 11 manata satılır. Ona görə də bu nöqtə bu hissənin qrafikinə aid deyil.

İşçi vərəq N 5

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

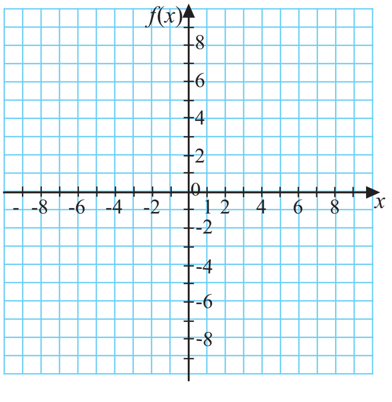
Hissə-hissə funksiyanın qiymətlər cədvəlini doldurun. Qrafikini qurun.

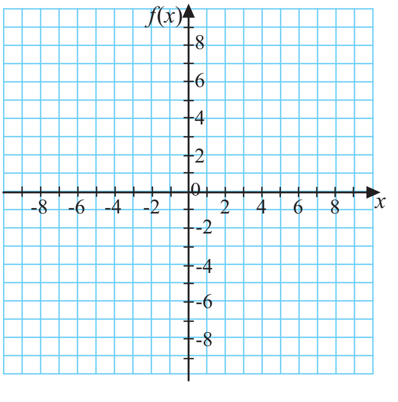
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 9; \; x < -3 \\ \frac{1}{3}x - 4; \; x \ge -3 \end{cases}$$

x					
$f(x)$					
x					
$f(x)$					

$$f(x) = \begin{cases} -2x; \; x \le 2 \\ -(x-2)^2 + 6; \; x > 2 \end{cases}$$

x					
$f(x)$					
x					
$f(x)$					





Dərs 10-12. Dərslik səh. 24-30. Qrafiklərin çevrilmələri. 3 saat

Məzmun standartı

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

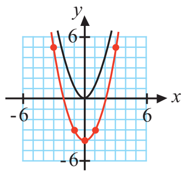
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

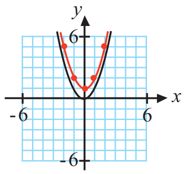
- *funksiyaların qrafiklərinin paralel köçürülməsini qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir;*
- *funksiyaların qrafiklərinin əksetməsini qrafik olaraq, analitik düsturla. sözlə təqdim edir*
- *funksiyaların qrafiklərinin dartılma və sıxılmasını qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir.*

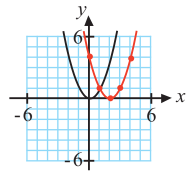
Riyazi lüğət

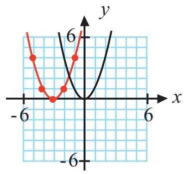
- *qrafiklərin paralel köçürülməsi*
- *qrafiklərin əksetməsi*
- *qrafiklərin dartılması və sıxılması*

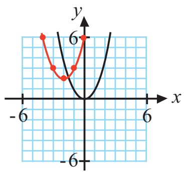
1-ci saat paralelköçürmə. Funksiyalar ailəsi üçün əsas funksiyanı müəyyən etmə bacarıqları ilə şagirdlər qrafiklərin çevrilmələrinə aid tapşırıqları sözlə, funksiyanın qrafiki üzərində yerinə yetirirlər. Bu tapşırıqlar analitik ifadəsi ilə verilmiş funksiyadakı çevrilmələri əsas funksiyaya görə sözlə, qrafik şəkildə ifadəetmə bacarıqlarını və ya əksinə, qrafik şəkildə verilmiş funksiyadakı çevrilməni analitik yazılışla və sözlə ifadəetmə bacarıqlarını əhatə edir.
Qrafiklərin çevrilmələri xüsusən, paralelköçürmə, dartılma və sıxılma kvadratik funksiya üzərində 9-cu sinifdə ətraflı nəzərdən keçirilmişdir. Odur ki, dərsin izahının və ilk tapşırıqların kvadratik funksiya üzərində yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.
y = x^2 əsas funksiyasına görə paralelköçürməni tanıma müzakirəsi aparılır. Nümunə olaraq aşağıdakı qrafiklərdən istifadə etmək olar. Şagirdlərə hər bir nümunəyə uyğun dəftərlərində qrafik çəkmək üçün vaxt verilir.

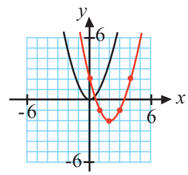

$y = x^2 - 4$


$y = x^2 + 1$


$y = (x - 2)^2$


$y = (x + 3)^2$


$y = (x + 2)^2 + 2$

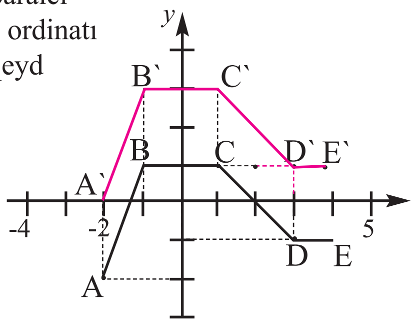

$y = (x - 2)^2 - 2$

Şagirdlər hər bir parabolanı $y = x^2$ parabolasına görə təqdim edir və çevrilmə nəticəsində parabolanın təpə nöqtəsinin koordinatlarının üfiqi və şaquli sürüşmənin qiymətinə uyğun gəldiyinə diqqət edirlər. Daha asan yadda saxlamaq üçün diqqət edilir: Sola sürüşmədə x-in qiymətinə əlavə edilir, sağa sürüşmədə x-in qiymətindən çıxılır. Yuxarı sürüşmə zamanı verilən funksiyanın (və ya y-in) qiymətinə əlavə edilir, aşağı sürüşmədə isə verilən funksiyanın qiymətindən (və ya y-dən) çıxılır. Bu bütün funksiyaların paralelköçürülməsi zamanı doğrudur. Paralelköçürmə zamanı qrafikin bütün nöqtələrinin eyni vahid qədər yerini dəyişdiyini şagird başa düşür. Ana funksiyanın bir neçə nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edib, verilən vahid qədər dəyişməklə paralel köçürməni yerinə yetirir, qrafikin yeni vəziyyətini çəkir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5 a) $g(x) = f(x)+2$

Həlli: $f(x)$ funksiyasının qrafikini şaquli istiqamətdə 2 vahid yuxarı paralel köçürməklə $g(x)$ funksiyasının qrafiki alınır. Bu paralel köçürmədə hər bir nöqtənin absisi eyni qalmaqla, ordinatı 2 vahid artır: $(x;\ y) \to (x;\ y + 2)$. Qrafik üzərində qeyd olunmuş nöqtələr üçün bunları nəzərə alaq.



A(–2; –2)→A`(–2; 0)
B(–1; 1)→B`(–1; 3)
C(1; 1)→C`(1; 3)
D(3; –1)→D`(3; 1)
E(4;–1)→E`(4; 1)

Verilmiş nöqtələrin paralel köçürmədə çevrildikləri nöqtələri ardıcıl birləşdirməklə $y(x) = f(x) + 2$ funksiyasının qrafikini alırıq.

Ətraf aləmdə, təbiətdə, binaların və küçələrin dizaynında çoxlu sayda funksiyaları və onların çevrilmələrini vizual olaraq görmək, təsəvvür etmək mümkündür. Şagirdlərin bu cür situasiyaları əks etdirən fotoşəkillər, rəsmlər çəkmələri “Biz funksiyaları görürük”, “Funksiyalar təbiətdə” kimi riyazi təqdimatlar, tədbirlər keçirilməsi faydalı olardı. Bu cür tədbirlər şagirdlərin sosial, kommunikasiya bacarıqları ilə yanaşı yaradıcı təfəkkürlərinin də formalaşmasında mühüm rol oyanıyır.

funksiyaların qrafiklərinin əksetməsini qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir.

Funksiyalar üzərində əksetmə hərəkətinə yğun çevrilməni ən yaxşı nümayiş etdirən funksiya kvadrat kök funksiyasıdır. $y = \sqrt{x}$ funksiyası da kvadratik funksiya kimi bir çox fiziki hadisələri modelləşdirmyə imkan verir.

Bu barədə şagirdlərlə müzakirələr aparılır. Nümunələr söylənilir.

Yuxarıdan atılan cismin hərəkəti kvadrat kök funksiyasına ən uyğun nümunədir.

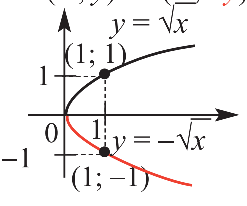
$h = -4{,}9t^2 + h_0$ düsturunda h verildikdə zamanın hündürlükdən asılılığı (cismin Yer səthinə çatma müddəti) kvadrat kök funksiyası ilə ifadə edilir.

Şagirdlər real həyati situasiyalar üzərində funksiyanın əksetməsini modelləşdirir, nümunələr göstərirlər.

Hər bir əksetmə halı, x oxuna nəzərən, y oxuna nəzərən və koordinat başlanğıcına nəzərən əksetmədə koordinatların dəyişməsinə diqqət edilir. Qrafikin yeni vəziyyəti uyğun nöqtənin yeni koordinatını müəyyən edilməklə çəkilir.

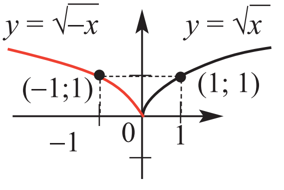
$f(x) \to -f(x)$

$(x\,;y) \to (x\,;-y)$



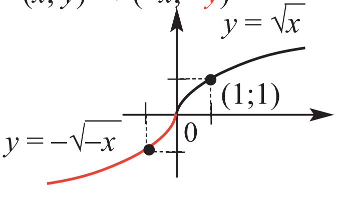
$f(x) \to f(-x)$

$(x\,;y) \to (-x\,;y)$



$f(x) \to -f(-x)$

$(x;y) \to (-x;-y)$

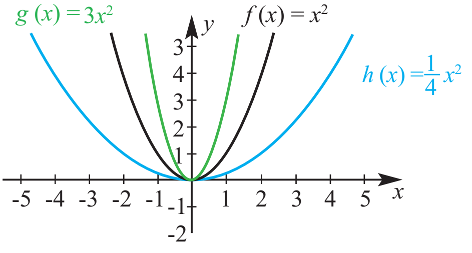


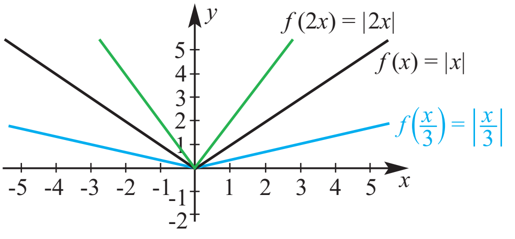
Şagirdlərə aşağıdakı kimi suallar verilir.

1) Cüt funksiyanın y oxuna nəzərən əksetməsində nə baş verir?
2) Tək funksiyanın y oxuna nəzərən əksetməsində nə baş verir?
3) Cüt funksiyanın x oxuna görə əksetməsini necə təqdim edərdiniz?
3) Tək funksiyanın x oxuna görə əksetməsini necə təqdim edərdiniz?

- *funksiyaların qrafiklərinin dartılma və sıxılmasını qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir*

Funksiya qrafiklərinin dartılma və sıxılma hərəkətlərinə uyğun çevrilmələri kvadratik funksiya və modul funksiyası ilə təqdim etmək əlverişlidir.



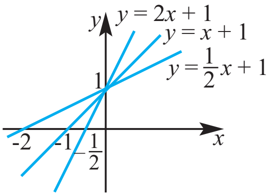


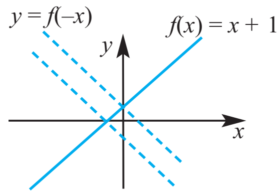
Dərslikdə verilmiş mövzunun izahı şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. Şagirdlərin seçilən nöqtənin çevrilmə nəticəsində koordinatlarının dəyişməsini müəyyən etmələri və yeni vəziyyətdə yerləşdirmələri üçün vaxt verilir. Əsas diqqət üfiqi və şaquli dartılma və sıxılmanın funksiyanın düsturu ilə əlaqəsinə verilir. $f(x)$ funksiyasının qrafikinin y oxuna k dəfə sıxılması qiymətlərinin əsas funksiyaya görə k dəfə tez (sürətlə) artması deməkdir. $y = 2f(x)$ dəyişməsində koordinatı (1; 2) olan nöqtənin koordinatı (1; 4) olacaq, yəni x oxundan uzaqlaşacaq. $0 < k < 1$ olduqda isə qrafik x oxuna sıxılmış olacaq. Funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələrini ümumi şəkildə ifadə edən aşağıdakı məlumatın plakat və ya slayd şəklində hazırlanması tövsiyə edilir.

$f(x)$ funksiyasının çevrilmələri (Burada $c > 0$)

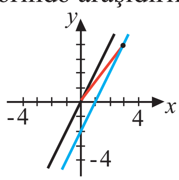
Yeni funksiya	**Çevrilmə sözlə**	**Koordinatların dəyişməsi**
$h(x) = f(x) + c$	c vahid şaquli yuxarı sürüşmə	$(x; y) \to (x; y + c)$
$h(x) = f(x) - c$	c vahid şaquli aşağı sürüşmə	$(x; y) \to (x; y - c)$
$h(x) = f(x + c)$	c vahid üfüqi sola sürüşmə	$(x; y) \to (x - c; y)$
$h(x) = f(x - c)$	c vahid üfüqi sağa sürüşmə	$(x; y) \to (x + c; y)$
$h(x) = -f(x)$	x oxuna nəzərən əksetmə	$(x; y) \to (x; -y)$
$h(x) = f(-x)$	y oxuna nəzərən əksetmə	$(x; y) \to (-x; y)$
$h(x) = cf(x)$	c dəfə şaquli sıxılma və dartılma $c > 1$; $0 < c < 1$ olduqda	$(x; y) \to (x; cy)$
$h(x) = f(cx)$	c dəfə üfüqi sıxılma və dartılma $c > 1$; $0 < c < 1$ olduqda	$(x; y) \to (cx; y)$

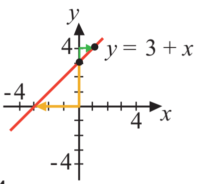
Sıxılma və dartılmanın xətti funksiyalar üzərində də nəzərdən keçirilməsi tövsiyə edilir. Burada da kordinat oxlarından uzaqlaşma və yaxınlaşma aydın görünür.

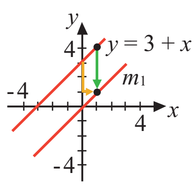




Həmçinin paralel köçürmənin və əksetmə hərəkətlərinin də xətti funksiyanın qrafiki üzərində araşıdırılması vacibdir.







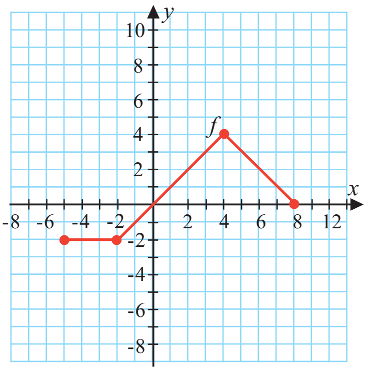
Məsələn, $f(x) = 2(x - 3) + 4$

$m(x) = x \to h(x) = 2x \to g(x) = 2(x - 3) \to f(x) = 2(x - 3) + 4$

İşçi vərəq N 6

Adı _____ Soyadı______
Tarix________

1) Verilən qrafikə görə verilən çevrilmələrin qrafikini çəkin.



$y = f(x-2) + 3$

$y = 2f(x+1)$

$y = f(-x)$

2) Əsas funksiya və çevrilmələri yazın, qrafiki qurun.

$f(x) = -\sqrt{x-1} + 2$

Əsas funksiya_______
Çevrilmə ___________

$f(x) = |x-1| + 2$

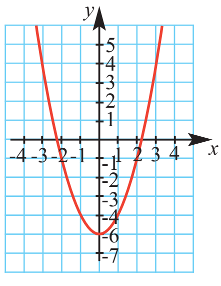
Əsas funksiya_______
Çevrilmə ___________

İşçi vərəq N 7

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

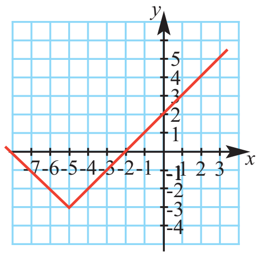
Qrafiklərə görə əsas funksiya üzərində hansı çevrilmələrin aparıldığını müəyyən etməklə funksiyanın düsturunu yazın.

a)



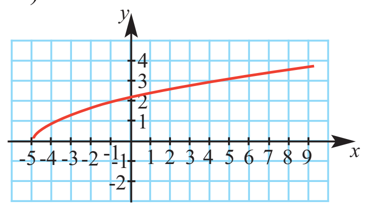
____

b)



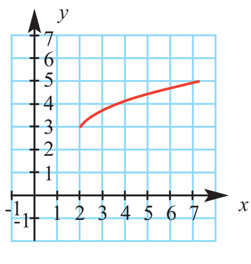
____

c)



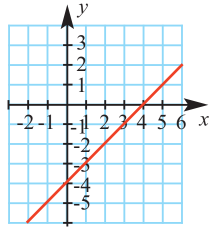
____

d)



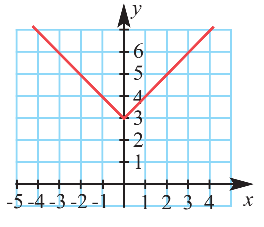
____

e)



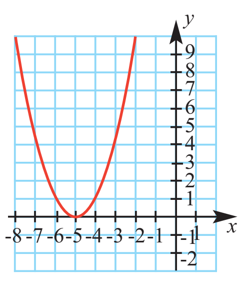
____

f)



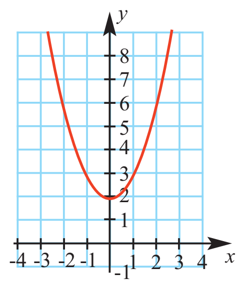
____

g)



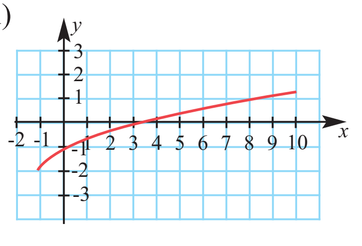
____

h)



____

i)



____

Dərs 13-14. Dərslik səh. 31-33. Mürəkkəb funksiya. 2 saat

Məzmun standartı

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *verilmiş iki funksiyaya görə funksiyaların kompozisiyasını yazır;*
- *verilən funksiyalara görə mürəkkəb funksiyanın düsturunu yazır;*
- *mürəkkəb funksiyanın qiymətlərini hesablayır.*

Riyazi lüğət

- *mürəkkəb funksiya*
- *funksiyaların kompozisiyası*

Funksiyalar üzərində əməllərlə yeni funksiya alınır. Yeni funksiya almağın başqa bir yolu da verilən funksiyaların kompozisiyasının (mürəkkəb funksiyaların) qurulmasıdır. Real həyati situasiyalarda, riyazi problemlərin həllində mürəkkəb funksiyalar geniş tətbiq edilir. Məsələn, hovuzun su ilə dolması vahid zamanda hovuza axıdılan suyun həcmindən və hovuzun ölçülərindən asılıdır. Tutaq ki, hovuza axıdılan suyun həcmini $V = 0{,}5t$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada V suyun həcmini m^3-la, t isə zamanı dəqiqə ilə göstərir. Hovuzun ölçüləri 20m × 5m × 2m kimidir. Rəşad hovuzun dolmasını gözləyir və suyun dərinliyi 1,5 m olanda hovuza girməyi planlaşdırır. Hovuz dolmağa başlayandan nə qədər sonra Rəşad hovuza girə bilər? Hovuza vurulan suyun həcmini $V = 20 \times 5 \times d$ kimi yazsaq, $V = 100d$ olar. $V = 0{,}5t$ düsturundan isə $t = 2V = 200d$ alarıq. $d = 1{,}5$ qiymətində $t = 200 \cdot 1{,}5 = 300$ dəq olar. Bu isə o deməkdir ki, hovuz bu sürətlə dolarsa, Rəşad 5 saat sonra hovuza girə bilər. Göründüyü kimi, real həyatda hadisələr bir-birindən qarşılıqlı asılı olaraq baş verir.
Verilmiş iki funksiya üzərində $(f \circ g)(x)$ və $(g \circ f)(x)$ yazılışları izah edilir. İki funksiyanın mürəkkəb funksiyası yalnız o zaman mümkündür ki, birinci funksiyanın qiymətlər çoxluğu ikinci funksiyanın təyin oblastına daxil olsun. $f \circ g$ kompozisiyasının təyin oblastı g funksiyasının təyin oblastının alt çoxluğu, $f \circ g$ kompozisiyasının qiymətlər çoxluğu f funksiyasının qiymətlər çoxluğunun alt çoxluğudur. Mürəkkəb funksiyalara aid ən sadə nümunələr olçü vahidləri arasındakı asılılıqlardır. Məsələn, 1dollar = 1,60 manat; 1 avro = 1,20 dollar olarsa, manatın neçə avro olduğunu tapmaq üçün biz avro ilə dolların asılılığından istifadə etməliyik, manat dollar $m(d)$ və avro dollar $d(a)$ asılılıqlarını yazmalıyıq.
$d = 1{,}60m$, $m = \frac{5}{8}d$, $d = \frac{5}{6}a$, $m = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{6}a = \frac{25}{48}a$ və ya funksiya şəklində manat avro asılılığını $m(a) = \frac{25}{48}a$ kimi yaza bilərik.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6 c) $f(x)=\sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2 + 2$ funksiyaları verilmişdir.
$D(f) = [1;+\infty)$, $E(f) = [0; +\infty)$, $D(g) = (-\infty;+\infty)$, $E(g) = [2; +\infty)$ olduğundan,
$E(f) \subset D(g)$, deməli, $g(f(x))$ kompozisiyası qurula bilər:
$g(f(x)) = (\sqrt{x-1})^2 + 2 = x + 1$. Bu funksiya $[1; +\infty)$ aralığında təyin olunmuşdur.
$E(g) \subset D(f)$ olduğu üçün $f(g(x))$ kompozisiyasını da qura bilərik:
$f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 2 - 1} = \sqrt{x^2 + 1}$. Bu funksiya bütün ədəd oxunda təyin olunmuşdur.

İşçi vərəq N 8

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

$f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 3x$, və $h(x) = x^2 + 1$ olduğuna görə tələb olunan funksiyaların qiymətlərini hesablayın.

1. $f(g(-3))$
2. $f(h(7))$
3. $f(h(-4))$
4. $h(f(9))$
5. $g(f(0))$
6. $h(g(-4))$
7. $f(g(h(2)))$
8. $h(g(f(3)))$
9. $g(f(h(-2)))$

Verilən funksiyalara görə mürəkkəb funksiyaların düsturlarını yazın.

a) Verilir $f(x) = 2x - 5$ və $g(x) = x + 2$
Tapın: $(f \circ g)(x)$

b) Verilir $f(x) = x^2 + 7$ və $g(x) = x - 3$
Tapın: $(f \circ g)(x)$

c) Verilir $f(x) = 4x + 3$ və $g(x) = x^2$
Tapın: $(f \circ g)(x)$

d) Verilir $f(x) = x - 1$ və $g(x) = x^2 + 2x - 8$
Tapın: $(g \circ f)(x)$

Dərs 15-16. Dərslik səh. 34-38. Tərs funksiya. 2 saat

Məzmun standartı

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- *qarşılıqlı tərs əməllərdən istifadə etməklə verilən **f** funksiyasının tərsi olan f^{-1} funksiyasının düsturunu yazır*
- *funksiyanın verilmiş qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə onun tərs funksiyası olub olmadığını yoxlayır*
- *verilən iki funksiyanın düturlarına görə onların qarşılıqlı tərs funksiya olub olmadığını müəyyən edir*
- *tərs funksiyanın təyin oblastını müəyyən edir*
- *tərs funksiyanın qrafikini çəkir*

Riyazi lüğət

- *dönən funksiya*
- *tərs funksiya*
- *qarşılıqlı tərs funksiyalar*

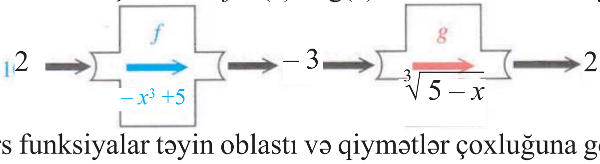
f funksiyasının tərsi olan f^{1} funksiyasının düsturunu yazma. Dörd hesab əməlləri arasında qarşılıqlı tərs əməllər haqqında müzakirə aparılır. Toplama və çıxma, vurma və bölmə əməlləri qarşılıqlı tərs əməllərdir. Verilən funksiyanın tərsi olan funksiyanı cəbri olaraq müəyyən etmək üçün əməllərin qarşılıqlı əlaqəsindən istifadə edilir. Məsələn, $f(x) = 4x$ funksiyasının tərsi $f^{1}(x) = \frac{1}{4}x$ funksiyasıdır. Başqa bir misalı nəzərdən keçirək: $f(x) = 3x + 2$ bu funksiya dəyişəni 3-ə vurub üzərinə 2 əlavə edir.

$$x \xrightarrow{\times 3} 3x \xrightarrow{+2} 3x+2$$

$f(x)$ funksiyasından x-ə geri dönmək üçün verilən əməlləri tərsinə icra etmək lazım gəlir.

$$x \xrightarrow{-2} x-2 \xrightarrow{:3} (x-2)/3$$

f funksiyasının yerinə yetirdiyi əməlləri tərsinə icra etməklə bu funksiyanın tərsi olan funksiyanın analitik şəklini almaq olar. Məsələn, $f(x) = 5 - x^3$ funksiyasının tərsi olan funksiyanı tapmaq üçün verilən f funksiyasının "gördüyü əməlləri tərsinə çevirmək lazımdır" x-i kuba yüksəldib nəticəni –1-ə vurub üzərinə 5 əlavə etmə işini 5-dən x-çıxıb, kub kök alma "işi" kimi $f^{-1}(x) = g(x) = \sqrt[3]{5-x}$ funksiyası ilə əvəz etmək lazımdır.



Qarşılıqlı tərs funksiyalar təyin oblastı və qiymətlər çoxluğuna görə də qarşılıqlı tərs olurlar. Yəni f funksiyasının təyin oblastı bu funksiyanın tərsi olan g funksiyasının qiymətlər oblastı olur və tərsinə.

Məsələn, $f(x) = 4x$ funksiyası üçün $f(3) = 12$, bu funksiyanın tərsi olan funksiya üçün g(12) = 3 olmalıdır. Doğrudan da $x = 12$ olduqda $g(x) = \frac{1}{4}x$ funksiyasının qiyməti 3-dür.

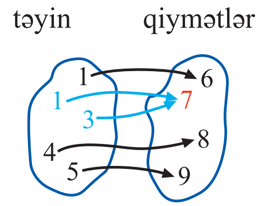
Verilən iki funksiyanın qarşılıqlı tərs funksiya olub-olmaması.

$f(x) = 2x - 1$ funksiyası ilə $g(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$ funksiyasının qarşılıqlı tərs funksiyalar olduğunu aşağıdakı kimi yoxlamaq olar. Bunun üçün $\boldsymbol{f(f^{-1}(x)) = x}$ **və** $\boldsymbol{f^{-1}(f(x)) = x}$ olduğunu göstərməliyik. $f(\frac{1}{2}(x + 1)) = 2(\frac{1}{2}(x + 1)) - 1 = x + 1 - 1 = x$

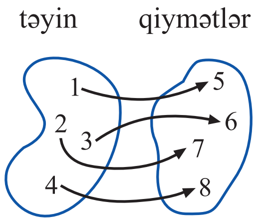
$f(x) = 2x - 1$ funksiyasının tərs funksiyasının düsturunu $y = 2x - 1$ şəklində yazmaqla y-in x-dən asılılığını x-in y-dən asılılığı kimi ifadə etməklə yazmaq olar. Bu funksiya $x = \frac{1}{2}(y + 1)$ kimi yazılır. Sadəcə olaraq işarələmələrdə x arqument, y funksiya kimi qəbul edildiyindən tərs funksiya $y = \frac{1}{2}(x + 1)$ şəklində yazılır.

***f* funksiyasının tərsi olan funksiyanın varlığı şərtləri.**

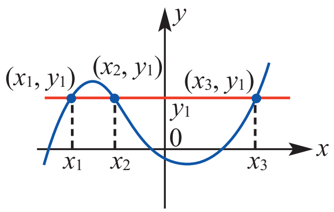
f funksiyasının tərsi olan funksiyanın mövcud olması üçün onun təyin oblastındakı hər bir qiymətə qiymətlər çoxluğundan bir qiymət uyğun gəlməlidir, bu cür funksiyalar dönən funksiya adlanır. Əks halda, yəni x-in müxtəlif qiymətlərinə y-in bir qiyməti uyğun gələrsə, (məsələn, $y = x^2$ funksiyasında olduğu kimi) bu dönən funksiya deyil və onun tərsi olan funksiya yoxdur. Funksiyanın dönən funksiya olub olmadığını onun qrafikinə görə üfiqi xəttin köməyilə test etmək olar. Əgər üfiqi xətt qrafiki birdən çox sayda nöqtədə kəsərsə, bu funksiya dönən funksiya deyil və tərs funksiyası yoxdur.



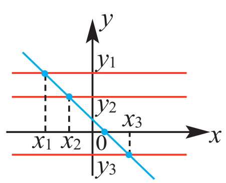
Dönən funksiya deyil



Dönən funksiyadır



Dönən funksiya deyil

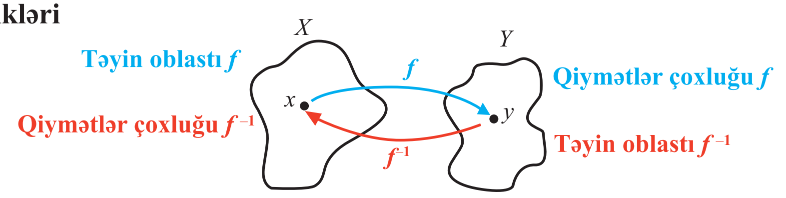


Dönən funksiyadır

Ümumiyyətlə, təyin oblastında yalnız artan və ya yalnız azalan funksiyalar dönən funksiyalardır. Məsələn, $f(x) = -x$, $f(x) = x^3$, və $g(x) = \sqrt{x}$ funksiyaları dönən funksiyalardır.

Tərs funksiya mövzusu istər funksiyanın düsturuna görə tərs funksiyanı müəyyən etmə, istər nöqtələr çoxluğu ilə verilən funksiyanın tərs funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən etmə, istərsə də qrafik şəkildə verilmiş funksiyanın tərsi olan funksiyanın varlığını müəyyən etmə bacarıqlarını və istər cəbr, istərsə də funksiyalar mövzuları üzrə geniş bilikləri əhatə edir.

Funksiyanın və tərs funksiyanın təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu və onların qrafikləri

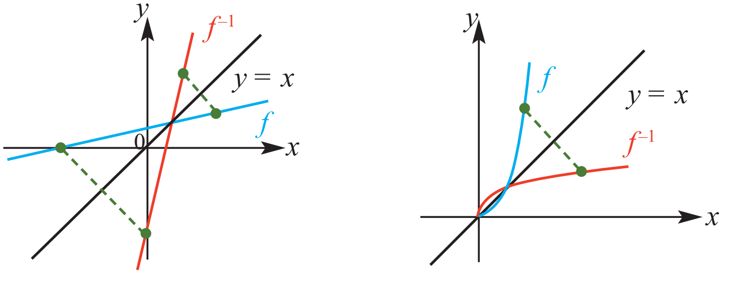


$f = \{(-2;2), (-1;1), (0;0), (1;3), (2;5)\}$.

$g = \{(2;-2); (1;-1); (0;0); (3;1); (5;2)\}$.

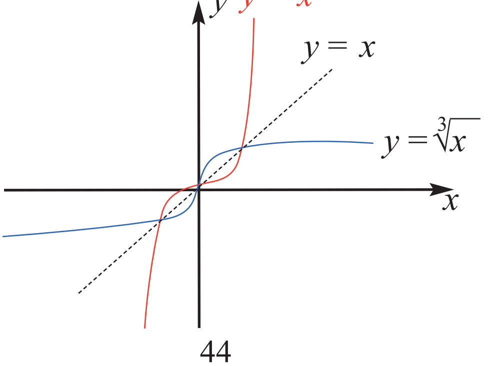
Sxematik təsvirdən də göründüyü kimi, funksiya və onun tərs funksiyasının təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu yerlərini tərsinə dəyişirlər. Deməli, onların qrafikləri də, bir-birinin əksi olmalıdırlar. Funksiya və tərs funksiyanın qrafikləri $y = x$ oxuna nəzərən bir-birinin güzgü əksidir, yəni bu oxa nəzərən simmetrikdirlər.

f funksiyasının qrafiki verilmişsə, onun tərsi olan funksiyanın qrafikini $y = x$ düz xəttinə simmetrik çevirmək ilə almaq olar.



? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

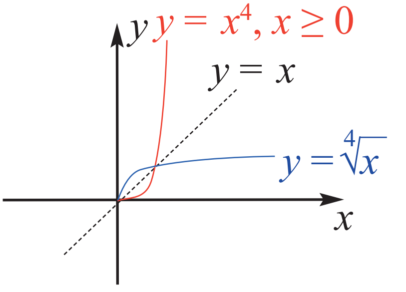
D.8 Həlli: a) $f(x) = x^3$ funksiyasının həm təyin oblastı, həm də qiymətlər çoxluğu $(-\infty; +\infty)$ aralığıdır. İstənilən $x_1 < x_2$ üçün $x_1^3 < x_2^3$ olduğundan funksiya artandır. $y = x^3$ yazıb, $x = \sqrt[3]{y}$ alırıq. Burada x ilə y-in yerlərini dəyişməklə tərs funksiyanı $y = \sqrt[3]{x}$ şəklində yazaq. $y = x^3$ kub parabolasının $y = x$ düz xəttinə nəzərən əksetməsi ilə $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyasının qrafiki alınır. $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyasının təyin oblastı $D(f) = (-\infty; +\infty)$, qiymətlər çoxluğu $E(f) = (-\infty; +\infty)$. $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyasının qrafikinin qiymətlər cədvəli tərtib etməklə qurulması da tövsiyə edilir.



b) $y = x^4$, $x \geq 0$ funksiyası üçün $D(f) = [0; +\infty)$; $E(f) = [0; +\infty)$, $0 \leq x_1 < x_2$ olduqda $x_1^4 < x_2^4$ olduğundan verilən funksiya artandır. Deməli, tərsi var və tərs funksiya da artandır. $x = \sqrt[4]{y}$ bərabərliyində x-lə y-in yerini dəyişməklə alırıq:

$y = \sqrt[4]{x}$, $D(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$, $E(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$

$y = x^4$, $x \geq 0$ və $y = \sqrt[4]{x}$ funksiyaların qrafikləri $y = x$ düz xəttinə nəzərən simmetrikdirlər.



İşçi vərəq N 9

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

Verilən funksiyanın tərsi olan funksiyanın düsturunu yazın.

1) $h(x) = \sqrt[3]{x} - 3$ 2) $g(x) = \dfrac{1}{x} - 2$ 3) $g(x) = -4x + 1$

Verilən funksiyaların qarşılıqlı tərs funksiya olub-olmadığını yoxlayın.

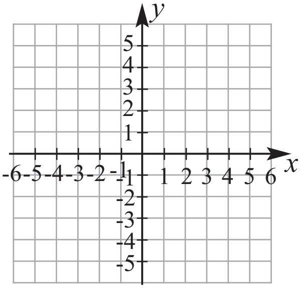
1) $f(n) = \dfrac{-16 + n}{4}$, $g(n) = 4n + 16$

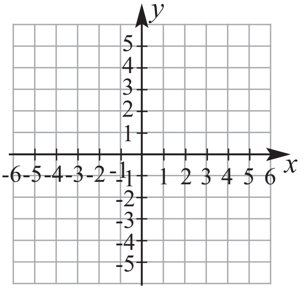
2) $f(x) = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{3}$, $g(x) = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}$

3) $f(n) = \sqrt[3]{n - 3}$, $g(n) = 3 + n^3$

Verilən funksiyanın tərs funksiyasını müəyyən edin və qrafikini çəkin.

1) $f(x) = -1 - \dfrac{1}{5}x$ 2) $g(x) = \dfrac{1}{x - 1}$





Dərs 17. Dərslik səh. 39-40. Bəzi funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu.

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, funksiya verilərkən təyin oblastı müəyyən qiymətlər intervalında məhdudlanmış ola bilər. Bu məhdudlaşdırma situasiyaya görə dəyişə bilər. Məsələn, $y = 2x - 1$ funksiyasının təyin oblastı situasiyaya görə $x \geq 2$, $-1 \leq x \leq 2$ kimi məhdudlaşdırıla bilər. Lakin bu funksiyaya ümumi şəkildə baxılsa, arqument $-\infty$-dan $+\infty$-a qədər istənilən həqiqi qiymətləri ala bilər. Lakin bir çox funksiyalar da var ki, onlar arqumentin müəyyən qiymətlərində təyin olunmamışdır, yəni bu qiymətlər onun təyin oblastına daxil deyil. Bu halda verilən analitik düstura görə bu qiymətləri müəyyən etmək lazım gəlir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.4. c) $h(x) = \sqrt{2-x}$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın.
Həlli: Təyin oblastı x-in $2 - x \geq 0$, yəni $x \leq 2$ şərtini ödəyən qiymətləridir:
$D(h) = (-\infty; 2]$. $2 - x \geq 0$ olduqda $\sqrt{2-x} \geq 0$, yəni $h(x) \geq 0$. Deməli, verilmiş funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[0; +\infty)$ aralığıdır.

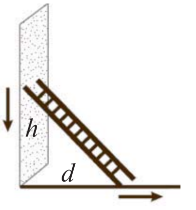
D.6. Həlli: $y = \sqrt{x^2 - mx + 8}$ funksiyasının qrafiki M (2; 2) nöqtəsindən keçirsə, $2 = \sqrt{2^2 - m \cdot 2 + 8}$ olmalıdır. Buradan $m=4$. Onda $y = \sqrt{x^2 - 4x + 8}$ düsturunu alarıq və onu $y = \sqrt{(x-2)^2 + 4}$ şəklində yazmaq olar. $(x-2)^2 + 4 \geq 4 > 0$ olduğundan aydındır ki, funksiya x-in istənilən qiymətində təyin olunmuşdur, yəni $D(y) = (-\infty; +\infty)$
Digər tərəfdən $\sqrt{(x-2)^2+4} \geq \sqrt{4} = 2$, yəni $y \geq 2$. Başqa sözlə, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2;+\infty)$ aralığıdır.

Sinifin bilik səviyyəsindən asılı olaraq, aşağıdakı nümunənin araşdırılması da tövsiyyə olunur.

Nümunə. $y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın.
Həlli: Arqumentin $x^2 - 1 = 0$ bərabərliyini ödəyən qiymətləri təyin oblastına daxil ola bilməz. Deməli, $x \neq -1$ və $x \neq 1$ olmalıdır.
Təyin oblastı: $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$
İndi isə qiymətlər çoxluğunu tapaq. $\dfrac{1}{x^2 - 1} = y$ olduğundan $x^2 = \dfrac{1}{y} + 1$ olur.
$x^2 \geq 0$ olduğuna görə $\dfrac{1}{y} + 1 \geq 0$ olmalıdır. Bu bərabərsizliyi həll edərək alırıq ki, verilmiş funksiyanın qiymətlər çoxluğu $(-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$ olur.

! Funksiya qrafiklə verilmişdirsə, qrafikin üzərindəki nöqtələri x oxu və y oxu üzərinə proyeksiyalamaqla funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər oblastını tapmaq olar. Verilən təyin oblastına görə qrafikin uc nöqtələrinin qeyd olunmasına diqqət yetirilməlidir.

D.7 Həlli: a) Pifaqor teoreminə görə $h^2+d^2 = 3^2$, buradan isə $h = \sqrt{9-d^2}$ alırıq. b) Real həyati situasiyaya uyğun funksiyanın təyin oblastı $0 \le d \le 3$, qiymətlər oblastı $0 \le h \le 3$ şərtindən tapılır.



İşçi vərəq N 10

Adı _____ Soyadı______ Tarix________

1) Funksiyanın təyin oblastını tapın.

a) $y = x^2 - 7x + 10$ b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ c) $y = x^2 + x^{-2}$

d) $y = \frac{x+4}{x-2}$ e) $f(x) = \frac{3x - 9}{x^2 - x - 2}$ f) $f(x) = \sqrt{4-x}$

g) $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$ h) $y = \frac{\sqrt{3x - x^2}}{\sqrt{x-1}}$ i) $y = \sqrt{\frac{3x - x^2}{x-1}}$

2) Funksiyanın qiymətlər çoxluğunu göstərin.

a) $y = 4 - x^2$ b) $y = \sqrt{16 - x^2}$

c) $y = \sqrt{16 + x^2}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

Dərs 18-19. Dərslik səh. 41-42. Ümumiləşdirici tapşırıqlar

Ümumiləşdirici tapşırıqlar özünüqiymətləndirmə, eləcə də bölmə üzrə summativ qiymətləndirməyə hazırlıq məqsədilə yerinə yetirilir.

D.7. $f(x) = x \cdot f(x-1)+2$ olduğu məlumdur. $f(2)$-ni tapın

Həlli: Verilmiş münasibətdə $x=0$; $x=1$; $x=2$ qiymətlərini ardıcıl olaraq yazaq və nəticəni hər sonrakı mərhələdə nəzərə alaq:

$x=0$ olduqda, $f(0) = 0 \cdot f(-1) + 2=0 + 2 = 2$

$x=1$ olduqda, $f(1) = 1 \cdot f(0) + 2=1 \cdot 2 + 2 = 4$

$x=2$ olduqda, $f(2) = 2 \cdot f(1) + 2=2 \cdot 4 + 2 = 10$

D.13. a) $f(x)= \dfrac{x+2}{x-1}$ funksiyasının təyin oblastı $x - 1 \neq 0$ şərtindən tapılır.

Buradan alırıq ki, funksiya $x \neq 1$ olduqda təyin olunmuşdur. $D(f) = (-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

b) $f(x)= \dfrac{x+2}{x-1}$ düsturunda $x = t - 4$ yazaq.

$f(t - 4)= \dfrac{t-4+2}{t-4-1} = \dfrac{t-2}{t-5}$

Buradan $f(x-4) = \dfrac{x-2}{x-5}$ alarıq.

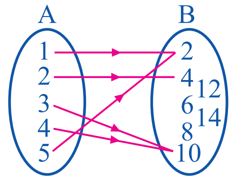
$f(x-4) < 0$ münasibətini ödəyən x-ləri tapmaq üçün $\dfrac{x-2}{x-5} < 0$ bərabərsizliyini həll etməliyik. İntervallar üsulunu tətbiq edərək tapırıq ki, bu bərabərsizliyin həllər çoxluğu $(2; 5)$ aralığıdır.

Funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Asılılığın funksiya olub olmadığını müəyyən edir	
2	Funksiyanın xassələrini müəyyən edir (təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu, sıfırlarını, artma və azalma intervallarını, ekstremumlarını, tək və ya cüt olduğunu)	
3	Hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır, qrafikini qurur, qiymətlərini hesablayır	
4	Cüt və ya tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının qrafiklərini qurur	
5	Funksiyaların çevrilmələrini əsas funksiyaya görə qrafik olaraq, analitik düsturla. sözlə təqdim edir	
6	Funksiyanın verilmiş qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə onun tərs funksiyasının olub-olmadığını yoxlayır, düsturunu analitik yolla müəyyən edir	
7	Verilən funksiyalara görə mürəkkəb funksiyanın düsturunu yazır, qiymətlərini hesablayır	

Dərs 20. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Asılılıq xəritəsinə görə A və B çoxluqları arasındakı uyğunluğa funksiya demək olarmı? Fikrinizi əsaslandırın.



2) $f(x) = -\sqrt{-4x+5}$ funksiyasının təyin oblastı hansıdır?
a) bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
b) $x \le -1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
c) $x \ge 1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
d) $x \le 1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu

3) Hər bir funksiyaya uyğun əsas funksiyanı yazın. Uyğun çevrilmələri sözlə yazın.
a) $f(x) = 4x - 1$ b) $h(x) = 2(x-4)^2 + 3$ c) $g(x) = |x-2| + 4$ d) $m(x) = \sqrt{x+2} - 1$

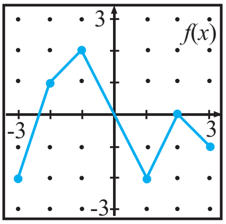
4) Hansı funksiya $y = x^3$ funksiyasının x oxuna görə əksetməsindən 4 vahid aşağı sürüşdürülməsini ifadə edir?
a) $f(x) = -(x-4)^3$ b) $f(x) = -x^3 - 4$ c) $f(x) = -x^3 + 4$ d) $f(x) = -(x+4)^3$

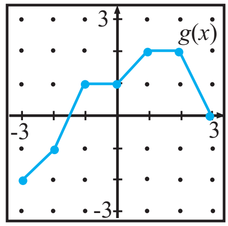
5) Verilən funksiyaların təyin oblastlarını aralıq şəklində yazın.
a) $f(x) = \sqrt{x-3}$ b) $f(x) = -x^2 - 3$ c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$

6) $y = -0,5(x+3)^2 + 4,5$ funksiyasının: a) sıfırlarını; b) işarə sabitliyi aralıqlarını; c) artma aralığını; d) azalma aralığını tapın.

7) Arqumentin hansı qiymətində $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ funksiyasının qiyməti 2-yə bərabərdir?

8) Verilən qrafiklərə görə mürəkkəb funksiyaların qiymətlərini müəyyən edin.



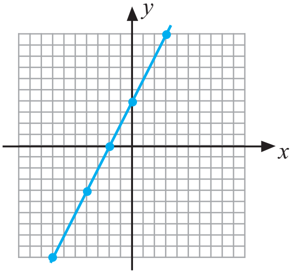


a) $(f \circ g)(1)$ b) $(f \circ f)(1)$ c) $(g \circ f)(1)$ d) $(g \circ g)(0)$

9) $f(x) = x^2 - 3$ və $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ olduqda $f(g(x)) \le 0$ bərabərsizliyini həll edin.

10) $y = 2x + 4$ funksiyasının qrafiki verilmişdir.

a) Tərs funksiyasının qrafikini çəkin.



b) Koordinatların dəyişməsini yazın. $(x; y) \rightarrow (y; x)$

$(-7; -10) \rightarrow$

$(-4; -4) \rightarrow$

$(-2; 0) \rightarrow$

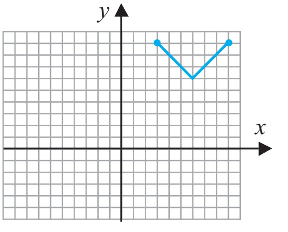
$(0; 4) \rightarrow$

$(3; 10) \rightarrow$

c) Tərs funksiyanın düsturunu cəbri üsulla tapın.

11) $f(x) = \sqrt{x}$ olarsa, $g(x)=2 \cdot f(x+4)+1$ çevrilməsinə uyğun qrafiki çəkin.

12) Funksiyanın qrafikinin x oxuna nəzərən əks etməsinə görə qeyd olunmuş üç nöqtənin yeni koordinatlarını yazın.



13) Hissə-hissə verilmiş funksiyanın qrafikini qurun.

$$f(x) = \begin{cases} 3, \text{ əgər } -1 \leq x < 2 \\ 5, \text{ əgər } 2 \leq x < 4 \\ 8, \text{ əgər } 4 \leq x < 9 \\ 10, \text{ əgər } 9 \leq x < 12 \end{cases}$$

14) $f(x) = 4x + 6$ və $g(x) = x - 9$ funksiyalarına görə $(f \circ g)(x)$ funksiyasının düsturu hansıdır?

a) $4x - 54$ b) $4x - 3$ c) $4x - 30$ d) $4x^2 - 30x - 54$

15) N(–2;1) nöqtəsi $f(x) = x^3 - x + m$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. $f(-1)$-i tapın.

16) $f(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$ funksiyasının tək-cütlüyünü araşdırın.

17) $f\left(\dfrac{x+1}{2}\right) = x + 2$ olarsa, tapın: a) $f(0)$ b) $f(1)$ c) $f(x)$

18) $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ funksiyasının tərs funksiyasını yazın. Tərs funksiyanın qiymətlər çoxluğunu göstərin.

2. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir. 3.1.3. Fəzada düz xətlə müstəvi arasındakı bucağın, iki müstəvi arasındakı bucağın necə təyin olunduğunu bilir və məsələlər həllində onlardan istifadə edir. 3.1.4. Üç perpendikulyar haqqında teoremi və tərs teoremi tətbiq edir.	21	Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi	1	44
	22	Fəzada düz xətlərin və düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyəti	1	50
	23-26	Düz xəttin müstəviyə paralelliyi. Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığı. Perpendikulyar və maillər	4	51
	27	Üç perpendikulyar teoremi.	1	55
	28-29	Müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti. İkiüzlü bucaqlar. Perpendikulyar müstəvilər.	2	58
	30-33	Paralel müstəvilər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	4	61-68
	34	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		14	

Dərs 21. Dərslik səh. 44-46. Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi

Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

Riyazi lüğət fəza, müstəvi, nöqtə, düz xətt, komplanar nöqtələr, kollinear nöqtələr

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

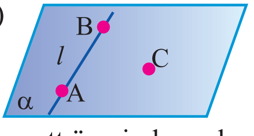
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

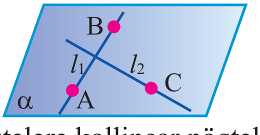
- *fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi anlayışını real situasiya üzərində modelləşdirir;*
- *fəzada müstəvi anlayışını uyğun teoremi isbat etməklə və həndəsi təsvirli məsələlər həll etməklə göstərir;*
- *fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini həndəsi təsvir edir.*

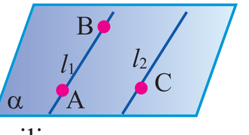
Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvinin modelinə aid nümunələr söylənilir. Fəzada nöqtə modeli olaraq, göyə atılmış topu (tennis topu, voleybol topu və s.), səmadakı quş, təyyarə və s. kimi misallar göstərilir. Söylənilənləri Yerə nəzərən nöqtə kimi qəbul etmək olar. Masa üzərində qum dənəsi (duz, şəkər tozu və s. dənələri), göldə üzən qazlar, göydə uçan quş, səmada ulduz müstəvi üzərində nöqtə modeli ola bilər. Boru xətləri, elektrik naqilləri fəzada düz xəttin modeli ola bilər. Fəza fiqurlarının tilləri fəzada düz xətt modelidir. Fəza fiqurlarının üzləri fəzada müstəvi modelləridir. Binanın müxtəlif tərəflərdən görünüşlərinin hər biri bir müstəvi modelidir.

Əyanliyin əsasında fəzanı aydın təsəvvür etmə vərdişləri yaradılır. Dərs üçün lazım olan modelləri müəyyən mənada həmişə sinifdə olan əşyalardan düzəltmək olar. Məsələn,karandaşdan düz xətt modeli kimi,yazı lövhəsindən, divarın, döşəmənin, tavanın səthindən müstəvi modeli kimi istifadə edilə bilər.

Şagird müstəvinin mövcudluğu üçün bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtənin zəruri olduğunu başa düşür. Aksiomun mənasını izah edən misalları şagirdlərin ozləri göstərsələr daha yaxşı olar. Məsələn,iki "nöqtəsi" bərkidilmiş (həncama ilə) qapı sərbəst fırlanır, yəni açılır və bağlanır, lakin qapını üçüncü bir "nöqtə" ilə bərkitsək, (cəftə ilə bağlamaq) qapı fırlanmır, yəni qapı divarın müstəvisi üzərində "yerləşir". Nəticə olaraq isə bir düz xətt və onun xaricində götürülmüş nöqtədən, iki kəsişən düz xətdən bir müstəvinin keçirilməsinin mümkün olduğu araşdırılır.

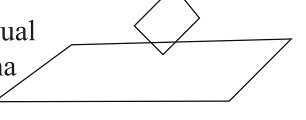
a)


b)


c)


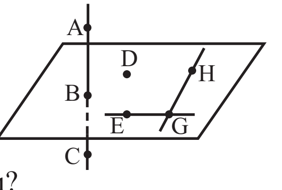
Bir düz xətt üzərində yerləşən nöqtələrə kollinear nöqtələr deyilir.
Bir müstəvi üzərində yerləşən nöqtələrə komplanar nöqtələr deyilir.

Kartondan kəsilmiş paraleloqramın iki modelini iki müxtəlif müstəvidə elə yerləşdırmək olarki,onların yalnız bir ortaq nöqtəsi (paraleloqramlardan birinin təpə nöqtəsi) olar.Belə sual qoyulur:"Bu iki müstəvinin yalnız bir ortaq nöqtəsi olacağına misal ola bilərmi?"



Şagirdlər başa düşürlər ki,verilmiş modeldə baxılan müstəvilərin ortaq nöqtəsindən keçən düz xətt göstərilməmişdir.

Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvilər həndəsi olaraq hər hansı fəza fiquru üzərində və ya aşağıdakı kimi tapşırıq üzərində təsvir edilə və göstərilə bilər.

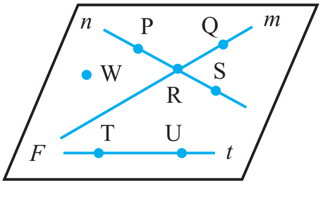


1) Müstəvini 3 hərflə adlandırın _______
2) AC düz xətti müstəvini hansı nöqtədə kəsir? ______
3) HG və GE düz xətləri hansı nöqtədə kəsişirlər? _____
4) Üç kollinear nöqtəni yazın: _______
5) Müstəvi üzərində olmayan nöqtəni göstərin: ______
6) H, D, E və B nöqtələrinə komplanar nöqtə demək olarmı? ______
7) Çəkin və işarələyin:
a) ABC müstəvisini b) α müstəvisini
8) ABC müstəvisini M nöqtəsində kəsən PR düz xəttini
e) α müstəvisi üzərində olmayan M nöqtəsini
f) Kollinear olmayan L, P, T nöqtələrini

Sadə həndəsi anlayışları izahetmə bacarıqlarının qiymətləndirilməsi

İzahların qarşısında uyğun hərfləri yazın və bir nümunənin həndəsi təsvirini çəkin.

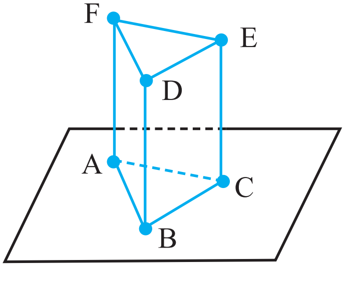
Tapşırıqları şəklə görə yerinə yetirin.



a) Müstəvini müxtəlif şəkildə olmaqla 4 adla yazın.

b) Kollinear olmayan üç nöqtənin adlarını yazın.
c) Üç kollinear nöqtənin adlarını yazın

Tapşırıqları şəklə görə yerinə yetirin.



a) Şəkildə neçə müstəvi var?

b) Müstəvilərin adlarını yazın.

c) B nöqtəsi ilə komplanar olan üç nöqtənin adını yazın.

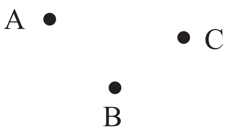
d) B nöqtəsi hansı müstəvilərə aiddir, adlarını yazın.

İşçi vərəq №1

Adı ________ Soyadı___________ Tarix________________

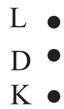
1) "Verilən nöqtələrdən yalnız bir müstəvi keçirmək olar" fikrinə uyğun "hə" və "yox cavabını haşiyəyə alın. Fikrinizi həndəsi təsvirlə də əsaslandırın.

a)



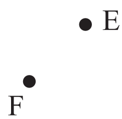
hə yox

b)



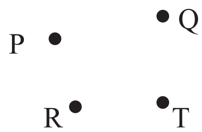
hə yox

c)



hə yox

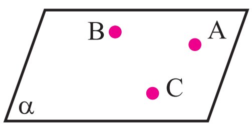
d)



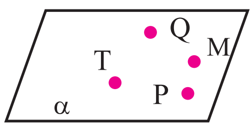
hə yox

2) Verilən nöqtələrin komplanar olub-olmadığına görə "hə" və "yox" cavablarını seçin. Əsasınızı yazın.

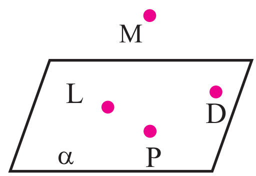
a) hə yox



b) hə yox



c) hə yox



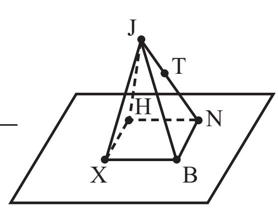
____

____

3) Aşağıdakıları çəkin və adlandırın.
a) α müstəvisi üzərində R, S, T, E komplanar nöqtələrini
b) α müstəvisi üzərində A, B, C, D kollinear nöqtələrini

4) Şəklə görə yerinə yetirin.

a) Şəkildə neçə müstəvi var? _____
b) H nöqtəsi hansı müstəvilərin üzərindədir? ______
c) Üç kollinear nöqtənin adını yazın: ______
d) XBN müstəvisi üzərində olmayan iki nöqtəni yazın: _____
e) Komplanar 4 nöqtəni yazın: _______
f) J nöqtəsinin üzərində olmadığı düz xəttin adını yazın ______
g) Kollinear olmayan üç nöqtənin adını yazın ______



Dərs 22. Dərslik səh. 47-49. Fəzada düz xətlərin və düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyəti

Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

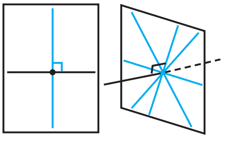
- *düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətlərinə görə həndəsi xassələrini sözlə ifadə edir, həndəsi olaraq təsvir edir;*
- *düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə görə həndəsi xassələrini sözlə ifadə edir, həndəsi olaraq təsvir edir.*

Fəzada düz xətlərin, düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətləri real situasiyalar üzərində modelləşdirilir.

Düz xətt və müstəvinin kəsişmə modeli

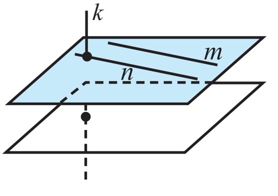
Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti və düz xətlə müstəvinin kəsişmə modeli ola bilər.

Şagird müstəvi üzərində verilən nöqtədən verilən düz xəttə bir perpendikulyar çəkməyin, fəzada isə bir nöqtədən düz xəttə sonsuz sayda perpendikulyar çəkməyin mümkün olduğunu başa düşür.

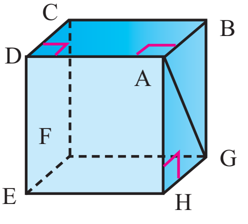


Dərslikdə verilmiş hər bir teoremin sözlə ifadəsini, həndəsi təsvirini, isbatını sinifdə müzakirə ilə izah etdikdən sonra şagirdlərə ev tapşırığı olaraq bir daha yerinə yetirmələri tövsiyə edilir. Həmçinin teoremi başa düşdüyünü tətbiqi nümunələrlə izah etmələri çox vacibdir.

Fəzada düz xətlər paralel ola bilər, kəsişə bilər, üst-üstə düşə bilər və çarpaz ola bilər. Paralel düz xətlərin heç bir ortaq nöqtəsi yoxdur, kəsişən xətlərin bir ortaq nöqtəsi var, üst-üstə düşən xətlərin birdən çox ortaq nöqtəsi var. Şəkildəki m və n xətləri paralel, m və k xətləri çarpaz, n və k xətləri kəsişən düz xətlərdir. Paralel düz xətlər eyni müstəvi üzərində yerləşən düz xətlərdir. Lakin çarpaz düz xətlər müxtəlif müstəvilər üzərində yerləşirlər. Bu məsələlərə hökmən modellərin göstərilməsi ilə baxılmalıdır. Bu xassələri təqdim etmək üçün ən uyğun model kub modelidir.



Kubun düz xətt parçası olan tillərini özündə saxlayan düz xətlər paralel, kəsişən və çarpaz düz xətlərə nümunə kimi göstərilir. Şagirdin çarpaz xətləri nümunədə çəkib göstərmə bacarıqlarına diqqət edilir. Şagirdlərlə aşağıdakı kimi şifahi müzakirələr aparılır.



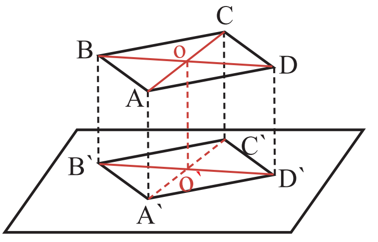
a) A nöqtəsini özündə saxlayan və CD-yə paralel olan xətt (lər)
b) A nöqtəsini özündə saxlayan və CD-yə çarpaz xətt (lər)
c) A nöqtəsini özündə saxlayan və CD-yə perpendikulyar olan xətt (lər).

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.16. Həlli: $AA` || BB` || DD` || CC`$ olduğundan $ACC`A`$ dördbucaqlısı trapesiyadır və $OO`$ onun orta xəttidir.

$OO` = \frac{AA`+CC`}{2} = \frac{3+7}{2} = 5$

Digər tərəfdən $OO`$ həm də $BDD`B`$ trapesiyasının orta xəttidir.



$OO` = \frac{BB`+DD`}{2}$ olduğundan $5 = \frac{4+DD`}{2}$.

Buradan $DD` = 6$ sm

İşçi vərəq №2

Adı ________ Soyadı___________ Tarix________________

1) **Sadə həndəsi anlayışları izah etmə bacarığı.** Ötürülmüş sözlərin yerinə uyğun gələni yazın.

Düz xətt _________ nöqtədən ibarətdir.

a) iki b) üç c) sonsuz sayda d) bir

İki müxtəlif düz xəttin kəsişməsi _________.

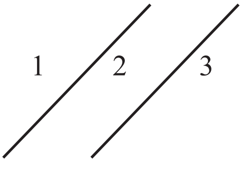
a) nöqtədir b) parçadır c) şüadır d) müstəvidir

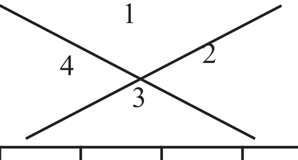
Düz xətlə müstəvi ________________________ kəsişir.

a) parça üzrə b) yarımdüz xətt üzrə c) müstəvi üzrə d) bir nöqtədə

2) Düz xətlər qarşılıqlı vəziyyətlərindən asılı olaraq müstəvini müxtəlif sayda hissələrə bölür. Məsələn, iki paralel düz xətt müstəvini 3 hissəyə, iki kəsişən düz xətt müstəvini 4 hissəyə bölür. Bunu nəzərə alaraq düz xətlərin sayına görə müstəvinin ən çoxu neçə hissəyə bölünməsini göstərən cədvəli doldurun.

Hissələrin dəyişmə qaydasını yazın.





Müstəvi üzərində düz xətlərin sayı	0	1	2	3	4
Müstəvi üzərindəki hissələrin sayı ən çox olmaqla					

Dərs 23-26. Dərslik səh. 50-54. Düz xətlə müstəvinin paralelliyi. Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığı. Perpendikulyar və maillər. 4 saat

Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *düz xətlə müstəvi arasındakı bucağı həndəsi olaraq təsvir edir*

Riyazi lüğət • proyeksiya

1-ci saatda düz xəttin müstəviyə paralellik əlaməti haqqında teoremin isbatı və alınan nəticələr müzakirə edilir.
D2.tapşırığının ümumsinif müzakirəsi mövzunun daha dərindən öyrənilməsinə zəmin yaradır.
Şagirdlər düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətlərini aydın təsəvvür etməli, teoremləri ifadə etməyi və onların mənasını uyğun model üzərində izah etməyi bacamalıdırlar.
2-ci saatda düz xətlə müstəvinin perpendikulyarlığı öyrənilir.Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlıq əlaməti haqqında teoremin dərslikdə verilmiş isbatı mərhələlərlə müzakirə edilərək yerinə yetirilir.
Sual verilir: Hər hansı müstəvi üzərində düz xəttin verildiyini fərz edək.Verilmiş düz xətti kəsib, ona perpendikulyar olan və verilmiş müstəvi üzərində yerləşməyən düz xətt varmı?
Şagirdlər belə nəticəyə gəlirlər ki,verilmiş düz xətin ixtiyari nöqtəsindən sonsuz sayda belə düz xətt keçir.
Qurulmuş düz xəttin müstəvi üzərində bir deyil, iki kəsişən düz xəttə perpendikulyar olması halı mümkündürmü? Belə halın mümkünlüyünü göstərən misallar müxtəlif modellərdə illüstrasiya edilir.
3-4 -cü saatlarda müstəviyə perpendikulyar, mail, mailin proeksiyası, maillə müstəvi arasındakı bucaq anlayışları verilir və dərslikdə verilmiş tapşırıqların həlli yerinə yetirilir. Şagirdlər düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətinə aid həndəsi izahları yazılı və şifahi olaraq ifadə etməyi bacarmalıdırlar. Verilən nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyara görə aşağıdakı nəticələri ümumiləşdirmək olar:
- verilmiş nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyar bu nöqtədən çəkilmiş maillərdən qısadır;
- bir nöqtədən müstəviyə qədər olan məsafə bu nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyarın uzunluğuna bərabərdir;
- müstəviyə paralel olan düz xətdən müstəviyə qədər məsafə düz xətt üzərində götürülmüş nöqtədən müstəviyə qədər məsafəyə bərabərdir.

Parçanı düz xətt və ya müstəvi üzərinə proyeksiyalayan zaman parçanın müstəvini kəsdiyi və parçanın müstəvini kəsmədiyi hallara (modeli göstərməklə) baxmaq lazmdır.

Düz xətlə müstəvi arasındakı bucağı müxtəlif ölçülərdə bucaqlar çəkməklə nümayiş etdirirlər. Bu zaman mailin proyeksiyasının çəkilməsi bacarıqlarına diqqət edilir. Şagird düz xətlə müstəvi arasında qalan bucağa aid məsələlərin verilən hipotenuza görə düzbucaqlı üçbucağı çəkmə və onu həll etmə məsələlərinə gətirildiyini başa düşür.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.7 Həlli:

Verilir:

$AD \perp \alpha$

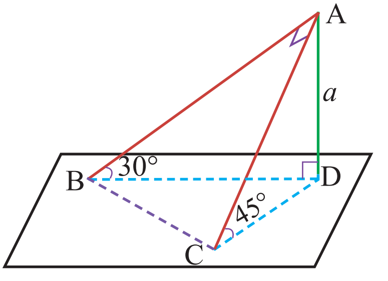
$\angle ABD = 30°$

$\angle ACD = 45°$

$\angle BAC = 90°$

$AD = a$

Tapın: $BC = ?$



Həlli

ΔABD-da 30°-li bucaq qarşısındakı katetin uzunluğu a olduğundan hipotenuz $2a$-ya bərabərdir: $AB = 2a$

ΔACD-da iti bucaq 45° olduğundan katetlərin uzunluqları eynidir:

$CD = AD = a$. Buradan $AC = \sqrt{2}a$

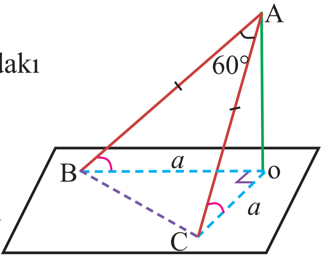
ΔBAC -dən $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$

D.8 Maillərin proyeksiyaları a olarsa, oturacaqları arasındakı məsafə Pifaqor teoreminə görə $BC = a\sqrt{2}$ olar.

Şərtə görə ΔABC bərabərtərəfli üçbucaqdır:

$AB = AC = BC = a\sqrt{2}$

ΔAOB-dən $\cos\angle ABO = \dfrac{BO}{AB} = \dfrac{a}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ olduğundan alırıq ki, hər bir mailin öz proyeksiyası ilə arasındakı bucaq 45° dir.



D.9 b)

Verilir:

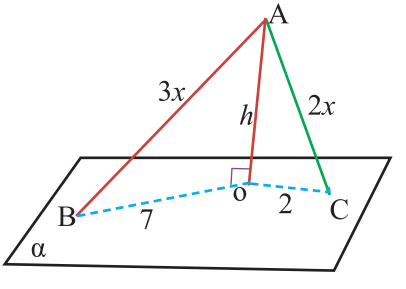
$AO \perp \alpha$

$AC:AB=2:3$

$OC = 2$ sm

$OB = 7$ sm

Tapın: AC və AB



Həlli: $AC=2x$; $AB=3x$; $AO=h$ işarə edək.

Pifaqor teoreminə görə ΔAOC-dən $h^2=4x^2-4$,

ΔAOB-dən isə $h^2=9x^2-49$ alırıq. Buradan $9x^2-49=4x^2-4$, $5x^2=45$, $x=\pm3$ tapılır.

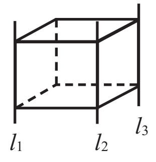
Məsələnin həndəsi mənasına görə $x=3$ olmalıdır. Deməli, $AC=2\cdot3=6$ sm; $AB=3\cdot3=9$sm

İşçi vərəq № 3

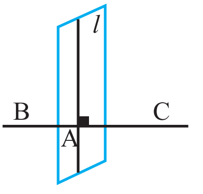
Adı ________ Soyadı___________ Tarix________________

Aşağıda fikirlərdən hansının doğru, hansının səhv olduğunu verilən şəkillərə görə müəyyən edin. Şəkilləri dəftərinizdə çəkin və cavabınızı yazın.

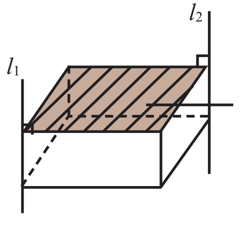
1. İki düz xətt üçüncü düz xəttə paraleldirsə, bu düz xətlər pararleldir.



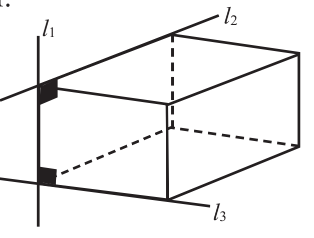
2. Müstəvi xaricində götürülmüş nöqtədən bu müstəviyə yalnız və yalnız bir perpendikulyar çəkmək olar.



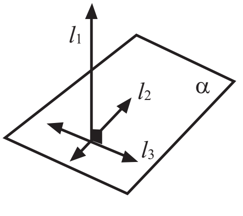
3. İki düz xətt eyni müstəviyə perpendikulyardırsa, onlar paraleldir.



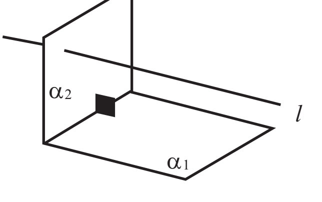
4. İki düz xətt eyni düz xəttə perpendikulyardırsa, onlar paraleldir.



5. Düz xətt müstəvi üzərində yerləşən iki kəsişən düz xəttə perpendikulyardırsa, düz xətt müstəviyə də perpendikulyardır.



6. Düz xətt iki perpendikulyar müstəvidən birinə paraleldirsə, digərinə də paraleldir.



Dərs 27. Dərslik səh. 55-57. Üç perpendikulyar teoremi.

Məzmun standartı

3.1.4. Üç perpendikulyar haqqında teoremi və tərs teoremi tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

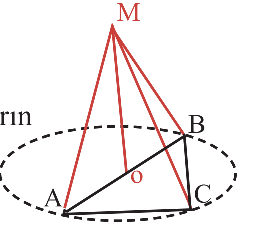
● *fəzanın verilmiş nöqtəsindən müstəvi üzərində yerləşən çoxbucaqlıların təpələrinə və tərəflərinə qədər məsafəni tapır.*

Üç perpendikulyar haqqında teoremi hər bir şagird real əşyalarla modelləşdirməyi, teoremin mətnini şifahi və yazılı olaraq həndəsi təsvirlə ifadə etməyi bacarmalıdır.

Dərsin müəyyən hissəsi nöqtədən müstəviyə qədər məsafə anlayışının formalaşmasına ayrılır. Nöqtədən düz xəttə qədər və iki paralel düz xətt arasındakı məsafəni tapmağa aid məsələlər həll edilir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.

D.3 Həlli: ΔABC-də $\angle C=90°$
$AC=6$, $BC=8$ olarsa, Pifaqor teoreminə görə $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$
ΔABC-nin xaricinə çəkilmiş çevrənin O mərkəzi AB hipotenuzunun orta nöqtəsidir: $AO=OB=5$
O nöqtəsindən üçbucaq müstəvisinə qaldırılmış perpendikulyarın üzərindəki ixtiyari nöqtə üçbucağın təpə nöqtələrindən eyni məsafədə yerləşir. Şərtə görə $MA=MB=MC=13$ olduğundan ΔAOM -dən tapırıq.
$MO=\sqrt{MA^2-AO^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ sm



Dərs 28-29. Dərslik səh. 58-63. Müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti. İkiüzlü bucaqlar. Perpendikulyar müstəvilər. 2 saat

Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

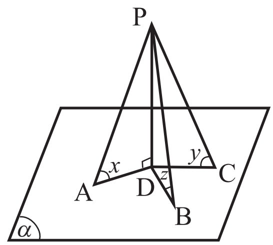
● *müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir*

● *müstəvilərin perpendikulyarlığı haqqında təklifləri sözlə ifadə edir və teoremləri isbat edir, vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir*

İşçi vərəq № 4

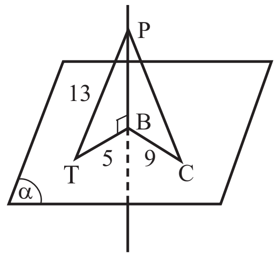
Adı ________ Soyadı___________ Tarix________________

PD⊥α $\angle PAD = x$, $\angle PCD = y$, $\angle PBD = z$ və $x < z < y$
PA = 10 sm, PC = 6 sm olduğuna görə PB-nin uzunluğu tam ədədlərlə hansılar ola bilər?

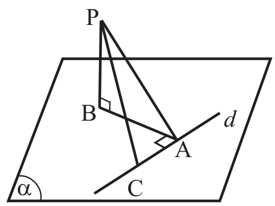


A

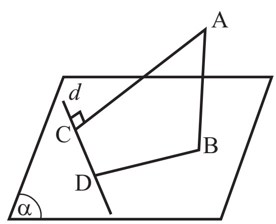
Şəkildə verilənləri yazın və PC-ni tapın.



$PB \perp \alpha$
$BA \perp d$
$PB = 12$ sm
$BA = 16$ sm
$AC = 4$ sm
$S_{\Delta PAC} = ?$



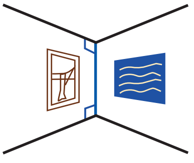
$AB \perp \alpha$
$AC \perp d$
$AC = 6$ sm
$AB = 2\sqrt{3}$ sm
$CD = 3$ sm
$BD = ?$

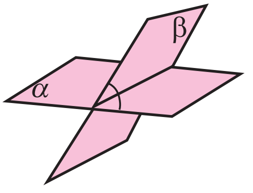


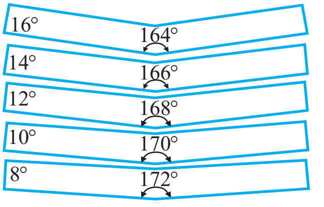
● *iki müstəvi arasındakı bucağın ikiüzlü bucaq olduğunu həndəsi təsvirlərlə göstərir, ölçüsünü uyğun xətti bucaqla müəyyən edir*

Riyazi lüğət
- ikiüzlü bucaq
- xətti bucaq

İkiüzlü bucaqları fəzada real olaraq modelləşdirmə və həndəsi təsviretmə bacarıqlarına diqqət edilir. İkiüzlü bucaqların xətti bucaqlarının ölçüsündən asılı olaraq müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətləri müəyyən olunur. Şagirdlər iki müstəvi modeli ilə (iki vərəq) onlar arasında qalan bucağın 0°-dən 180°-yə qədər dəyişməsini nümayiş etdirirlər. Hər bir şagirdin bu tapşırığı yerinə yetirdiyinə diqqət edilir.



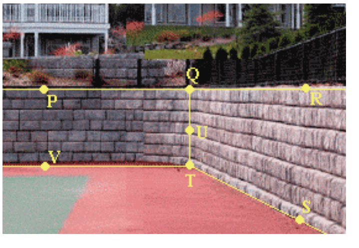




Şəkildəki qutu müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti modeli ola bilər. Şagirdlər qutu modelləri üzərində perpendikulyar müstəviləri göstərirlər.

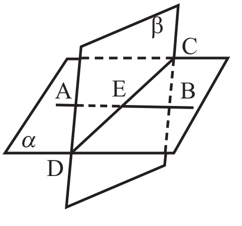
Verilən şəkil müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətlərinin modeli ola bilər.

Şagird STV, PQT, RQT müstəvilərinin perpendikulyar olduqlarını təqdim edir.

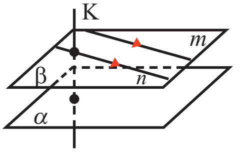


Şagirdlər verilən şərtlərə görə müstəviləri həndəsi olaraq təsvir etməyi bacarmalıdırlar.

Məsələn, verilən aşağıdakı şərtə görə şagird həndəsi təsviri aşağıdakı kimi çəkə bilər.
1) α və β müstəviləri CD xətti boyunca kəsişir. E nöqtəsi AB düz xətti ilə CD-nin kəsişmə nöqtəsidir. A,B,C,D,E nöqtələri komplanardır və α müstəvisi üzərindədirlər.



Şagirdlərlə bəzi təkliflərin həmişə, bəzən, heç vaxt doğru olub-olmadığı haqqında müzakirələr aparılır. Məsələn, "iki kəsişən düz xətt müxtəlif müstəvilər üzərindədir" təklifinin bəzən doğru olduğunu şagirdlər həndəsi təsvirlər çəkməklə göstərirlər. n və k düz xətləri kəsişirlər, lakin verilmiş müxtəlif müstəvilərin üzərindədirlər, yəni onların hər birindən müxtəlif müstəvilər keçirilə bilər.

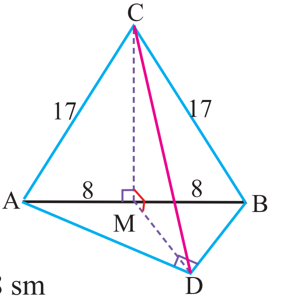


Şagirdlərə düz xətt və müstəvinin, həmçinin müstəvilərin perpendikulyarlıq şərtlərini əks etdirən ümumiləşmiş təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D18. AB oturacağı ortaq olan ABC və ABD bərabəryanlı üçbucaqların müstəviləri perpendikulyardır. AB = 16 sm, AC = BC = 17 sm, AD ⊥ BD olarsa, CD məsafəsini tapın.

Həlli: Bərabəryanlı üçbucaqda təpədən çəkilən hündürlük həm də mediandır.



CM⊥AB olduqda AM = MB = 8 sm.

ΔACM-dən Pifaqor teoreminə görə

$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ sm

ΔADB bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağında $DM = \frac{AB}{2} = 8$ sm

Üçbucaqların müstəviləri perpendikulyar olduğundan CM⊥MD olduğu aydındır.

ΔCMD-dən Pifaqor teoreminə görə alırıq: $CD = \sqrt{CM^2 + MD^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ sm

Dərs 30-33. Dərslik səh. 64-69. Paralel müstəvilər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat

Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

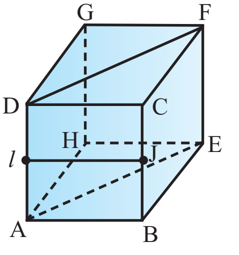
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *müstəvilərin paralelliyini real həyati situasiyalardan nümunələrlə izah edir, real əşyalarla modelləşdirir*
- *müstəvilərin perpendikulyarlığı haqqında təklifləri sözlə ifadə edir və teoremləri həndəsi təsvirlə isbat edir, vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir*

Fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinin yaşadıqları küçənin planını çəkməklə, həmçinin kartondan üçölçülü maketini yaratmaqla modelləşdirilməsi işi kiçik layihə işi kimi yerinə yetirilə bilər. Bu, şagirdin fəza təsəvvürləri, əlaqələndirmə, mühakiməetmə kimi idraki bacarıqlarla yanaşı, xəritə oxuma, konstruksiyaetmə kimi praktik bacarıqlarının da formalaşmasına xidmət edir.

Müstəvilərin paralelliyi haqqında teoremlər, təriflər və onların həndəsi təsvirləri ümumsinif fəaliyyəti olaraq müzakirə edilir.

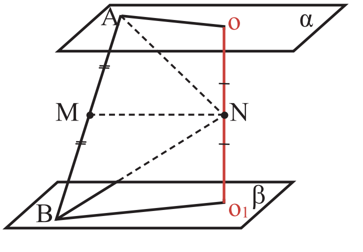
Müstəvilərin paralelliyi haqqında teoremləri və tərifləri düzgün başa düşdüyünü yoxlamaq üçün aşağıdakı tapşırığı müzakirələrlə yerinə yetirmək olar. Əvvəlcədən elan edilir ki, səsləndirilən təkliflər bəzən doğrudur, bəzən isə səhvdir.



a) Təkliflərin doğru olduğuna aid şəkildən nümunələr gətirin.
b) Təkliflərin səhv olduğunu şəkildən nümunələr gətirməklə əsaslandırın.
- iki müstəvi bir-birinə perpendikulyardırsa, bu müstəvilərdən birinə paralel olan düz xətt digərinə də perpendikulyardır.
- eyni düz xəttə paralel olan iki müstəvi bir-birinə paraleldir
- iki düz xətt eyni düz xəttə perpendikulyardırsa, bu düz xətlər paraleldir
- iki düz xətt kəsişmirsə, onlar paraleldir
- eyni müstəviyə perpendikulyar olan iki müstəvi bir-birinə paraleldir
- eyni müstəviyə paralel olan iki düz xətt bir-birinə paraleldir

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.11 Həlli:
Verilir: $\alpha \| \beta$ $OO_1 \perp \alpha$ $OO_1=4$sm
$AB=6$sm; $AO=O_1B=3$sm;
$AM=MB$; $ON=NO_1$
Tapın: $MN=?$



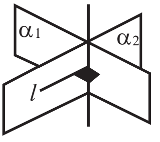
Həlli

Şərtə görə $ON=NO_1=2$ $AM=MB=3$
ΔAON -dən $AN=\sqrt{AO^2+ON^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$
ΔBON-dən $BN=\sqrt{BO^2+O_1N^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$
Deməli, ΔANB bərabəryanlıdır. Ona görə də $NM \perp AB$.
$MN=\sqrt{AN^2-AM^2}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=3$ sm

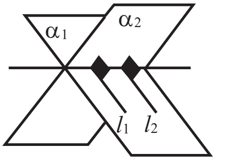
İşçi vərəq № 5

Adı ________ Soyadı___________ Tarix________________

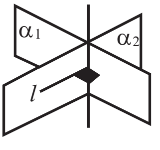
1. İki müstəvi yalnız və yalnız o zaman bir-birinə perpendikulyar olur ki, onlardan biri digərinə perpendikulyar olan düz xətdən keçir.



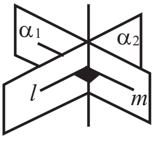
2. Eyni müstəviyə perpendikulyar olan iki düz xətt bir müstəvi üzərində yerləşir.



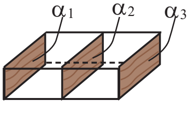
3. Əgər düz xətt müstəviyə perpendikulyardırsa, bu düz xətdən keçən istənilən müstəvi də bu müstəviyə perpendikulyardır.



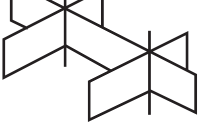
4. Düz xətt müstəviyə perpendikulyardırsa, müstəvi ilə düz xəttin kəsişmə nöqtəsindən keçən və verilən düz xəttə perpendikulyar olan istənilən düz xətt bu müstəvi üzərindədir.



5. İki müstəvi üçüncü müstəviyə paraleldirsə, bu müstəvilər paraleldir.



6. İki paralel müstəvini üçüncü müstəvi ilə kəsdikdə, onların kəsişmə xətləri bir-birinə paraleldir.



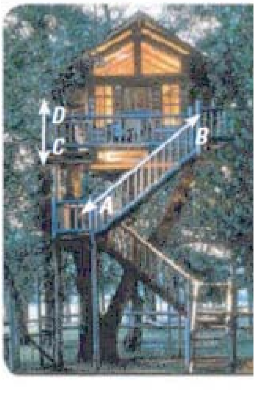
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Müstəvini müəyyən edən təklifləri sözlə və həndəsi olaraq təqdim edir	
2	Fəzada nöqtələrin, düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini sözlə, həndəsi olaraq və məsələ həlli ilə təqdim edir	
3	Düz xətt və müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətini sözlə və həndəsi olaraq təsvir edir	
4	Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığına aid tərif və teoremləri sözlə və həndəsi olaraq təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir	
5	İki müstəvinin perpendikulyarlığı haqqındakı teorem və təklifləri məsələ həllinə tətbiq edir	
6	İki müstəvinin paralelliyi haqqındakı teorem və təklifləri məsələ həllinə tətbiq edir	

Dərs 34. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Şəklə görə hansı fikrin doğru, hansının yanlış olduğunu müəyyən edin.

- ağac evin döşəməsi yerə paraleldir.
- pilləkanın konstruksiyasındakı sürahi üzrə AB və CD xətləri çarpaz xətlərdir
- pilləkan konstruksiyasındakı bütün şaquli borular həm yerə, həm də evin döşəməsinə perpendikulyardırlar.



2) Uyğun təsvirləri çəkin.

a) Üç düz xətt eyni müstəvi üzərində yerləşir və bir nöqtədə kəsişir

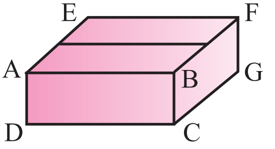
b) A, B, C, D, E nöqtələri α müstəvisi üzərində olan komplanar nöqtələrdir. AD düz xətti CE-ni B nöqtəsində kəsir. MA və ME α müstəvisini kəsir. MB α müstəvisinə perpendikulyardır.

3) Hər iki təklifdə qeyri dəqiqliklər var. Onları müəyyən edin və düzgün təklifi yazın.

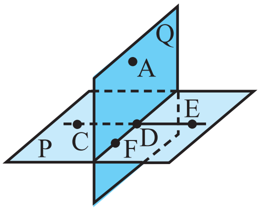
a) İstənilən üç nöqtədən yalnız bir müstəvi keçirmək olar.
b) İki müstəvi kəsişirsə, onların kəsişməsi müstəvidir.

4) Kollinear olmayan M, K,L nöqtələrini qeyd edin. M və K nöqtələrini birləşdirin və bu parçann üzərində P nöqtəsi qeyd edin, bu nöqtə ilə L nöqtəsini birləşdirin.

5) Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.
- B nöqtəsinin üzərində olduğu müstəvilərin adlarını yazın.
- BAD və FGC müstəvilərinin kəsişdiyi xətti yazın
- iki cüt çarpaz xətti yazın
- iki paralel müstəvinin və onlara perpendikulyar olan bir düz xəttin adını yazın



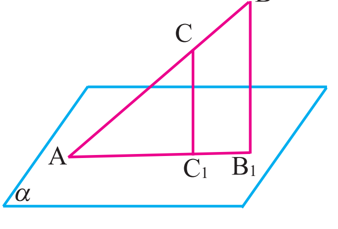
6) Aşağıdakı təklifləri verilən şəkildəki təsvirlərə görə yazın.
- iki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçirmək olar
- bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtədən yalnız bir müstəvi keçirmək olar.



7) Verilir:

$A \in \alpha$
$C \in AB$
$BB_1 \parallel CC_1$
$AC: CB=2:3$
$BB_1= 15$ sm

Tapın: $CC_1=?$



8) Verilir:

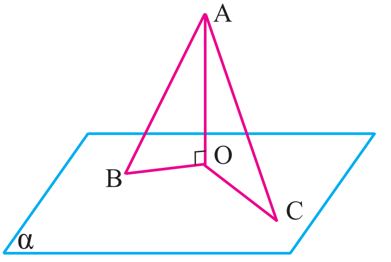
$AO \perp \alpha$

$AB = 10 sm$

$BO = 6$ sm

$CO = 15$ sm

Tapın: AC=?



9) Katetləri 6 sm və 8 sm olan düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq təpəsindən üçbucaq müstəvisinə 1 sm uzunluqda perpendikulyar qaldırılmışdır. Perpendikulyarın ucundan bu üçbucağın hipotenuzuna qədər məsafəni tapın.

10) İkiüzlü bucağın daxilində yerləşən nöqtə üzlərdən 3 sm, tildən 6 sm məsafədədir.İkiüzlü bucağın xətti bucağını tapın.

11) Müstəvini kəsməyən parçanın ucları müstəvidən 15 sm və 7 sm məsafədədir. Parçanın ortasının müstəvidən məsafəsini tapın.

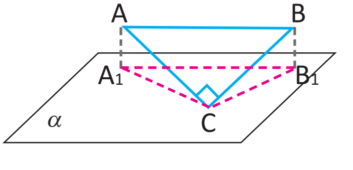
12) Nöqtə müstəviyə 15 sm və 20 sm uzunluqda iki mail çəkilmişdir. Maillərin proeksiyaları fərqi 7 sm olarsa, nöqtədən müstəviyə qədər məsafəni tapın.

13) Fəzanın M nöqtəsi katetləri 12 sm və 16 sm olan düzbucaqlı üçbucağın təpələrindən 26 sm məsafədədir. M nöqtəsindən üçbucaq müstəvisinə qədər məsafəni tapın.

14) AB oturacağı ortaq olan ABC və ABD bərabəryanlı üçbucaqlarının müstəviləri perpendikulyardır. $AB = 16$ sm, $AD = BD = 10$ sm, $AC \perp BC$ olarsa, CD məsafəsini tapın.

15) Müstəvini kəsməyən AB parçasının ucları müstəvidən $AA_1 = 3$ sm, $BB_1 = 9$ sm məsafədədir. AB parçasını $AM:MD = 1:2$ nisbətində bölən M nöqtəsindən müstəviyə qədər məsafəni tapın.

16) Düzbucaqlı ABC üçbucağının C düz bucaq təpəsindən hipotenuza paralel və ondan 1 sm məsafədə müstəvi keçirilmişdir. Katetlərin müstəvi üzərində proeksiyaları 3 sm və 5 sm olarsa, hipotenuzun proeksiyasını tapın.



3.Triqonometrik ifadələr və onların çevrilmələri

Planlaşdırma cədvəli

<table>
<tr><th>Məzmun standartı</th><th>Dərs №</th><th>Mövzu</th><th>Dərs saatı</th><th>Dərslik səh.</th></tr>
<tr><td rowspan="11">1.2.3 Əsas triqonemtrik eynilikləri bilir və onları triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.
2.1.2.Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsurlarını bilir və tətbiq edir.
2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.</td><td>35-36</td><td>Dönmə bucaqları. Bucağın radian və dərəcə ölçüsü</td><td>2</td><td>71</td></tr>
<tr><td>37-38</td><td>Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi. Xətti sürət, bucaq sürəti.</td><td>2</td><td>77</td></tr>
<tr><td>39-40</td><td>Triqonometrik funksiyalar</td><td>2</td><td>81</td></tr>
<tr><td>41-43</td><td>Vahid çevrə və triqonometrik funksiyalar</td><td>3</td><td>85</td></tr>
<tr><td>44-45</td><td>Çevirmə düsturları</td><td>2</td><td>94</td></tr>
<tr><td>46-47</td><td>Triqonometrik eyniliklər</td><td>2</td><td>99</td></tr>
<tr><td>48-50</td><td>Toplama düsturları</td><td>3</td><td>103</td></tr>
<tr><td>51-54</td><td>Toplama düsturlarından alınan nəticələr</td><td>4</td><td>107</td></tr>
<tr><td>55-57</td><td>Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.</td><td>3</td><td>112-115</td></tr>
<tr><td>58</td><td>Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Cəmi</td><td>24</td><td></td></tr>
</table>

Dərs 35-36. Dərslik səh. 71-76. Dönmə bucaqları. Bucağın radian və dərəcə ölçüsü. 2 saat

Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *bucağı şüanın təpə nöqtəsi ətrafında dönməsi kimi modelləşdirir.*
- *bir tam dönmənin 2π və ya 360° oldugunu bilir və istənilən ölçülü mənfi və müsbət işarəli bucaqları həndəsi və analitik şəkildə təqdim edir.*
- *bucağın radian ölçüsünü başa düşür*
- *bucağın dərəcə və radian ölçüləri arasındakı əlaqəni tətbiq edir*

Riyazi lüğət

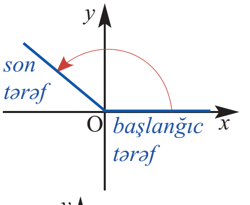
- dönmə bucağı
- bucağın son tərəfi
- mənfi bucaq, müsbət bucaq
- dərəcə, radian
- qövs
- *sektor*

Əlavə resurslar

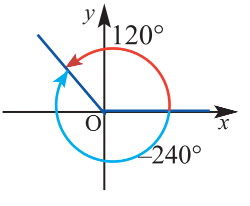
İşçi vərəqlər

1-ci saat. Dönmə bucağının tərifi şüanın başlanğıc nöqtəsi ətrafında fırlanması kimi sözlə, həndəsi olaraq, real situasiya üzərində izah edilir. Sinifdəki hər bir şagirdin bu modelləşdirmələrdə iştirakını təmin etmək vacibdir.

Şagird dönmə bucağını tərəfinin biri sabit qalmaqla x oxu istiqamətində olan şüa, digərinin isə koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya əksi istiqamətində dönən şüa kimi təssəvvür edir və modelləşdirir.



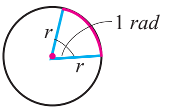
Son tərəfi üst-üstə düşən bucaqların həndəsi təsvirinə diqqət edilir. Şagird 120°-li müsbət işarəli bucaqla –240°-li bucağın son tərəflərinin üst-üstə düşdüyünü həndəsi təsvirlə təqdim edir. Bu iki bucağın dərəcə ölçülərinin mütləq qiymətlərinin cəminin 360° olduğu görünür. Həmçinin,son tərəfi verilən iti bucaqla üst-üstə düşən sonsuz sayda dönmə bucaqlarının olduğu izah edilir. Məsələn, 45°-li bucaqla üst-üstə düşən sonsuz sayda bucaq vardır.



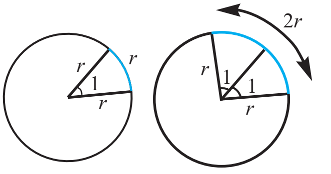
Bucaqların işarəsinə görə son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyinin müəyyən edilməsinə diqqət edilir. Nümunə olaraq –75°, 114°, –240° bucaqların son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyi həndəsi təsvirlə təqdim edilir. Məsələn, –75°-li bucaq 4-cü rübdə yerləşir.

0, ±90, ±180, ±270, ±360° bucaqları sərhəd bucaqlarıdır. Şagird 380°-li bucağın son tərəfinin birinci rübdə yerləşdiyini və 20°-li bucaqla üst-üstə düşdüyünü başa düşür. Dərəcə ölçüsü 360°-dən böyük olan və 2-ci rübdə yerləşən bucaqlara aid nümunə göstər sualına şagird məsələn, dərəcə ölçüsü 450°-540° arasında olan istənilən bucaq bu rübdə yerləşir cavabını verir.

2-ci saat. Bucağın radian ölçüsü izah edilir. Bucağın son tərəfinin dönməsi zamanı müəyyən ölçüdə qövs cızılır. Bucağın dərəcə ölçüsü ilə yanaşı son tərəfin cızdığı qövsün uzunluğu ilə əlaqəli ölçüsünün - radian ölçüsünün də olduğu izah edilir. Bucağın son tərəfini *r* radiuslu çevrə üzrə hərəkətdə təsvir etsək, uzunluğu *r* radiusuna bərabər olan qövsə uyğun mərkəzi bucağın ölçüsü *1* radian qəbul edilir.



Deməli, dönmə zamanı uzunluğu 2 radiusun uzunluğuna bərabər qövs cızılmışsa, uyğun mərkəzi bucaq 2 radian olacaq.



Radianin tərifinə görə *r* radiuslu cevrədə *l* uzunluqlu qövsə uyğun mərkəzi bucaq α radianıdırsa, $\frac{l}{r} = \alpha$ olduğu izah edilir

Məsələn, 8 sm radiuslu çevrənin 16 sm-lik qövsü 2 radian mərkəzi bucağa uyğundur. Dərslikdə çevrənin radiusu və qövsün uzunluğu verildikdə uyğun bucağın radian ölçüsünün tapılmasına aid nümunə və tapşırıqlar verilmişdir. https://www.geogebra.org/m/nC98H4NH internet ünvanında mənfi və müsbət işarəli dönmə bucağlarını dinamik olaraq müşahidə etmək olar.

Bucağın radian ölçüsü ilə dərəcə ölçüsü arasındakı əlaqə izah edilir.
Tam çevrənin 2π radian olduğu izah edilir. Çevrənin uzunluğu $2\pi r$ olarsa, bir radiana uyğun qövsün uzunluğu *r* olduğundan, deməli, tam dönmə (çevrə) $2\pi r/r = 2\pi$ radiandır.

2π radian = 360°
π radian = 180°
1 radian ≈ 57°
180° = π radian
$1° = \frac{\pi}{180}$ radian

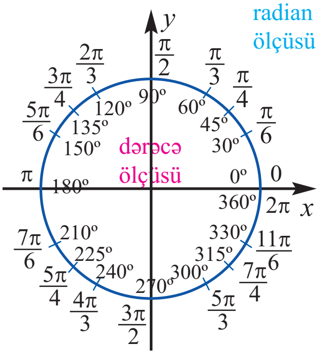
Açar bilik: Dərəcəni radiana çevirdikdə $\frac{\pi}{180}$ -yə vurun.
Radianı dərəcəyə çevirdikdə $\frac{180}{\pi}$ -yə vurun.

πrad=180° oldugu həm yadda qalandır ,həm də bu bərabərliyin köməyilə bucağın radian ölcüsü π-nin hissələri olduqda, dərəcə ölcüsünə asanlıqla çevirmək üçün əlverişlidir.

Məsələn, $\frac{\pi}{6} = 30°$, $\frac{\pi}{4} = 45°$, $\frac{\pi}{3} = 60°$ və s.

Çevrə üzərində müəyyən dönmələrə uyğun bucaqlar radianla ifadə edilir. Məsələn, 1/4 dönmə, yarım dönmə, 3/4 dönmə, tam dönmənin radian və dərəcə ölçüləri araşdırılır. Şagirdlərə ev tapşırığı olaraq daha böyük ölçüdə çevrə üzərində dönmələrə uyğun bucaqların dərəcə və radian ölçülərini yazmaqları tapşırılır. Bu tapşırıq bucaqları təxminetmə, vizual ölçmə bacarıqlarının formalaşdırılıması üçün əhəmiyyətlidir.

İşçi vərəqlərdən formativ qiymətləndirmə vasitəsi kimi istifadə edilməsi tövsiyə edilir.



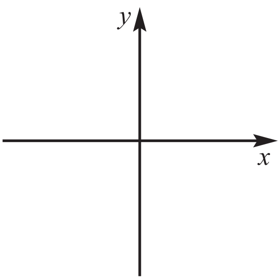
Şagirdlər bucağın radian ölçülərini daha dolğun təsəvvür etmələri üçün radian ölçüsü ilə verilmiş bucaqlar çəkir və verilmiş bucaqların radian ölçüsünü təxminetmə tapşırıqlarını yerinə yetirirlər. Məsələn, ölçüsü 1,5 radian, 3 radian və s. olan bucaqlar çəkin. Şagirdlər 180°≈3,14 radian olduğunu bilərək, bu bucaqları təxmini olaraq çəkə bilərlər. Şagird dərəcə ölçüsündən fərqli olaraq radian ölçüsünün kiçik ədədlərlə ifadə olunduğunu, tam çevrənin təxminən 6 radian olduğunu başa düşür.

İşçi vərəq N1

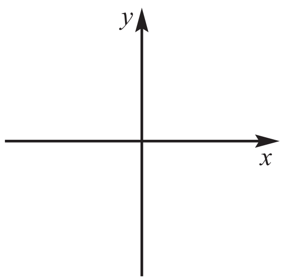
Adı _________ Soyadı______ Tarix__________

1) Dönmə bucaqlarını çəkin.

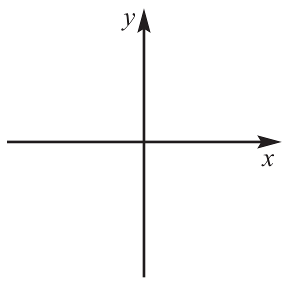
1) -10°



2) -175°



3) 290°



Bucaqların son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyini müəyyən edin.

1) $-75°$ 2) $-110°$ 3) $-264°$ 4) $654°$

Son tərəfi verilən bucaqlarla üst-üstə düşən və dərəcə ölçüsü 0°-360° arasında olan bucaqları müəyyən edin.

1) $420°$ 2) $-310°$ 3) $550°$ 4) $-460°$ 5) $470°$ 6) $-175°$

Dərəcə ilə verilmiş bucağı radianla, radianla verilmiş bucağı dərəcə ilə ifadə edin.

1) $-\frac{7\pi}{6}$ 2) $-\frac{5\pi}{6}$ 3) $-45°$ 4) $225°$ 5) $15°$ 6) $\frac{5\pi}{3}$

Son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşən bir mənfi, bir müsbət bucaq göstərin.

1) $120°$ 2) $380°$ 3) $-410°$ 4) $-45°$ 5) $-\frac{\pi}{3}$ 6) $\frac{11\pi}{6}$

Dərs 37-38. Dərslik səh. 77-80. Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi. Xətti sürət, bucaq sürəti. 2 saat

Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *qövsün uzunluğunu hesablama düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir*
- *sektorun sahəsini hesablama düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir*

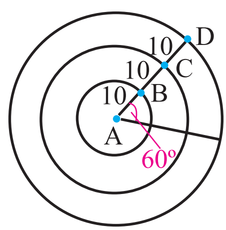
Riyazi lüğət

- qövsün uzunluğu
- sektorun sahəsi
- xətti sürət
- bucaq sürəti

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

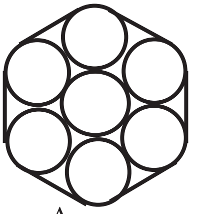
1-ci saat. Qövsün uzunluğu. Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablamaq üçün düsturun şagirdlərin özləri tərəfindən müəyyən edilməsi üçün şagirdə sual verilir. Siz qövsün uzunluğu dedikdə nəyi başa düşürsünüz? Qövsü hansı ölçü alətləri ilə ölçmək olar? Xətkeşlə yoxsa, transportirlə? Sizə xətkeş verilsəydi, çevrə qövsünün uzunluğunu necə müəyyən edərdiniz? Transportirlə necə müəyyən edərdiniz? Şagird çevrə qövsünün çevrə uzunluğunun müəyyən hissəsi olduğunu başa düşür. Əgər çevrə 360°-dirsə, verilən mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrə uzunluğunun ($2\pi r$) hissəsi kimi hesablanmalıdır. Məsələn, 60°-li qövsün uzunluğu çevrənin $\frac{1}{6}$ (60°/360°) hissəsi qədər olacaq. Yəni, $\frac{1}{6}\cdot 2\pi r$, əgər çevrənin radiusu
12 sm olarsa, 60°-li qövsün uzunluğu $\frac{1}{6}\cdot 2\pi\cdot 12 = 4\pi$ sm olacaq.
r radiuslu çevrənin $x°$-li qövsünün uzunluğunu $l = \frac{x°}{360°}\cdot 2\pi r = \frac{\pi x° r}{180°}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Mərkəzi eyni nöqtədə olan konsentrik çevrələr üzərində görmək olar ki, mərkəzi bucaq sabit qalıb, çevrənin radiusu dəyişdikcə qövsün uzunluğu da dəyişir. Eyni mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrənin radiusu ilə düz mütənasib olaraq dəyişir.
Bəs mütənasiblik əmsalı nədir?



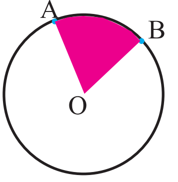
$\frac{\pi x°}{180°}$ ifadəsində x bucağın dərəcə ölçüsüdür, dəyişir, $\frac{\pi}{180}$ isə sabit əmsaldır, deməli mütənasiblik əmsalıdır. Buradan radianla dərəcə arasındakı əlaqəni bir daha görmək olar.
r radiuslu çevrədə l uzunluqlu qövsə uyğun mərkəzi bucaq α radian olarsa, $\frac{l}{r} = \alpha$. Buradan qövsün uzunluğu üçün $l = \alpha\cdot r$ düsturu alınır.

Qövsün uzunluğunu hesablamağa aid aşağıdakı məsələnin həlli sinifdə müzakirə edilir. Hər birinin diametri 1,8 sm olan 7 dairədən təşkil edilmiş dairəvi metal konstruksiyanın en kəsiyi şəkildə göstərildiyi kimidir.

Konstruksiya kənarları boyu plastik kəmərlə qurşanmışdır. Kəmərın uclarını bir-birinə bağlamaq üçün əlavə olaraq 2,5 sm material işlənmişdir. Kəmərin uzunluğu neçə santimetrdir?



Sektorun sahəsi. Çevrə qövsünün uzunluğu çevrə uzunluğunun hissəsi kimi tapılır. Bəs sektorun sahəsini necə hesablaya bilərik? Müzakirə üçün şagirdlərə vaxt verilir. Sektorun sahəsini dairənin sahəsinin hissəsi kimi hesablamaq olar.



$$S = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

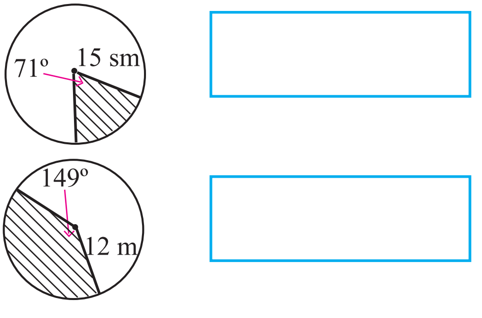
$\frac{\pi x^\circ}{180^\circ}$ = α işarə edib və onun bucağın radianla ölçüsü olduğunu nəzərə alsaq, sektorun sahəsini radianla

$S = \frac{1}{2}\alpha r^2$ kimi yazmaq olar.

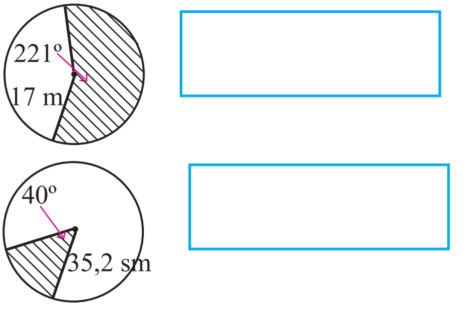
Şagirdlərə qövsün uzunluğunu, sektorun sahəsini hesablama dərslərində müəyyən tapşırıqları transportir və pərgarla işləməklə dəqiq ölçmələr aparmaları tövsiyə edilir. Məsələn, radiusu 5 sm olan 40°-li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu (sektorun sahəsini) hesablayın tapşırığını şagird aşağıdakı ardıcıllıqla yerinə yetirir.

1. Pərgarla radiusu 5 sm olan çevrə çəkir.
2. Dərəcə ölçüsü 40° olan mərkəzi bucaq qurur.
3. Bu bucağa uyğun qövsün uc nöqtələrini qeyd edir və adlandırır.
4. Qövsün uzunluğu düsturunu l = αr (və ya sektorun sahəsi düsturunu) tətbiq edir.

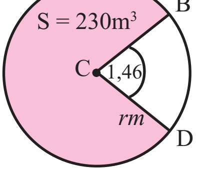
✓ Verilənlərə görə qövsün uzunluğunu tapın.



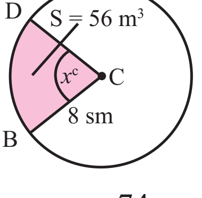
Verilənlərə görə sektorun sahəsini tapın.



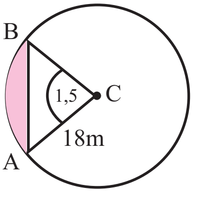
Verilənlərə görə radiusu tapın



Verilənlərə görə mərkəzi bucağı tapın



Verilənlərə görə seqmentin sahəsini tapın



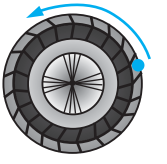
? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 7. a) R=16 m olduğundan suçiləyicinin $\frac{3\pi}{2}$ dönmədə suladığı sektorun sahəsi:

$S = \frac{\alpha R^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\pi}{2} \cdot 16^2 = 192\pi\ (m^2)$

b) Suçiləyici 15 saniyədə 1 dövrə vurursa, 1 dəqiqədə 4 dövrə, 2 dəqiqədə 8 dövrə vurur, yəni uyğun bucaq $8 \cdot 2\pi = 16\pi$ radian və ya 2880° olar.

2-ci saat. Xətti sürət. Bucaq sürəti. Xətti sürət və bucaq sürəti qövsün uzunluğunu hesablama və dönmə bucağını qiymətləndirmənin tətbiq sahəsidir. Odur ki, bu mövzunun öyrədilməsi istər digər fənlərlə (fizika) ilə inteqrasiya, istərsə də fənn daxili inteqrasiya baxımından əlverişlidir.



$$\text{xətti sürət} = \frac{\text{gedilən yol}}{\text{zaman}} \qquad \text{bucaq sürəti} = \frac{\text{dönmə bucağı}}{\text{zaman}}$$

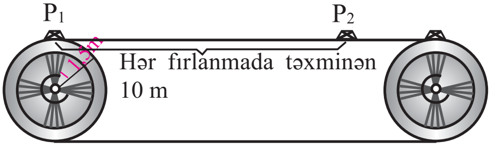
$$v_x = \frac{\alpha r}{t} \qquad \omega = \frac{\alpha}{t}$$

Burada, α (radianla) t zamandakı dönmə(fırlanma) bucağıdır.

Xətti sürətlə bucaq sürəti arasındakı əlaqəni aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$\text{xətti sürət} = r \cdot \text{bucaq sürəti} \qquad v_x = r \cdot \omega$$

Xətti sürətlə bucaq sürəti arasındakı əlaqəni aşağıdakı kimi sənaye konveyeri modeli üzərində izah etmək olar. Tutaq ki, konveyer kəmərini fırladan disklərin hər birinin radiusu 1,5 m-dir. Disklərin çevrəsinin uzunluğu $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5 \approx 10$ m. Bu o deməkdir ki, disklər bir tam dövr etdikdə kəmərin üzərindəki P cismi təxminən 10 m yol getmiş olacaq.



Dərslikdə verilmiş məsələlərin uyğun sxematik təsvirin çəkilməsi ilə həll edilməsi tövsiyə edilir.

D. 5. Diametri 72 sm olan velosiped təkəri 0,05 saniyədə 45° dönür. Velosiped 30 saniyədə nə qədər məsafə qət edər?

Həlli: a) 30 saniyə ərzində velosipedin təkəri 30 : 0,05 · 45° = 27000° dönür.
Dövrlərin sayı: 27000° : 360° = 75 dövr.
Təkərin çevrəsinin uzunluğu 72π sm-dir.
75 dövrdə qət edilən məsafə: 75 · 72π sm = 5400π sm = 54π m
Cavab: 54π m

Dərs 39-40. Dərslik səh. 81-84. Triqonometrik funksiyalar. 2 saat

Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *triqonometrik funksiyaların tərifini istənilən dönmə bucağına görə təqdim edir;*
- *triqonometrik nisbətlərin müxtəlif rüblərdə işarəsini müəyyən edir.*

Riyazi lüğət

- kotangens
- sekans
- kosekans

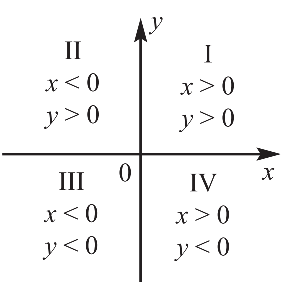
Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

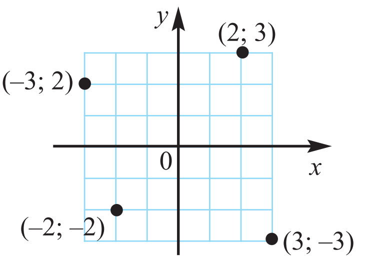
1-ci saat. Bu dərs saatında diqqətdə saxlanılan bacarıqlar:

- istənilən radiuslu çevrə üzrə dönmədə triqonometrik funksiyaların tərifini bilir
- triqonometrik funksiyaların rüblərdə işarələrini müəyyən edir
- verilən dönmə bucaqlarına görə triqonometrik funksiyaların işarələrini müəyyən edir
- triqonometrik nisbətlərin qiymətinin həqiqi ədədlər olduğunu başa düşür
- triqonometrik nisbətlərin dəyişmə intervalını qiymətləndirir

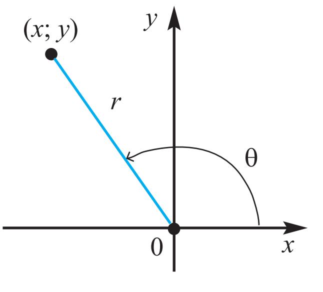
İndiyə qədər triqonometrik funksiyaların tərifi iti və kor bucaqlar üçün verilmişdir. İndi isə koordinat müstəvisi üzərində istənilən nöqtənin koordinatına görə triqonometrik funksiyaların tərifi verilir. Şagirdlərə ümumi şəkildə koordinat müstəvisinin müxtəlif rüblərində koordinatların işarələri, qeyd edilmiş nöqtə nümunələri ilə və dönmə bucağı ilə nümayiş etdirilir.



Rüblərdə koordinatların işarələri



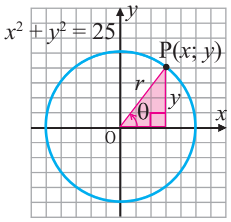
Koordinat müstəvisində nöqtələrin koordinatı

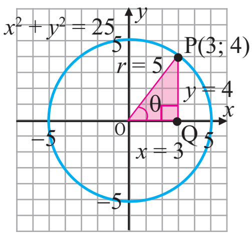


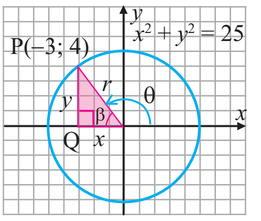
Dönmə bucağı

İstənilən bucağın triqonometrik nisbətlərini düzbucaqlı üçbucaqdan istifadə edərək yazmağın mümkün olduğu izah edilir.

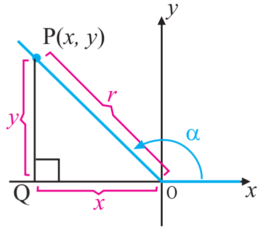
İstənilən dönmə bucağına görə yaranan düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri bütün hallarda dönmə bucağının son tərəfi üzərində götürülmüş istənilən nöqtənin x və y koordinatları və koordinat başlanğıcından nöqtəyə qədər olan məsafə (və ya çevrənin radiusu) ilə müəyyən edilir.







Altı triqonometrik funksiyanın tərifini vermək üçün istənilən α dönmə bucağının son tərəfi üzərində götürülmüş nöqtənin koordinatlarını $(x;y)$ kimi işarə edək. Koordinat başlanğıcından P nöqtəsinə qədər r məsafəsini iki nöqtə (O(0;0) və P$(x;y)$) arasındakı məsafə düsturuna görə tapa bilərik.



$r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

r məsafə olduğundan həmişə müsbətdir.

POQ düzbucaqlı üçbucağına görə 6 triqonometrik funksiyanı müəyyən etmək olar.

$\sin\alpha = \dfrac{y}{r}$ $\quad \cos\alpha = \dfrac{x}{r}$ $\quad \tan\alpha = \dfrac{y}{x}$ $\quad x \neq 0$

$\cot\alpha = \dfrac{x}{y} = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ $\quad \sec\alpha = \dfrac{r}{x} = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ $\quad \csc\alpha = \dfrac{r}{y} = \dfrac{1}{\sin\alpha}$

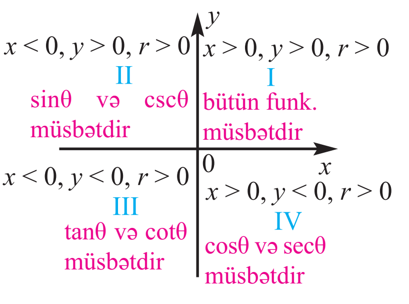
$y \neq 0$ $\quad x \neq 0$ $\quad y \neq 0$

! Triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin bucağın tərəfi üzərində hansı nöqtənin götürülməsindən asılı olmadığı xüsusi vurğulanır.

2-ci saat. Triqonometrik funksiyaların rüblərdə işarələri

Triqonometrik funksiyaların müxtəlif rüblərdəki işarələri nisbətlərə görə müəyyən edilir və aşağıdakı kimi ümumiləşdirmə aparılır.

θ-nın yerləşdiyi rüb	sin θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
I	+	+	+	+	+	+
II	+	–	–	–	–	+
III	–	–	+	+	–	–
IV	–	+	–	–	+	–

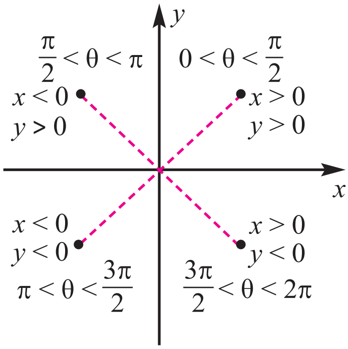


Daha sonra funksiyaların qiymətlərinin dəyişmə intervalları araşdırılır. Sərhəd bucaqlarının qiymətləri və müxtəlif rüblərə uyğun dönmə bucaqlarının triqonometrik funksiyaları müəyyən edilir.

Bu dərs saatına qədər şagirdlərin nələri öyrəndikləri onlarla birlikdə müzakirə edilərək ümumiləşdirilir.

1. Triqonometrik funksiyaların tərifləri

2. Triqonometrik funksiyaların müxtəlif rüblərdəki işarələri.



II rüb		I rüb	
sin α, csc α	+	sin α, csc α	+
cos α, sec α	−	cos α, sec α	+
tan α, cot α	−	tan α, cot α	+
III rüb		**IV rüb**	
sin α, csc α	−	sin α, csc α	−
cos α, sec α	−	cos α, sec α	+
tan α, cot α	+	tan α, cot α	−

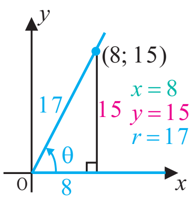
3. Triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin hansı aralıqda dəyişdiyi izah edilir.

$-1 \leq \sin\theta \leq 1$ $\qquad$ $\csc\theta \geq 1$ və ya $\csc\theta \leq -1$,

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$ $\qquad$ $\sec\theta \geq 1$ və ya $\sec\theta \leq -1$

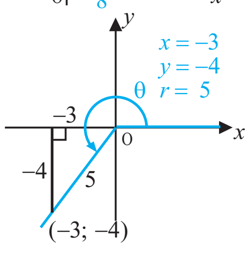
$-\infty < \tan\theta < +\infty$ $\qquad$ $-\infty < \cot\theta < +\infty$

Müxtəlif rüblərin dönmə bucağına görə 6 triqonometrik funksiya müəyyən edilir.



$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{15}{17} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{8}{17} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{15}{8}$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{17}{15} \qquad \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{17}{8} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{8}{15}$$

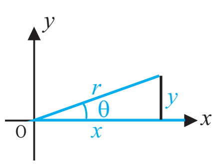


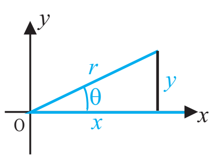
$$\sin\theta = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5} \qquad \cos\theta = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} \qquad \tan\theta = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

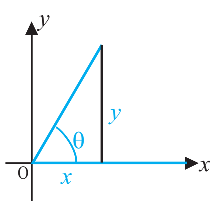
$$\csc\theta = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4} \qquad \sec\theta = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3} \qquad \cot\theta = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

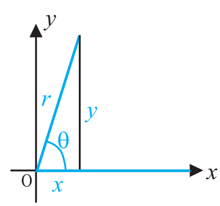
Şagirdlərdən hesablanan nisbətlərə görə triqonometrik funksiyaların aldığı qiymətlər haqqında fikirləri soruşulur. Hansılar 1-dən kiçik qiymət alır, hansılar 1-dən böyük qiymət ala bilir və s.

Şagirdlər triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin həqiqi ədədlər olduğunu başa düşürlər və hər birinin dəyişmə intervalını araşdırırlar. Aşağıdakı şəkillər bu araşdırmanı aparmağa imkan verir.





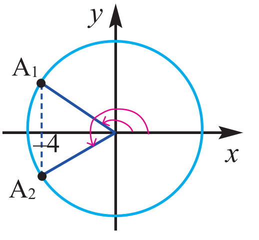




Göründüyü kimi, θ bucağının qiyməti 0°-dən 90°-yə qədər artır. Bu halda r həmişə sabit qalır, y böyüyür lakin heç vaxt r-dən böyük olmur və $y \le r$ şərti ödənir.
Deməli, $\frac{y}{r} \le 1$ şərti ödənir. Eyni yolla göstərə bilərik ki, IV rüb bucaqları üçün də $\frac{y}{r} \ge -1$. Buradan sinus funksiyasının qiymətinin $-1 \le \sin\theta \le 1$ kimi dəyişdiyi nəticəsinə gəlmək olar. Analoji olaraq kosinus funksiyası üçün də $-1 \le \cos\theta \le 1$ olduğunu yazmaq olar.
Tangens və cotangens funksiyaları istənilən həqiqi qiyməti ala bilər. $-\infty < \tan\theta < +\infty$ $-\infty < \cot\theta < +\infty$. Secans və cosecans funksiyalarının qiymətləri kosinus və sinus funksiyalarının tərsi olduqlarından $\csc\theta \ge 1$ və ya $\csc\theta \le -1$, $\sec\theta \ge 1$ və ya $\sec\theta \le -1$ qiymətlərini alır.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 10. b) Kosinusu $-\frac{4}{5}$ olan dönmə bucaqlarını təsvir edin.



Həlli: Damalı vərəqdə 1 damanı vahid qəbul edərək, mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən, 5 radiuslu çevrə çəkilir.
$x^2 + y^2 = R^2$ tənliyində $x = -4$, $R = 5$ yazmaqla $y = \pm 3$ tapılır.
Çevrə üzərində $A_1(-4; 3)$ və $A_2(-4; -3)$ nöqtələri qeyd edilir və bu nöqtələrə uyğun dönmə bucaqları şəkil üzərində təsvir edilir.

Dərs 41-43. Dərslik səh. 85-93. Vahid çevrə və istənilən bucağın triqonometrik funksiyaları. 3 saat

Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *Vahid çevrəyə görə istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını nöqtənin koordinatları ilə ifadə edir.*
- *Vahid çevrə üzərində verilmiş nöqtənin koordinatlarına görə triqonometrik funksiyaları müəyyən edir.*
- *Vahid çevrə üzərində verilmiş dönmə bucağına görə triqonometrik funksiyaları müəyyən edir.*

Riyazi lüğət

- vahid çevrə

Əlavə resurslar

Vahid çevrə üzərində istənilən dönmə bucağını və uyğun iti bucağı (referens bucağı) həndəsi olaraq təsvir etmək daha asandır və hər bir triqonometrik funksiyanı həqiqi ədədlərlə ifadə etmək daha sadədir. Çünki $r = 1$ və bucaq radianla olduqda uyğun qövsün uzunluğu qiymətcə elə bucağın ölçüsünə bərabər olur. Deməli, istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını qövsün uzunluğundan asılı funksiya kimi ifadə etmək olar.

İşçi vərəq N2

Adı _________ Soyadı______ Tarix__________

1) Verilmiş nöqtələr dönmə bucağının son tərəfinin üzərindəki nöqtənin koordinatlarını göstərir. Hər bir nöqtəyə görə 6 triqonometrik funksiyanı yazın. Uyğun şəkilləri çəkin.

A) (3; 4)

$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

B) (2; –2)

$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

C) (–5; 12)

$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

D) (–3; –4)

$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

E) (1; –3)

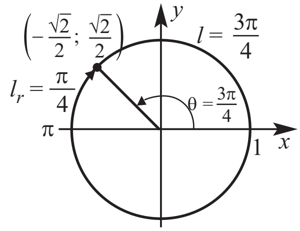
$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

F) (–2; 1)

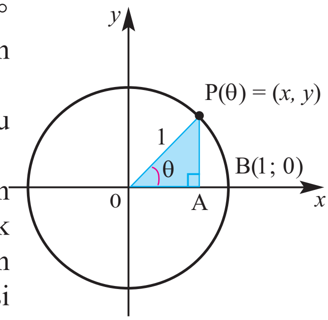
$\sin\theta =$ $\csc\theta =$
$\cos\theta =$ $\sec\theta =$
$\tan\theta =$ $\cot\theta =$

2) Verilən bucağın rübünü müəyyən edin, uyğun iti bucağı çəkin göstərin və triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini yazın.

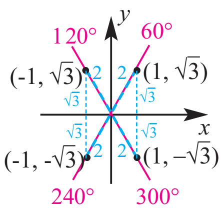
a) 210° b) −210° c) 330°

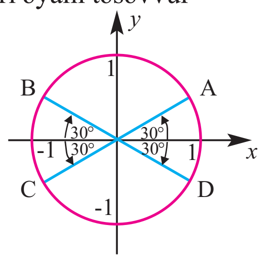


Vahid çevrə triqonometrik funksiyalarla nöqtənin koordinatları arasında əlaqə yaradır. Şagird nöqtənin koordinatını triqonometrik funksiyalarla ifadə etməyin mümkün olduğunu başa düşür. $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$ olduğundan
$P(x;y) = P(\cos;\ \sin\theta)$ kimi yazmaq olar. Bu vahid çevrə üzərində olan istənilən nöqtə üçün doğrudur.



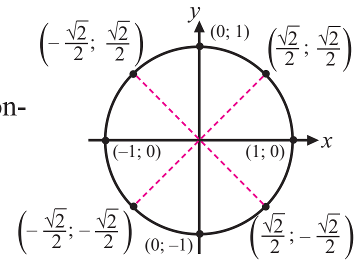
Vahid çevrə üzərində ən çox istifadə edilən 30°, 60°, 45° bucaqlara uyğun nöqtələr qeyd edilir. Bu bucaqlar həm də ən çox istifadə edilən uyğun iti (referens) bucaqlardır.
Şagird hər iti bucağın 4 bucaq üçün referens bucaq olduğunu başa düşür
(0° < θ < 360° üçün) və bu bucaqlar üçün referens bucağın koordinatlarının qiymətləri və uyğun rübdə triqonometrik funksiyanın işarəsi nəzərə alınmaqla qeyd edilir. Dönmələrin və uyğun koordinatların vahid çevrə üzərində qeyd edilməsi şagirdə 0°-360° intervalında dəyişən və ən çox istifadə edilən bucaqları əyani təsəvvür etməyə, onların ən böyük və ən kiçik qiymətlərini görməyə, periodikliyini, tək və ya cüt olmasını müşahidə etməyə indidən imkan yaradır. Şagirdlər bu işi aşağıdakı addımlarla müxtəlif cür yerinə yetirə bilərlər. Məsələn, çevrəni 45°-lik qövslərə bölməklə.





1. Vahid çevrə 8 konqruyent qövsə ayrılmışdır.

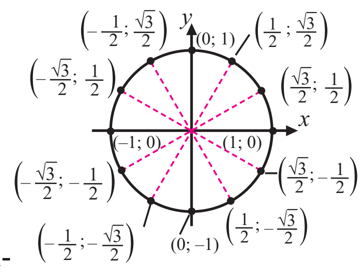
$\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{4}$, π, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{4}$ və 2π



2. Vahid çevrəni 30°-lik qövslərə bölməklə. Çevrə 12 konqruyent qövsə ayrılmışdır.

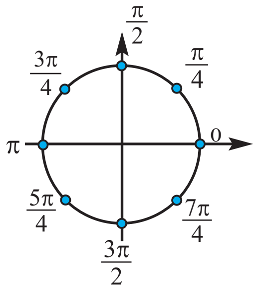
$\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{4}$, π,

$\frac{7\pi}{6}$, $\frac{4\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{4}$, $\frac{11\pi}{6}$ və 2π

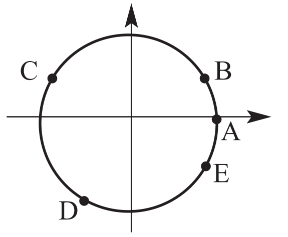


Şagird iti bucağa uyğun dönmədə çevrə üzərindəki nöqtənin koordinatlarını həm düzbucaqlı üçbucaqdan triqonometrik nisbətlərə görə , həm də aşağıdakı kimi tapa bilər. Çevrə üzərindəki 45° -li bucağa uyğun nöqtənin koordinatları $x^2 + y^2 = 1$ tənliyini ödəməlidir. Həmçinin bu nöqtə $y = x$ düz xətti üzərindədir. $y = x$ yerinə yazaq: $x^2 + x^2 = 1$; $2x^2 = 1$; $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$. Bucaq birinci rübdə yerləşdiyindən x müsbət olmalıdır.

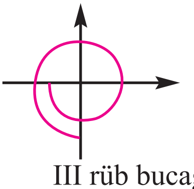
$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ qiymətini nəzərə alsaq, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ və $\frac{\pi}{4}$ dönməyə uyğun nöqtənin koordinatları $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ olacaq. Bu nöqtənin



simmetrik çevrilməsi ümumilikdə 4 nöqtənin koordinatlarını, başqa sözlə 4 nöqtəyə uyğun dönmə bucaqlarının triqonometrik funksiyaları haqqında ədədi məlumatları müəyyən etmək olar. İti bucağı 30°; 60° vəya 45° olan düzbucaqlı üçbucaqlardan və onların simmetrik çevrilmələrindən istifadə etməklə dönmə bucaqlarına uyğun nöqtələr çevrə üzərində yerləşdirilir. Həmçinin təxmini yerləşdirmə və ya verilmiş nöqtələrə uyğun $[-2\pi;\ 2\pi]$ intervalında olan ədədləri təxmini müəyyən etmə tapşırıqları yerinə yetirilir. A nöqtəsindən saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətdə hərəkət etdikdə təxmini olaraq $B \to \pi/6$, $C \to 5\pi/6\ (\pi - \pi/6)$, $D \to 4\pi/3\ (3\pi/2 - \pi/6)$, $E \to 11\pi/6\ (2\pi - \pi/6)$ kimi olacaq.



Şagird əvvəlcə bucağın dəyişmə intervalını əks etdirən həndəsi təsviri çəkir.



Uyğun iti bucağı (referens bucağı)

I rüb bucağı üçün: $\alpha` = \alpha$

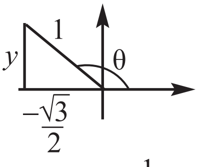
II rüb bucağı üçün: $\alpha` = 180 - \alpha$

III rüb bucağı üçün: $\alpha` = \alpha - 180°$

IV rüb bucağı üçün: $\alpha` = 360° - \alpha$

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ şərtinə görə dönmə bucağının hansı rüb bucağı olduğunu müəyyən edir. Dəyişmə oblastına görə bu bucağın son tərəfi ya II, ya da III rübdədir.

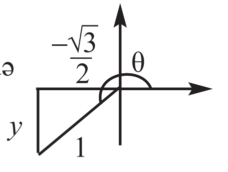
II rübdə



$y = \frac{1}{2}$ $\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

III rübdə



$y = -\frac{1}{2}$ $\sin\theta = -\frac{1}{2}$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

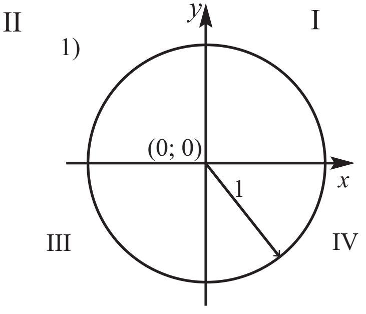
İşçi vərəq N3

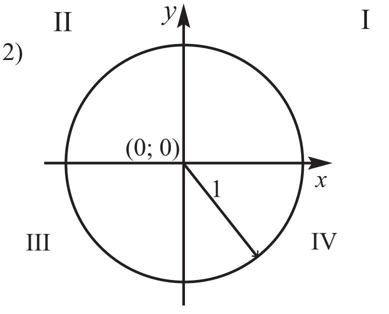
Adı __________ Soyadı______ Tarix___________

1) Verilən ədədləri vahid çevrə üzərində yerləşdirin.

1) a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{2}$ c) $\frac{3\pi}{4}$ d) π e) $\frac{11\pi}{4}$

2) a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{11\pi}{6}$ d) $\frac{13\pi}{6}$ e) $\frac{23\pi}{6}$





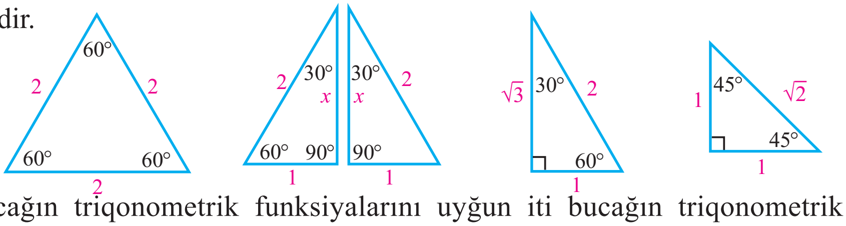
2) $[0; 2\pi)$ intervalında yerləşdiklərinə görə verilən şərtlərə uyğun bütün bucaqları yazın.

a) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\alpha =$ b) $\tan\alpha = -1$ $\alpha =$

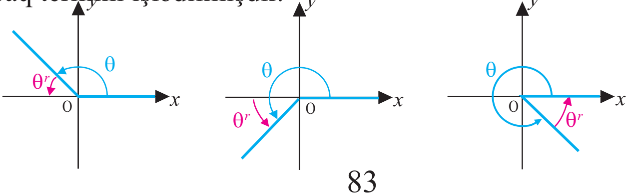
3-cü saat. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının iti bucağa görə müəyyən edilməsi

Biz indiyə qədər iti bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini düzbucaqlı üçbucağa görə tapmağı bilirik. Bəs istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətini iti bucaqdan istifadə etməklə tapmaq olarmı?

Əvvəlcə 30°, 60° kimi xüsusi bucaqların triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini bərabərtərəfli üçbucaq üzərində tapılmasının mümkün olduğu təkrar edilir. 45°li bucağın triqonometrik funksiyalarının isə bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqdan tapmaq əlverişlidir.

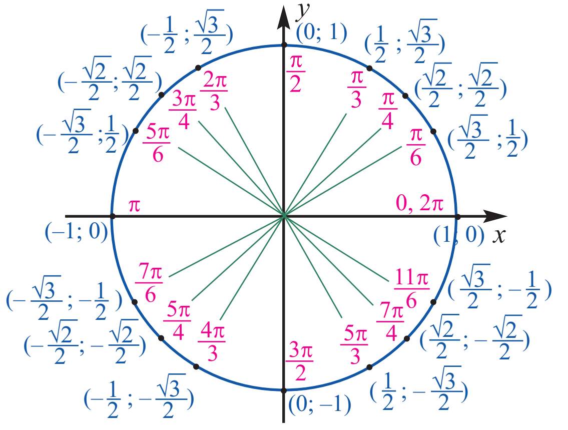


İstənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını uyğun iti bucağın triqonometrik funksiyalarından istifadə etməklə tapmaq olar. Uyğun iti bucaq dedikdə verilən bucağının son tərəfinin x oxu ilə üst-üstə düşən düz xəttlə əmələ gətridiyi bucaq nəzərdə tutulur. Ədəbiyyatlarda bu bucaq ***referens*** bucaq adlandırılır, anlayış üçün bu terminin işlədilməsi daha məqsədəuyğun olardı. Bu məqsədlə müəllim üçün vəsaitdə referens bucaq termini işlədilmişdir.



İşçi vərəq N4

Adı _________ Soyadı______ Tarix__________



Vahid çevrəyə görə verilən bucaqların altı triqonometrik funksiyasının qiymətini müəyyən edin.

A) $\dfrac{9\pi}{4}$

B) -480°

C) $\dfrac{22\pi}{3}$

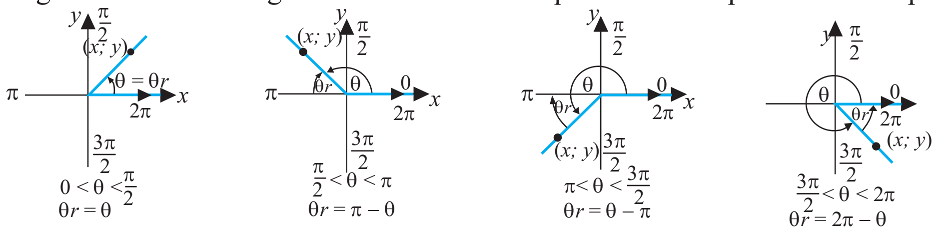
D) $\dfrac{11\pi}{3}$

E) $-\dfrac{19\pi}{6}$

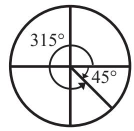
F) 600°

! Burada referens bucağın dönmə bucağının son tərəfinin x oxunu özündə saxlayan düz xətlə yaratdığı iti bucaq olduğu xüsusu diqqətə çatdırılır.

θ bucağının hansı rüb bucağı olmasından asılı olaraq referens bucaq müxtəlif cür tapılır.



Referens bucaqların tapılmasına aid tapşırıqların həm dərəcə ilə, həm də radianla verilməsi tövsiyə edilir. Mənfi bucaqlara uyğun iti bucaqlar, son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşən müsbət bucağa görə tapılır. Məsələn –210° bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən bucaq –240° + 360° = 120°-dır. Uyğun iti bucaq 180° – 120° = = 60°-dir. –45°-li bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən bucaq 315°-dir. Bu bucağa uyğun iti bucaq isə 360° – 315° = 45°-dir.



–240° II rüb bucağı olduğu üçün bu rübdəki triqonometrik funksiyaların işarələri nəzərə alınır.

Məsələn, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ və II rübdə kosinus mənfi qiymət aldığı üçün $\cos(-240^\circ) = -\frac{1}{2}$.

İstənilən bucağın triqonometrik nisbətini tapma addımları:

1-ci addım. Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən ən kiçik müsbət bucaq müəyyən edilir.

■ əgər bucaq $0° < \alpha < 360°$-dirsə, 2-ci addıma keçilir.

■ əgər bucaq $\alpha < 0°$-dirsə α bucağının üzərinə bucağın qiyməti $0° < \alpha` < 360°$ olana qədər 360° əlavə edilir.

■ əgər bucaq $\alpha > 360°$-dirsə, bucağın qiymətindən qiyməti $0° < \alpha` < 360°$ olana qədər 360° çıxılır.

2-ci addım. 1-ci addımda tapılan bucağın son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyi müəyyən edilir.

3-cü addım. 1-ci addımda tapılan bucağa uyğun referens bucaq müəyyən edilir

4-cü addım. Referens bucaq üçün triqonometrik nisbətlər müəyyən edilir

5-ci addım. 2-ci addıma görə triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin işarələri müəyyən edilir

6-cı addım. 4-cü addımda tapılmış qiymətə və 2-ci addımda müəyyən edilmiş işarəyə görə verilən α bucağının triqonometrik nisbətləri yazılır.

Şagirdlərin bu addımları yerinə yetirmələrinə görə özünü qiymətləndirmə və formativ qiymətləndirmə aparıla bilər.

Məsələn, $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ və $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ olduğuna görə digər triqonometrk funksiyaların qiymətlərinin tapılmasına aid tapşırıqlar yerinə yetirilir.

Dərs 44-45. Dərslik səh. 94-98. Çevirmə düsturları. 2 saat

Məzmun standartı

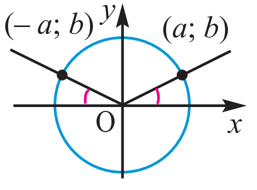
2.1.2.Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsturlarını bilir və tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *çevirmə düsturlarının alınmasını həndəsi olaraq təqdim edir;*
- *çevirmə düsturlarının alınmasını cəbri olaraq təqdim edir;*
- *çevirmə düsturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.*

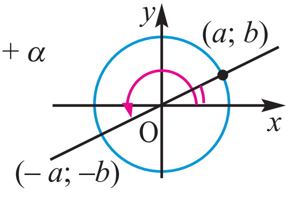
Şagirdlər çevirmə düsturlarını referens bucağa görə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını müəyyənetmə qaydalarından bilirlər. Verilən bucağın üzərinə 180° və ya 360° əlavə edilməsi ilə bucağın vəziyyətinin necə dəyişdiyi, hansı simmetrik çevrilmənin baş verdiyi araşdırılır. Bucağın ilkin və sonrakı vəziyyətinə uyğun son tərəfi üzərində götürülmüş nöqtələrin koordinatları izlənir, simmetrikliklər aşkar edilir. Aşağıda verilmiş sxematik təsvirdən istifadə edilir.

$180^{\circ} - \alpha$



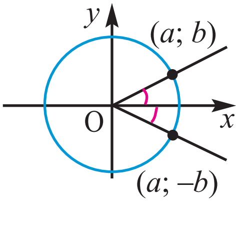
y oxuna nəzərən simmetrikdir: $(a; b) \rightarrow (-a; b)$, *x* işarəsini dəyişir, *y* eynilə qalır. Deməli, sinus eynilə qalır, kosinus işarəsini dəyişir

$180^{\circ} + \alpha$



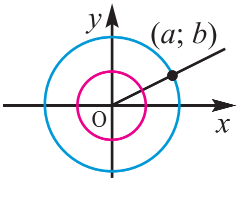
Koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.$(a; b) \rightarrow (-a; -b)$. Həm *x*, həm də *y* işarəsini dəyişir. Deməli, həm sinus, həm də kosinus işarəsini dəyişir.

$360^{\circ} - \alpha$



x oxuna nəzərən simmetrikdir. $(a; b) \rightarrow (a; -b)$. kosinus işarəsini dəyişmir, sinus işarəsini dəyişir.

$360^{\circ} + \alpha$



Son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşür: $(a; b) \rightarrow (a; b)$. Funksiyalar işarəsini dəyişmir.

Müzakirələrlə aşağıdakı düsturlar müəyyənləşdirilir. Müzakirələr zamanı şagirdlərin dəftərlərində uyğun şəkilləri çəkmələri, koordinatları izləmələri, düsturları qeyd etmələri üçün vaxt verilir.

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$
$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$
$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$

$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$
$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$
$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan\alpha$
$\cot(180^\circ + \alpha) = \cot\alpha$

$-\alpha$ və $360^\circ - \alpha$ dönmə bucaqlarının son tərəfləri üst-üstə düşür. Ona görə

$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$
$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$ $\cot(360^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$

Tamamlayıcı bucaqlara aid düsturları şagirdlərin özlərinin düzbucaqlı üçbucağa görə müəyyən etmələrinə imkan yaradılır. Bu qrup işi üçün əlverişlidir. Düsturların həm radianla, həm də dərəcə ilə yazılması tövsiyyə edilir.

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$

Dərs saatı və mənimsəmə səviyyəsi imkan verərsə, əlavə olaraq çevirmə düsturlarının daha ümumi şəklini və onlara aid tapşırıqları araşdırmaq olar. Yuxarıda verilmiş təsvirlərdən bu düsturları aydın görmək olar.

$\sin(180^\circ(2k - 1) - \alpha) = \sin\alpha$ $\sin(180^\circ(2k - 1) + \alpha) = -\sin\alpha$
$\cos(180^\circ(2k - 1) - \alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(180^\circ(2k - 1) + \alpha) = -\cos\alpha$

burada k tam ədəddir və tək dövrlərdə düsturların doğru olduğu görsənir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.12. 0° - dən 90° - yə kimi bucağın triqonometrik funksiyasına çevirin.
Həlli:
a) $\sin(-170^\circ) = -\sin 170^\circ = -\sin(170^\circ - 10^\circ) = -\sin 10^\circ$
d) $\cot 320^\circ = \cot(360^\circ - 40^\circ) = -\cot 40^\circ$

✓ Aşağıdakı tapşırıqların həllini şagirdlərə təklif etmək olar.

1) $\sin 390^\circ$
2) $\tan\frac{19\pi}{6}$
3) $\sec(-1290^\circ)$
4) $\cos\frac{27\pi}{4}$
5) $\csc\frac{10\pi}{3}$
6) $\sec(-660^\circ)$

Dərs 46-47. Dərslik səh. 99-102. Triqonometrik eyniliklər. 2 saat

Məzmun standartı

1.2.3 Əsas triqonemtrik eynilikləri bilir və onları triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir

2.1.2.Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsturlarını bilir və tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *Əsas triqonometrik eyniliklərin alınmasını həndəsi olaraq təqdim edir;*
- *Əsas triqonometrik eyniliklərin alınmasını cəbri olaraq təqdim edir;*
- *Əsas triqonometrik eynilikləri məsələ həllinə tətbiq edir.*

Əsas triqonometrik eyniliklər aşağıdakı kimi qruplaşdırılır.

Triqonometrik funksiyaların tərs qiymətlərinə aid eyniliklər:

$\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ $\qquad \csc\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$ $\qquad \cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

Tangens, kotangens eynilikləri:

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad \cos\alpha \neq 0$ $\quad \cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\quad \sin\alpha \neq 0$ $\qquad \tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

Pifaqor eynilikləri:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\qquad 1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$ $\qquad 1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$

Mənfi bucaq eynilikləri:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ $\qquad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\qquad \tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

Tamamlayıcı bucaq eynilikləri:

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$ $\qquad \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$

Bu eyniliklərdən istifadə etməklə verilən triqonometrik ifadələri sadələşdirmə, triqonometrik eynilikləri isbatetmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Tapşırıqları dərslikdə verlmiş nümunələrdə qruplaşdırmaq olar.

1. $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ və $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olduğuna görə digər 5 triqonometrik funksiyaları tapın.

2. İfadəni sadələşdirin. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin\alpha$ 3. İfadəni sadələşdirin. $\tan^2\alpha\sec\alpha + \dfrac{1}{\cos\alpha}$

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.9. a) Həlli: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = \dfrac{1}{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{1}{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \dfrac{25}{16}$

Bu tip tapşırıqları müəllim əlavə olaraq tərtib edə bilər. Əsas triqonometrik eyniliklər asan yadda qalan olduqlarından onların tətbiqi ilə həll edilən eyniliklərin isbatı, ifadələrin sadələşdirilməsi tapşırıqları da nisbətən asandır. Bu tip tapşırıqlarla sinifdə mənimsəmə səviyyəsi aşağı olan şagirdlərə daha çox diqqət yetirmək mümkündür.

İşçi vərəq N5

Adı _________ Soyadı______ Tarix__________

1) Əsas triqonometrik eyniliklləri yazın.

a) $\tan\theta =$_________________ d)_____________________

b) $\cot\theta =$_________________ e) ____________________

c) ____________________ f) ____________________

2) İfadələri əsas eyniliklərdən istifadə etməklə sadələşdirin.

a) $\tan^2\theta - \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$ b) $\sin^2\alpha \cdot \csc^2\alpha - \sin^2\alpha$ c) $\cos^2\theta \cdot \sec^2\theta - \cos^2\theta$

d) $\cos^2\beta + \cos^2\beta \cdot \tan^2\beta$ e) $\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha$ f) $\dfrac{\cos^2\theta - 1}{\sin^2\theta - 1}$

g) $\tan^4\phi + 2\tan^2\phi + 1$ h) $1 - 2\cos^2\theta + \cos^4\theta$ i) $\sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x$

3) Verilənlərə görə digər triqonometrik funksiyaların qiymətlərini tapın.

a) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ 0 < \alpha < 90^\circ$ b) $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ \pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$

c) $\sin\alpha = \dfrac{3}{5},\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ$ d) $\tan\alpha = -\sqrt{3},\ \dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Dərs 48-50. Dərslik səh. 103-106. Toplama düsturları. 3 saat

Məzmun standartı

2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

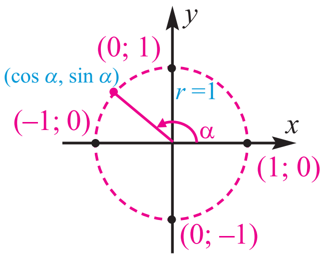
- *toplama düsturlarının isbatını yerinə yetirir;*
- *toplama düsturunun tətbiqi ilə ifadələri sadələşdirir, eynilikləri isbat edir;*
- *toplama düsturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.*

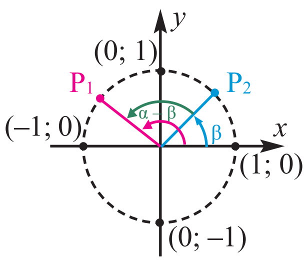
Toplama düsturları

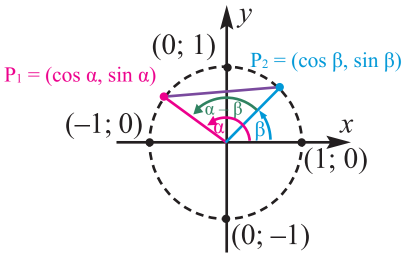
Əvvəlcə $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ eyniliyi isbat edilir. İsbat aşağıdakı addımlarla yerinə yetirilir.

1. Vahid çevrə üzərində α bucağına uyğun nöqtənin koordinatları $P_1(\cos\alpha; \sin\alpha)$ kimi qeyd edilir.

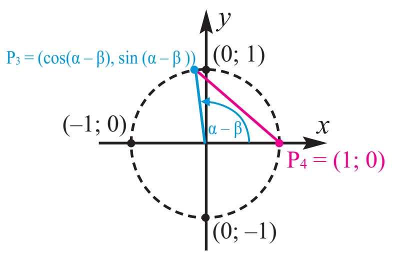
2. Vahid çevrə üzərində son tərəfi α bucagı ilə $\alpha - \beta$ bucağı əmələ gətirən β bucağı çəkilir. Uyğun $P_2(\cos\beta; \sin\beta)$ nöqtəsi qeyd edilir.







3. P_1 və P_2 nöqtələri P_1P_2 parçası ilə birləşdirilir.



4. $\alpha - \beta$ bucağının başlanğıc tərəfi x oxunun üzərinə düşənə qədər, dönmə bucağının standart vəziyyətinə gələnə qədər onu saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində döndərək və bucağın yeni vəziyyətini çəkək. Bucağın son və başlanğıc tərəfinin çevrə üzərindəki nöqtələrinin koordinatları uyğun olaraq $P_3(\cos(\alpha-\beta); \sin(\alpha-\beta))$ və $P_4(1;0)$ kimi olacaq. P_1və P_2 nöqtələri arasındakı məsafə, yəni P_1P_2 parçasının uzunluğu ilə P_3və P_4 nöqtələri arasındakı məsafə, yəni P_3P_4 parçasının uzunluğu bərabərdir: $P_1P_2 = P_3P_4$. İki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə edərək bu məsafələri triqonometrik funksiyalarla ifadə edək.

$$P_1P_2 = \sqrt{(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2}$$

$$P_3P_4 = \sqrt{(\cos(\alpha - \beta) - 1)^2 + (\sin(\alpha - \beta) - 0)^2}$$

Bu bərabərliklərdən asanlıqla $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ olduğunu almaq olar.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 5. a) tapşırığını həll etdikdə $36^\circ + \alpha = x$, $24^\circ - \alpha = y$ işarələməsi etmək əlverişli olur.

$\cos(36^\circ + \alpha)\cdot\cos(24^\circ - \alpha) - \sin(36^\circ + \alpha)\cdot\sin(24^\circ - \alpha) = \cos x\cdot\cos y - \sin x\cdot\sin y =$

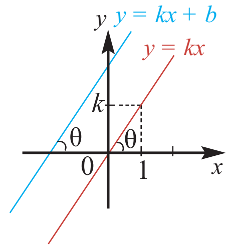
$= \cos(x + y) = \cos(36^\circ + \alpha + 24^\circ - \alpha) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

D.18. a) $\tan(\alpha+\beta) = -1$, $\tan(2-\beta) = \frac{1}{2}$ olarsa, tan 2β-nı tapın

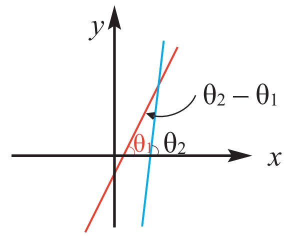
Həlli. $2\beta = (\alpha+\beta) - (\alpha-\beta)$ olduğunu nəzərə alaraq yazmaq olar:

$$\tan 2\beta = \tan((\alpha+\beta)-(\alpha-\beta)) = \frac{\tan(\alpha+\beta) - \tan(\alpha-\beta)}{1+\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)} = \frac{-1-\frac{1}{2}}{1+(-1)\cdot\frac{1}{2}} = -3$$

D.20. Həlli: Əvvəlcə $y = kx$ düz xəttinin k bucaq əmsalının düz xəttin absis oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi θ bucağının tangensinə bərabər olduğu göstərilir: $\tan\theta = k$.
$y = kx$ funksiyasının qrafikini b vahid şaquli istiqamətdə paralel köçürülməsində göstərilən bucaq dəyişmir və bu halda da $k = \tan\theta$.



Əgər bucaq əmsalları k_1 və k_2 olan düz xətlərin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaqlar uyğun olaraq θ_1 və θ_2 olarsa, $k_1 = \tan\theta_1$, $k_2 = \tan\theta_2$
Bu düz xətlər arasındakı $\theta_2 - \theta_1$ bucağı üçün



$$\tan(\theta_2-\theta_1) = \frac{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}{1+\tan\theta_2 - \tan\theta_1} = \frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2} \quad \text{olur.}$$

a) bucaq əmsalları 2 və $\frac{1}{2}$ olan düz xətlər arasındakı bucaq üçün

$$\tan(\theta_2-\theta_1) = \frac{2-\frac{1}{2}}{1+2\cdot\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$ Buradan $\theta_2 - \theta_1 \approx 37^\circ$ tapılır.

Dərs 51-54. Dərslik səh. 107-111. Toplama düsturlarından alınan nəticələr. 4 saat.

Məzmun standartı

2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *triqonometrik funksiyaların cəminin və fərqinin hasilə çevirmə düsturlarını əsaslandırır*
- *cəmin və fərqin hasilə çevirmə dusturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.*
- *toplama düsturlarından istifadə edərək ikiqat arqument və yarımarqumentin dusturlarını yazır*
- *ikiqat arqument və yarımarqumentin dusturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.*

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, biz indiyə qədər $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ kimi bucaqların triqonometrik funksiyalarının qiymətini dəqiq hesablaya bilirdik. Toplama düsturlarından, eləcə də ikiqat və yarımqat arqument düsturlarından istifadə etməklə daha çox bucaqların triqonometrik funksiyaların dəqiq qiymətini tapmaq mümkündür.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 17. a) tapşırığında verilmiş 2 sin 15º cos 15º ifadəsinin qiymətini müxtəlif üsullarla hesablamaq məqsədəuyğundur. İkiqat bucaq düsturunu tətbiq etməklə:

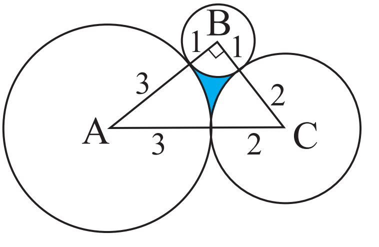
$$2\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin(2\cdot 15^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Hasilin cəmə çevrilməsi düsturlarını tətbiq etməklə:

$$2\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 2\cdot\frac{1}{2}[\sin(15^\circ + 15^\circ) + \sin(15^\circ - 15^\circ)] = \sin 30^\circ + \sin 0^\circ = \frac{1}{2}$$

D.29. Radiusları 1; 2; 3 olan üç çevrə şəkildə göstərildiyi kimi xaricdən toxunur. Rəngli hissənin sahəsini tapın.

Həlli: Verilənlərə görə asanlıqla görmək olar ki, təpə nöqtələri çevrələrin mərkəzlərində yerləşən Δ ABC düzbucaqlı üçbucaqdır(tərəfləri pifaqor ədədləridir) və



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4 = 6 \text{ kv. vahid}$$

Rəngli sahəni hesablamaq üçün ΔABC - nin sahəsindən hər bir dairədə uyğun sektorun sahələrini çıxmalıyıq. $\angle B = 90^\circ$ olduğundan radiusu 1 olan dairədə bu sektorun sahəsi $S_1 = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 1^2 = \frac{\pi}{4}$ olur. A mərkəzli dairədə uyğun sektorun sahəsini tapmaq üçün əvvəlcə $\angle$ A-nı tapmalıyıq.

$\sin\angle A = \frac{3}{5} = 0{,}6$ olduğundan $\angle A \approx 37^\circ$

Uyğun sektorun sahəsi $S_2 \approx \frac{37^\circ\cdot\pi\cdot 3^2}{360^\circ} = \frac{37}{40}\pi$

$\angle C \approx 53^\circ$ olduğundan C mərkəzli dairədə sektoru sahəsi

$$S_3 \approx \frac{53^\circ\cdot\pi\cdot 2^2}{360^\circ} = \frac{53}{90}\pi$$

Rəngli hissənin sahəsi

$$S = S_{ABC} - (S_1 + S_2 + S_3) \approx 6 - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{37\pi}{40} + \frac{53\pi}{90}\right) \approx 0{,}46 \text{ kv. vahid}$$

Dərs 55-57. Dərslik səh. 112-115. Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3saat

Əsas triqonometrik eyniliklərin, toplama, ikiqat və yarımarqument, cəmi və fərqi hasilə çevirmə düsturlarının tətbiqini nəzərdə tutan tapşırıqlar yerinə yetirilir. Tapşırıqların bir neçəsi sinifdə müzakirə ilə yerinə yetirilə bilər. Ev tapşırıqları üçün daha çox nömrələr ayrılması nəzərdə tutulur.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 11. sin 18º cos 36º ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Həlli: Verilən ifadəni 2 cos 18º-yə vurub, bölək və ikiqat bucaq düsturunu tətbiq edək:

$$\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ = \frac{2\cos 18^\circ \cdot \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2\cos 18^\circ} = \frac{\sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2\cos 18^\circ} = \frac{\sin 72^\circ}{4\cos 18^\circ} =$$

$$= \frac{\cos 18^\circ}{4\cos 18^\circ} = \frac{1}{4}$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar üçün dərs saatı bucağın radian və dərəcə ölçüsü, dönmə bucaqları, uyğun iti bucaqdan istifadə edərək istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının müəyyən edilməsi, vahid çevrə üzərində triqonometrik funksiyaların tərifi, əsas triqonometrik eyniliklər və onların tətbiqi, toplama düsturları və onlardan çıxan nəticələri əhatə edən tapşırıqların yerinə yetirilməsi üçün nəzərdə tutulmuşdur:

D.17. a) $\frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Həlli: verlimiş ifadəni sadələşdirmək üçün ortaq məxrəcə gətirək və hasili cəmə çevirmə düsturunu tətbiq edək.

$$\frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ = \frac{1 - 4\sin 70^\circ \cdot \sin 10^\circ}{2\sin 10^\circ} =$$

$$= \frac{1 - 4\cdot\frac{1}{2}[\cos 70^\circ - 10^\circ) - \cos(70^\circ + 10^\circ)]}{2\sin 10^\circ} = \frac{1 - 2(\cos 60^\circ - \cos 80^\circ)}{2\sin 10^\circ} =$$

$$= \frac{1 - 1 + 2\cos 80^\circ}{2\sin 10^\circ} = \frac{2\cos 80^\circ}{2\sin 10^\circ} = 1$$

D.20. a) $$\frac{6\cos 64^\circ}{\sqrt{3}\cos 34^\circ - \sin 34^\circ} = \frac{6\cos 64^\circ}{\tan 60^\circ \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ} =$$

$$= \frac{6\cos 64^\circ}{\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ} = \frac{6\cos 64^\circ}{\frac{\sin 60^\circ \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\cos 60^\circ}} =$$

$$= \frac{6\cos 64^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin(60^\circ - 34^\circ)} = \frac{6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 64^\circ}{\sin 26^\circ} = 3$$

İşçi vərəq N6

Adı _________ Soyadı______ Tarix__________

Eynilikləri isbat edin

$$\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\sin\alpha - \sin\beta} = -\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 + \tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha}$$

$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

Triqonometrik ifadələr və onların çevrilmələri.
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Bucağın radian və dərəcə ölçüsü arasında qarşılıqlı çevirmələri aparır	
2	Dönmə bucaqlarını həndəsi olaraq təsvir edir.	
3	Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən dönmə bucaqlarını müəyyən edir	
4	Qövsün uzunluğunun və sektorun sahəsinin tapılmasına aid məsələləri həll edir	
5	Xətti sürət və bucaq sürətini qövsün uzunluğunun və dönmə bucağının tapılması ilə əlaqələndirir.	
6	Triqonometrik funksiyalar və onların tərifini bucağın son tərəfi üzərində yerləşən nöqtənin koordinatları ilə əlaqələndirir.	
7	Müxtəlif rüb dönmə bucaqlarının son tərəfi üzərində olan nöqtənin koordinatlarını düzbucaqlı üçbucaqdan istifadə etməklə müəyyən edir.	
8	Verilən bucağın hansı rüb bucağı olduğunu müəyyən edir	
9	Uyğun iti bucaqdan istifadə edərək istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını müəyyən edir	
10	Vahid çevrə üzərindəki nöqtənin koordinatları ilə dönmə bucağının triqonometrik funksiyalarının qiymətləri arasında əlaqə yaradır.	
11	Vahid çevrə üzərində I rüb bucaqlarından - iti bucaqlardan istifadə etməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətini tapır	
12	Əsas triqonometrik eynilikləri triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir	
13	Toplama düsturlarını tətbiq edir	
14	İki bucağın triqonometrik funksiyalarının cəmini hasilə çevirmə düsturlarını tətbiq edir	
15	Yarımbucaq və ikiqat bucağın düsturlarını tətbiq edir	

Dərs 58. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

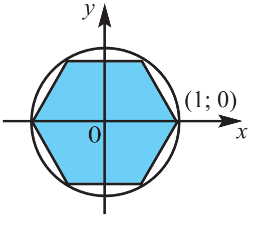
1) 60°; –60°; 300°; –405° dönmə bucaqlarının hər birini ayrı koordinat müstəvisi çəkməklə təsvir edin.

2) a) 172°; b) – 315°; c) $-\frac{5\pi}{6}$; d) –415° dönmə bucaqlarının son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyini müəyyən edin.

3) 105°-ni radianla ifadə edin.

4) $\frac{11\pi}{6}$ -ni dərəcə ölçüsü ilə ifadə edin.

5) Verilən bucaqlarla son tərəfləri üst-üstə düşən və $(0; 2\pi)$ intervalında yerləşən bucağı radianla ifadə edin.
   a) –60°   b) $-\frac{7\pi}{5}$



6) Çevrə daxilinə düzgün altıbucaqlı çəkilmişdir. Altıbucaqlının təpələrindən biri (1; 0) nöqtəsindədirsə, digər təpələrinin koordinatlarını tapın.

7) Radiusu 3 sm olan çevrənin 15 sm uzunluğundakı qövsünə uyğun mərkəzi bucağı radian və dərəcə ilə ifadə edin.

8) $\cos\frac{7\pi}{18} \approx 0{,}3420$ olduğunu bilərək $\sin\frac{\pi}{9}$ və $\sin\frac{8\pi}{9}$ ifadələrinin qiymətlərini hesablayın.

9) İsbat edin ki, $2\cos x\cos y = \cos(x+y) + \cos(x-y)$.

10) Bir əks arqument gətirməklə $\cos 2x + \sin 2y = 2\sin(x+y)\cos(x-y)$ bərabərliyinin eynilik olmadığını göstərin.

11) a) $\sin 16^\circ = \cos 74^\circ$ b) $\tan 63^\circ = \cot 27^\circ$ olduğunu göstərin.

12) İfadələrin qiymətlərini tapın.

a) $\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$ b) $\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$

13) Radiusu 4 sm olan dairənin $\frac{\pi}{6}$ mərkəzi bucağına uyğun sektorun sahəsini tapın. Bu dairənin sahəsinin hansı hissəsini təşkil edir?

14) Radiusu 6 m olan çevrə üzrə hərəkət edən cisim bir tam dövrü 9 dəqiqəyə başa vurur. Bu cismin 1,5 dəqiqədə neçə dərəcə döndüyünü və neçə metr yol getdiyini tapın. Sxematik təsvir edin.

15) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ olarsa, $\sin(\alpha - \beta)$-nı tapın.

16) $\theta = \frac{\pi}{3}$ olduqda $\cos^2\theta + \sin^2 2\theta - 2\cos 4\theta$ ifadəsinin qiymətini tapın.

17) $\cos(-350°) \cdot \sin 259° \cdot \tan(-100°)$ ifadəsinin işarəsini müəyyən edin.

18) Çevirmə düsturlarını tətbiq etməklə sadələşdirin.
$(\tan 110° \cdot \cot 290° + \tan^2 200°) \cdot \sin^2 110°$

19) Hesablayın.
a) $\sin 105° \cdot \cos 105°$
b) $\cos^4 15 + \sin^4 15$
c) $\frac{2\cos^2 39° - 1}{\sin 57° - \sin 33°}$

20) İfadənin ƏBQ və ƏKQ - ni tapın.
a) $\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$
b) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$
c) $\cos\theta - \sin^2\theta$

21) Hesablayn.

$$\frac{\cos 103° \cdot \cos 27° - \sin 103° \cdot \cos 63°}{\sin 74° \cdot \cos 34° - \cos 56° \cdot \cos 74°}$$

22) $y = 2 - x$ və $y = 3x$ düzxətləri arasındakı bucağın tangensini tapın.

4. Sinuslar teoremi. Kosinuslar teoremi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiq ilə üçbucaqları həll edir. 4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir	59-62	Sinuslar teoremi.	4	117
	63-67	Kosinuslar teoremi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	5	126-132
	68	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	10	

Dərs 59-62. Dərslik səh. 117-125 Sinuslar teoremi. 4 saat

Məzmun standartı

3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiqi ilə üçbucaqları həll edir.
4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

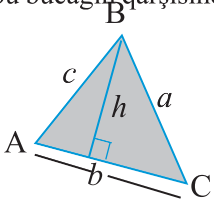
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *sinuslar teoremini tətbiq etməyin mümkün hallarını təqdim edir (BTB,BBT və TTB);*
- *sinuslar teoremini tətbiq edir;*
- *sinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir.*
- *məsələ həlli zamanı uyğun ölçmələri və təqribi hesablamaları yerinə yetirir*

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, indiyə qədər düzbucaqlı üçbucaqları Pifaqor teoreminin və triqonometrik nisbətlərin köməyilə həll edirdik. Lakin bir çox həyati situasiyalarda tələb olunan məsafə və bucağın tapılması düzbucaqlı üçbucaqla deyil, istənilən üçbucaqla əlaqəli ola bilir. Bu halda üçbucağın həll edilməsi üçün sinuslar teoremi kömək edə bilər. $\frac{a}{\angle\sin A}=\frac{b}{\angle\sin B}=\frac{c}{\angle\sin C}$

Sinuslar teoremini analitik olaraq isbat etməzdən əvvəl şagirdlərə qruplarla iş olaraq sinuslar teoreminin praktik ölçmələrlə yoxlanılması məşğələsinin aparılması tövsiyə edilir. Qruplarla iş aşağıdakı addımlarla yerinə yetirilir.

Qruplarla iş. "İstənilən üçbucağın hər hansı bucağının sinusunun bu bucağın qarşısında duran tərəfə nisbətləri sabit qalır", bu fikri ölçmələrlə yoxlayın.

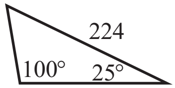


1. İxtiyari üçbucaq çəkin. Təpələrini A, B, C, tərəflərini *a*, *b*, *c* kimi işarə edin. B təpəsindən AC tərəfinə *h* hündürlüyünü çəkin.
2. Alınan iki düzbucaqlı üçbucaqdan sin∠A və sin∠C triqonometrik nisbətlərini yazın.

3. Nisbətlərdən *h* dəyişənini tapın.
4. Uyğun bərabərliyi yazın.
5. Bərabərliyin hər iki tərəfini *ac*-yə bölün.
6. Alınan bərabərlik sinuslar teoreminin bir hissəsidir.
7. B bucağı üçün də bu nisbəti yazın.
8. Sinuslar teoremində üçbucağın hansı ölçüləri iştirak edir?

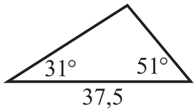
Verilən üçbucaq düzbucaqlı üçbucaq olmadıqda üçbucağı həll etmək üçün biri mütləq tərəf, qalan ikisi isə tərəf və ya bucaq olmaqla daha iki elementin verilməsi ilə (bütünlükdə 3 element) üçbucaqları həll etmək olar. Bu halları aşağıdakı kimi 5 vəziyyətdə qruplaşdırmaq olar.

İki bucağı və bucaqlardan birinin qarşısında duran tərəf



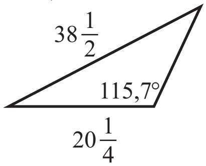
BBT

İki bucağı və bucaqlara bitişik tərəfi



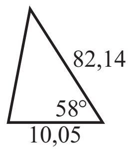
BTB

İki tərəfi və bu tərəflərdən birinin qarşısındakı bucağı



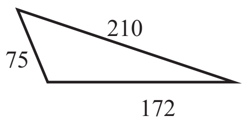
TTB

İki tərəfi və bu tərəflər arasında qalan bucaq



TBT

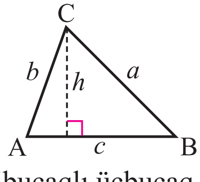
Üç tərəfi



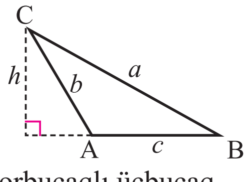
TTT

Son iki halda (TBT və TTT) üçbucaqların həlli kosinuslar teoremi ilə yerinə yetirilir. Hər bir şagirdin sinuslar teoremini sözlə, analitik şəkildə, həndəsi təsvirlə səliqəli şəkildə təqdiminə diqqət edilir.

Sinuslar teoremi. Üçbucağın tərəfləri qarşı bucaqların sinusları ilə mütənasibdir.



itibucaqlı üçbucaq

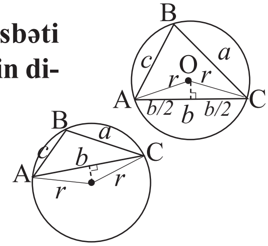


korbucaqlı üçbucaq

$$\frac{a}{\angle\sin A} = \frac{b}{\angle\sin B} = \frac{c}{\angle\sin C}$$

! **Üşbucağın tərəfinin qarşıdakı bucağın sinusuna nisbəti sabitdir və bu sabit üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin diametridir.**

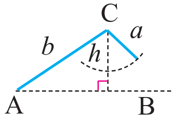
$$\frac{c}{\angle\sin C} = \frac{a}{\angle\sin A} = \frac{b}{\angle\sin B} = 2R$$



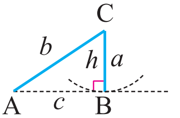
Teoremin isbatının D.11 tapşırığı ilə də yerinə yetirilməsinə diqqət edilir.

Üçbucağın TTB halında mümkün hallar nəzərdən keçirilir. Tutaq ki, ABC üçbucağında *a,b* tərəfləri və A bucağı verilmişdir. A bucağının iti bucaq olduğu halda 5 hal, kor bucaq olduqda 3 hal mümkündür.

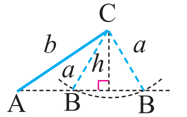
A iti bucaqdır



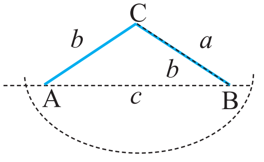
a) $a < b$ və $a < h$ həlli yoxdur



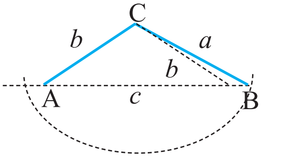
b) $a < b$ lakin $a = h$ bir həlli var



c) $h < a < b$ iki həlli var

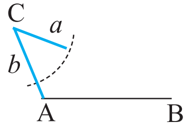


d) $a = b$ bir həlli var

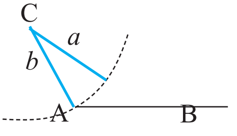


d) $a > b$ bir həlli var

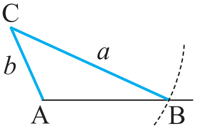
$\angle$A kor bucaqdır



a) $a < b$ həlli yoxdur



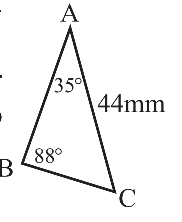
a) $a = b$ həlli yoxdur



b) $a > b$ bir həlli var

Üçbucaqların konqruyentliyi haqqında teoremlər yada salınır. Bu teoremlər də TBT, BTB, TTT şərtlərini əhatə edir. TTB şərtinə uyğun 0; 1 və ya 2 üçbucağın mümkünlüyü bu halda konqruyentlik haqqında teoremi isbat etməyə imkan vermir. Sinuslar teoreminin tətbiqi üçün TTB halında verilən bucaq verilən tərəflərin qarşısındakı bucaq olmadığından qeyri müəyyən hallar yaranır.

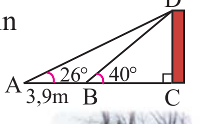
Üç bucağın verildiyi BBB halı isə konqruyentliyin deyil, oxşarlığın şərtidir. Ona görə də bu halda da üçbucağı həll etmək mümkün deyil. Bu hala uyğun sonsuz sayda üçbucaq var.



Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə dərslikdə çoxlu sayda tapşırıqlar verilmişdir. Hər bir şagirdin müxtəlif tip tapşırıqları yerinə yetirmə səviyyəsi izlənilməlidir.

1. Üçbucağın şəkli üzərində qeyd edilmiş ölçülərə görə həlli.
2. Ölçülər sözlə verilmiş, üçbucağın çəkilməsi tələb edilir.

ΔABC-də $\angle A = 57°$, $\angle B = 73°$ və AB = 24 sm. AC-nin uzunluğunu tapın.

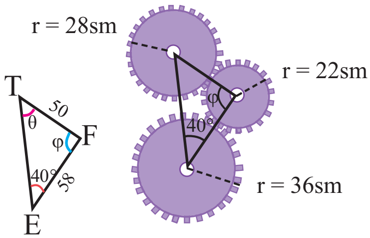


3. Verilən ölçülərə görə neçə üçbucağın mümkün olması, həllər sayının müəyyən edilməsi. Δ ABC-də, $\angle A = 123°$, $a = 23$ sm və $b = 12$ sm.
4. Real həyati situasiyaya aid məsələlər.

Hündürlüyün müəyyən edilməsi:

5. Üçbucağın sahəsinin hesablanmasına aid məsələlər. Üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün müxtəlif düsturları tətbiq edirlər: tərəf və bu tərəfə çəkilmiş hündürlükdən istifadə etməklə, Heron düsturu, iki tərəf və onlar arasında qalan bucağın sinusundan istifadə etməklə.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli



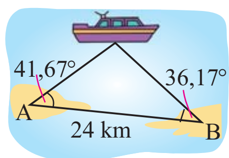
D.24. Şəkildə verilən dişli çarx konstruksiyasına görə φ bucağını tapın.
Həlli: Əvvəlcə ΔETF-dən sinuslar teoreminə görə θ bucağını tapaq.

$$\frac{58}{\sin\theta}=\frac{50}{\sin 40^\circ} \qquad \sin\theta=\frac{58\cdot\sin 40^\circ}{50}\approx 0{,}7456$$

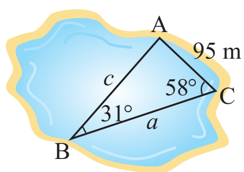
Buradan $\theta\approx 48^\circ$ (verilənlərə görə EF<ET olduğundan θ kor bucaq ola bilməz). Onda $\varphi\approx 180^\circ-(40^\circ+48^\circ)=92^\circ$

İşçi vərəq N 1

Adı ____ Soyadı ______ Tarix ________



1) Gəmi A obyektindən 41°57′, B obyektindən 36°17′ bucaq altında müşahidə edilir. A obyektindən gəmiyə qədər məsafənin təqribi qiymətini tapın.



2) Gölün üzərində aparılan ölçmələrin nəticələri planda qeyd edilmişdir. Plana görə *a* və *c* məsafələri təqribən neçə metrdir?

3) Hansı verilənlərə görə üçbucağın olmadığını, bir üçbucağın və ya 2 üçbucağın olduğunu demək olar?

1) $a = 10$, $c = 4$ və $\angle C = 148^\circ$

3) $b = 2$, $c = 8$ və $\angle C = 120^\circ$

2) $a = 2{,}4$, $b = 3{,}1$ və $\angle A = 24^\circ$

4) $c = 10$, $a = 6$ və $\angle A = 28^\circ$

4) Sinuslar teoremini tətbiq etmədən $A = 112^\circ$, $b = 12$ sm, $a = 8$ sm şərtinə uyğun üçbucağın olmadığını izah edin.

Dərs 63-67. Dərslik səh. 126-132. Kosinuslar teoremi.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 5 saat

Məzmun standartı

3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiqi ilə üçbucaqları həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *kosiniuslar teoremini tətbiq etməyin mümkün hallarını təqdim edir (TBT və TTT);*
- *kosinuslar teoremini tətbiq edir;*
- *kosinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir.*

Dərslikdə verilən araşdırma tapşırığı yerinə yetirilir. Şagirdlər dəftərlərində düzbucaqlı, itibucaqlı, korbucaqlı üçbucaqlar çəkir (eyni işarələmələr aparmaqla) tərəflərini ölçür və aşağıdakı şərtlərin hansının hansı üçbucaqda ödənildiyini yoxlayırlar. Bu cür empirik yanaşmalar şagirdə anlayışın mahiyyətini daha yaxşı anlamağa kömək edir.

- $a^2 + b^2 = c^2$
- $a^2 + b^2 > c^2$
- $a^2 + b^2 < c^2$

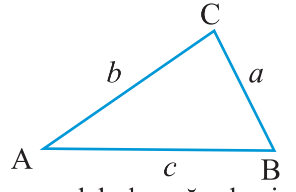
Şagird kosinuslar teoreminin bütün üçbucaqlar üçün doğru olduğunu başa düşür və teoremin sözlə, düsturla ifadəsini yazılı və şifahi şəkildə təqdim etməyi bacarmalıdır.

Tərəfləri a, b və c olan istənilən ABC üçbucağında

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$



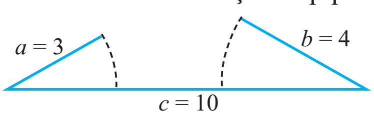
Üçbucağın hər hansı tərəfinin kvadratı bərabərdir:
digər iki tərəfin kvadratları cəmi, minus bu tərəflər və onlar arasındakı bucağın kosinusunun hasilinin 2 misli.

Pifaqor teoremi kosinuslar teoreminin xüsusi halı kimi təqdim edilir. $\angle C = 90^\circ$ olduqda

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos 90^\circ = b^2 + a^2$$

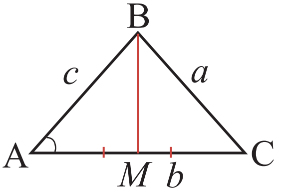
Sinuslar və kosinuslar teoremi ilə məsələ həlli zamanı uyğun həndəsi təsvirlərin müəyyən miqyasla verilən ölçü ilə çəkilməsinə çalışılır. Bu həlli yoxlamağa imkan verməklə bərabər düsturun da düzgün olduğuna şagirdləri inandırır, riyaziyyatın abstrakt deyil, real elm olduğunu anlamağa kömək edir.

! Kosinuslar teoreminin tətbiqi zamanı üçbucaq bərabərsizliyini diqqətdə saxlamağın vacib olduğu qeyd edilir. Üçbucağın iki tərəfinin uzunluqları cəmi üçüncü tərəfin uzunluğundan böyük olmalıdır. Əks halda üçbucaq qurmaq mümkün deyil.



Dərslikdə verilmiş nümunə tapşırığının həlli müzakirələrlə yerinə yetirilir. Kosinuslar teoremi ilə üçbucağın üçüncü tərəfi də müəyyən edildikdən sonra böyük tərəf qarşısında böyük bucaq durur şərtinə görə qeyri müəyyən hal aradan qalxır və üçbucağın digər bucaqlarını birqiymətli olaraq tapmaq mümkün olur. Şagirdlərin işçi vərəqlərlə verilmiş təqdimatları yerinə yetirmələri vacibdir.

Üçbucağın medianlarının tapılmasına aid məsələ. Tərəfləri 10 sm, 12sm, 14sm olan üçbucağın medianlarını tapın.
Həlli: Məsələni ümumi halda həll edərək üçbucağın medianları üçün düstur yazaq. Kosinuslar teoreminə görə Δ ABC -dən $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A$



Buradan $\cos \angle A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

Δ ABC - də BM medianı çəkək və Δ ABM -dən kosinuslar teoreminə görə BM medianın uzunluğunu tapaq.

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos \angle A = c^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 2 \cdot c \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} =$$

$$= c^2 + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} = \frac{4c^2 + b^2 - 2b^2 - 2c^2 + 2a^2}{4} = \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{4}$$

BM medianının uzunluğunu m_b ilə (b tərəfinə çəkilmiş median) işarə etsək alarıq.

$$m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

Oxşar qayda ilə alırıq: $m_a = \dfrac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ $\qquad m_c = \dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

Burada m_a - a tərəfinə çəkilən median m_c - c tərəfinə çəkilən mediandır.
Şərtə görə $a = 10$, $b = 12$, $c = 14$ olduğunu nəzərə alsaq:

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 14^2 - 10^2} = \frac{1}{2}\sqrt{580} = \sqrt{145}$$

$$m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 14^2 - 12^2} = \frac{1}{2}\sqrt{448} = \sqrt{112}$$

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 12^2 - 14^2} = \frac{1}{2}\sqrt{292} = \sqrt{73}$$

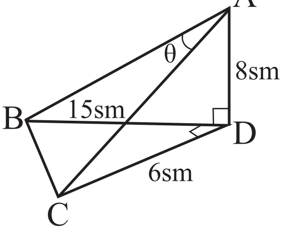
? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.7. c) həlli: Δ ADB - dən Pifaqor teoreminə görə

$AB = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ və

ΔADC - dən $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

ΔADC - dən $BC = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{261}$



Δ ABC - dən kosinuslar teoreminə görə alırıq.
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos\theta$
Buradan:

$$\cos\theta = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{17^2 + 10^2 - 261}{2 \cdot 17 \cdot 10} = \frac{128}{340} \approx 0{,}38$$

və $\theta \approx 68°$

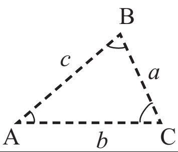
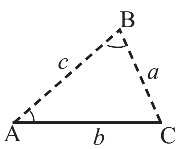
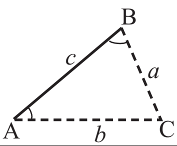
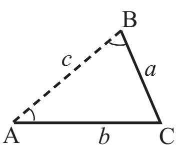
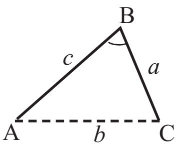
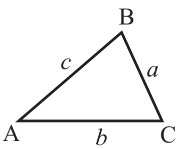
İşçi vərəq N 2

Təqdimat

Üçbucağın həlli

Adı ____ Soyadı ______ Tarix ________

Cədvəli dəftərinizdə yenidən çəkin. Mümkün hallara uyğun nümunə yazın.

Verilən hal	Sözlə ifadəsi	Üçbucağın mümkünlüyünün əsas şərti	Üçbucaqların sayı	Təsviri	Şərh
BBB	Üç bucağı	Bucaqları cəmi 180°-dir	∞		Həll etmək mümkün deyil
BBT	İki bucağı və bu bucaqlardan birinin qarşısındakı tərəfi	İki bucağının cəmi 180°-dən kiçikdir	1		Sinuslar teoremi ilə həll edilir
BTB	İki bucağı və bucaqlara bitişik tərəfi	İki bucağının cəmi 180°-dən kiçikdir	1		Sinuslar teoremi ilə həll edilir
TTB	İki tərəfi və bu tərəflərdən birinin qarşısındakı bucağı		0,1,2		Qeyri müəyyən hal
TBT	İki tərəfi və bu tərəflər arasında qalan bucaq		1		Kosinuslar teoremi ilə həll edilir
TTT	Üç tərəfi	İki tərəfinin cəmi üçüncü tərəfdən böyükdür	1		Kosinuslar teoremi ilə həll edilir

İşçi vərəq N 3

Təqdimat

Üçbucağın həlli

Adı ____ Soyadı ______ Tarix ________

Hal 1. Bir tərəf və iki bucaq məlumdur. (TBB və ya BTB)	Addım 1. Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə görə üçüncü bucaq tapılır. Addım 2. Qalan tərəfləri sinuslar teoreminə görə tapılır.
Hal 2: İki tərəfi və bir bucaq verilir (tərəflər arasında olmayan) (TTB)	Bu qeyri müəyyən haldır: 0;1,2 sayda üçbucaq ola bilər Addım 1. Sinuslar teoreminə görə bucağı tapılır. Addım 2. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır. Addım 3. Sinuslar teoreminə görə tərəflər tapılır. Əgər 2 üçbucaq varsa, 2-ci və 3-cü addımı təkrar edin.
Hal 3: İki tərəf və onlar arasında qalan bucaq verilir. (TBT)	Addım 1. Üçüncü tərəfi kosinuslar teoreminə görə tapılır. Addım 2. Sinuslar teoreminə görə digər iki bucaqdan kiçik olanı tapılır. Addım 3. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır.
Hal 4: Üç tərəf verilir. (TTT)	Addım 1. Kosinuslar teoreminə görə böyük bucağı tapılır. Addım 2. Sinuslar teoreminə görə qalan iki bucaqdan biri tapılır. Addım 3. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır.

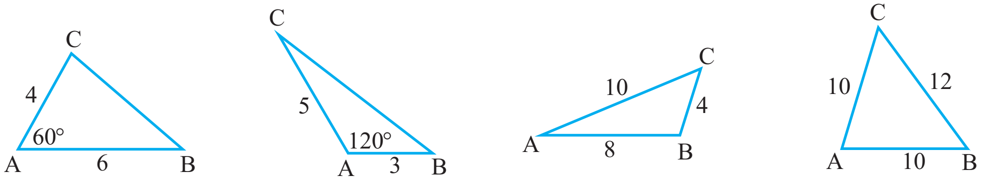
Təqdimatı hər hal üçün nümunələr əlavə etməklə tamamlayın və təqdim edin.

İşçi vərəq N 4

Kosinuslar teoreminin tətbiqi

Adı ____ Soyadı ______ Tarix ________

Üçbucaqları həll edin.



$\angle A = 67{,}3°$; $b = 37{,}9$ km, $c = 40{,}8$ km

$a = 9{,}3$ sm; $b = 5{,}7$ sm, $c = 8{,}2$ sm

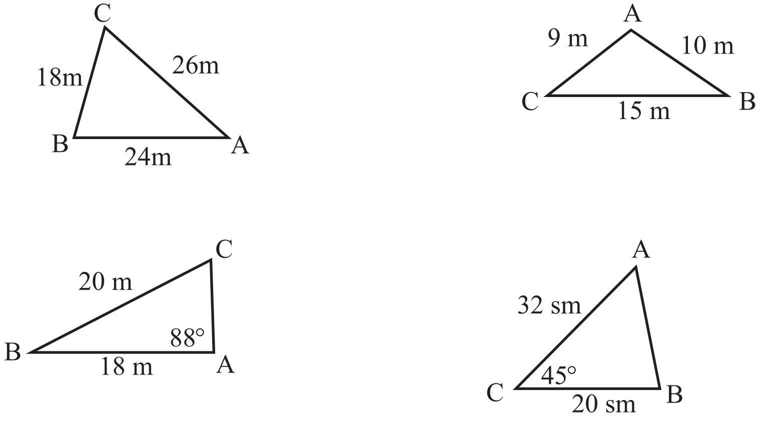
$a = 8$ m; $b = 14$ m, $c = 17$ m

$\angle C = 72°\ 40'$; $a = 99$ m, $b = 76$ m

$\angle B = 74°$; $a = 22$ sm, c = 16 sm

$\angle C = 59{,}70°$; $a = 5$ km, $b = 7$ km

$\angle A = 112{,}8°$; $b = 6{,}28$ sm, $c = 12{,}2$ sm

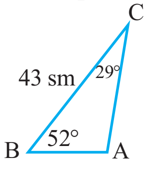


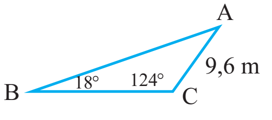
Sinuslar və kosinuslar teoremi.
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Sinuslar teoremini sadə situasiyalarda tətbiq edir	
2	Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir	
3	Kosinuslar teoremini sadə situasiyalarda tətbiq edir	
4	Kosinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir	

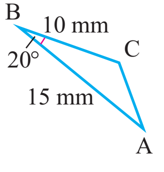
Dərs 68. Sinuslar və kosinuslar teoremi.
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

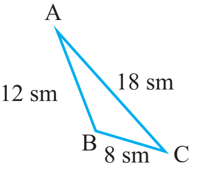
1) Üçbucaqları həll edin.





2) Üçbucaqları həll edin.





3) Üçbucaqları həll edin.

a) $a = 6$, $b = 8$, $c = 12$ b) $\angle A = 50°$, $b = 3$, $c = 11$

4) Üçbucaqları həll edin.

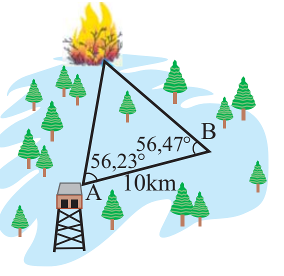
a) $\angle A = 60°$, $a = 9$, $c = 10$ b) $\angle A = 36°$, $a = 8$, $b = 5$

5) Tərəfləri 4; 6; 8 olan üçbucaqda kiçik bucağın kosinisunu tapın.

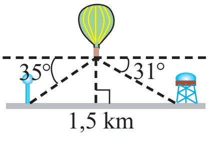
6) Tərəfləri 3 sm, 4 sm, iti bucağı 60° olan paraleloqramın diaqonallarını tapın.

7) $a = 5{,}2$ sm, $b = 7{,}5$ sm, $\angle A = 105°$ verilənlərinə görə sinuslar teoremindən istifadə etmədən belə bir üçbucağın mümkün olmadığını izah edin.

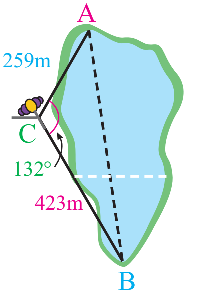
8) Meşədə yanğının baş verdiyi yer A və B məntəqələrinə görə şəkildə göstərildiyi kimidir. Yanğın ən yaxın məntəqədən təqribən nə qədər məsafədədir?



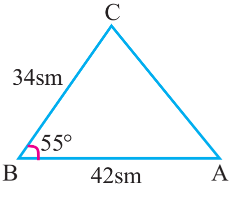
9) Hava şarında uçan şəxs eyni düz xətt üzərində yerləşən kəndlərdən birinə eniş bucağının 35°, digərinə isə 31° olduğunu müəyyən etdi. Bu məntəqələr arasındakı məsafə 1,5 km olarsa, şar yerdən neçə metr hündürlükdədir?

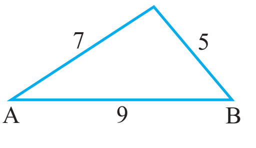


10) Müşahidəçi birbaşa ölçülməsi mümkün olmayan iki nöqtə arasındakı məsafəni müəyyən etmək istəyir. Apara bildiyi mümkün ölçüləri planda qeyd etmişdir. Bu məlumatlara görə A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.



11) Üçbucaqların sahələrini tapın.





12) Tərəfləri 5 sm, 7 sm, 8 sm olan üçbucaqda böyük bucaq təpəsindən çəkilmiş medianın uzunluğunu tapın.

5.Triqonometrik funksiyalar və onların qrafikləri

Bölmə üzrə planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyini, təkliyini, cütlüyüni, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır. 2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır. 2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.	69-71	Dövri funksiyalar. $y = \sin x$ $y = \cos x$ funksiyasının qrafikləri	3	134
	72-75	$y = \sin x$ *və* $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələri.	4	141
	76-77	Triqonometrik funksiyalar və dövri hadisələr	2	153
	78-80	$y = tan\, x$ və $y = cot\, x$ funksiyaları və qrafikləri	3	158
	81-82	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	163
	83	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	84	Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
		Cəmi	16	

Dərs 69-71. Dərslik səh. 134-140. Dövri funksiyalar. $y = \sin x$, $y = \cos x$ funksiyasının qrafikləri. 3 saat

Məzmun standartı

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.
2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

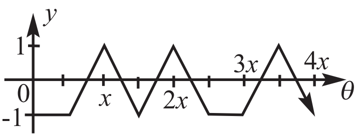
Əlavə resurslar

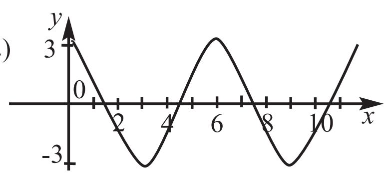
İşçi vərəqlər

- *dövri funksiyanı qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə müəyyən edir;*
- *dövri funksiyanın dövrünü, ən böyük qiymətini, ən kiçik qiymətini, qiymətlər çoxluğunu qrafikə görə müəyyən edir;*
- *$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərini qurur;*
- *$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının xassələrini nümunələr üzərində təqdim edir.*

Riyazi lüğət *dövri funksiya, dövr, amplitud*

1-ci saat. Dövri dəyişən funksiyalara aid nümunələr təqdim edilir. Bir çox təbiət hadisələrinin periodik olaraq dəyişdiyi, istehsal sahələrində bir çox proseslərin dövri olaraq təkrarlandığı hamımıza məlumdur. Şagirdlər nümayiş etdirilən qarfiklərə görə onun periodik olub-olmadığını, periodunu, maksimum və minimum qiymətlərini, qiymətlər çoxluğunu müəyyən edirlər.

1)


2)


Funksiyanın dövriliyi şaquli dəyişmə ilə, yəni y-in qiymətlərinə görə müəyyən edilir. Məsələn 1-ci qrafikdən görünür ki, funksiyanın -1 qiyməti sabit qalır sonra isə -1 və 1 arasında dəyişir, nəhayət $\frac{5x}{2}$ -dən başlayaraq $3x$-ə qədər yenidən sabit qalır və yenidən -1 və 1 arasında qiymətləri dəyişir. Funksiyanın dövrü isə üfüqi dəyişmə (məsafə) ilə, yəni x-in dəyişməsinə görə müəyyən edilir. Məsələn, 1-ci funksiya arqumentin 0-dan $\frac{5x}{2}$-yə qədər qiymətlərində özünün bütün mümkün qiymətlərini alır. Funksiyanın sonrakı dəyişməsi qrafikin bu hissəsinin təkrarlanmasından ibarətdir. Deməli, funksiyanın dövrü $\frac{5x}{2}$ -dir. Funksiyanın maksimum qiyməti 1, minumum qiyməti isə -1-dir. 2-ci qrafikdən dövrü müəyyən etmək mümkündür. Funksiya 0 nöqtəsində 3 qiymətini alır, bu qiyməti funksiya yenidən 6 nöqtəsində alır, deməli, funksiyanın dövrü 6-dır.

Verilmiş tapşırıqlar müzakirələrlə yerinə yetirilir. Məsələn, D.4. tapşırığında verilmiş diaqramı real situasiyaya uyğun şərh edirlər. Karusel müəyyən bərabər hissələrə bölünmüş vahid çevrə modelidir. Müəyyən anda Yer səviyyəsində olan kabinə 2 dəqiqədən sonra maksimum hündürlükdə (50 m hündürlükdə) olur. Daha 2 dəqiqəyə isə yer səthinə çatır.Deməli, karusel bir dövrü 4 dəqiqəyə başa vurur.

Diaqnostik qiymətləndirmə üçün "Mən nə öyrəndim?" başlığı ilə şagirdin sərbəst işini təqdim etməsi tövsiyə edilir.
Aşağıda uyğun nümunə verilmişdir.

İşçi vərəq 1

Adı _________ Soyadı_________ Tarix______

Riyazi yazı

1) Dövri funksiyalar haqqında siz nə öyrəndiniz?

1. ____
____
____
____
____

2. ____
____
____

2) Riyazi anlayışla izahını birləşdirin.

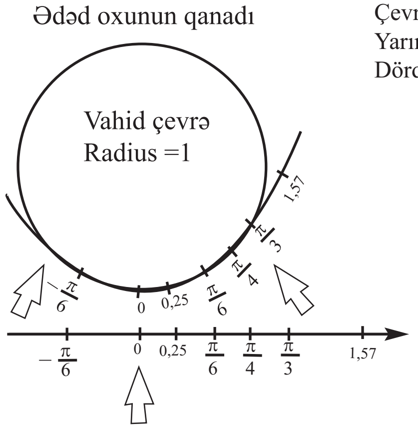
dövri funksiya	y-in qiymətləri müəyyən aralıqda təkrarlanır
dövr	x-in elə ən kiçik intervalıdır ki,bu intervalda funksiya qiymətlər çoxluğuna daxil olan bütün qiymətləri alır.

Siz velosipedin pedalının hərəkətini dövri funksiya olaraq necə təqdim edərdiniz?

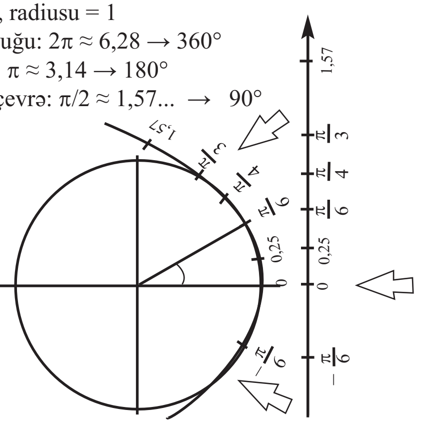
____
____
____
____

3) Dövrü 10, qiymətlər çoxluğu $4 \le y \le 10$ olan funksiyanın qrafikinə bir nümunə çəkin.

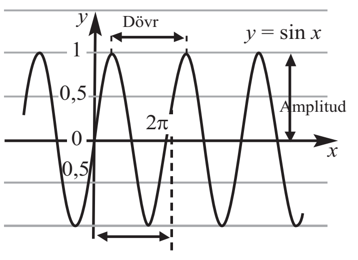
2-ci saat. *y = sinx və y = cosx* funksiyalarının qrafiklərini qurma addımları müzakirə edilməklə ümumsinif fəaliyyəti olaraq yerinə yetirilir. Vahid çevrə üzərində dönmələrin *x* oxu üzərində, çevrə üzərindəki hər bir nöqtənin *x* oxundan məsafəsinin isə y oxu üzərində qeyd edildiyini şagird başa düşür. Şagird triqonometrik funksiyaların qiymətinin vahid çevrə üzərində nöqtənin koordinatlarının P (cosθ; sinθ) olduğunu və onların həqiqi ədədləri ifadə etdiyini başa düşür. Aşağıdakı şəkillər üzərində bu aydın görünür.

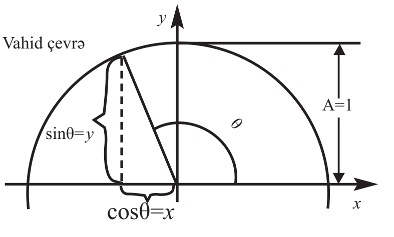


Vahid çevrə, radiusu = 1
Çevrə uzunluğu: $2\pi \approx 6{,}28 \rightarrow 360°$
Yarımçevrə: $\pi \approx 3{,}14 \rightarrow 180°$
Dörddə bir çevrə: $\pi/2 \approx 1{,}57... \rightarrow 90°$



Şagird *y = sinx və y = cosx* funksiyalarının dövrü funksiya olduğunu onun qrafiki üzərində qiymətlərinin təkrarlanmasına görə təqdim edir, bir dövrdə maksimum, minimum qiymətini və funksiyanın dövriliyi ilə bu qiymətləri əlaqələndirməyi bacarmalıdır.



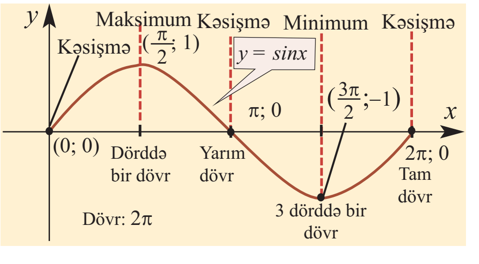


(θ+2π) dönmə bucağı vahid çevrə üzərində θ-lə eyni nöqtə ilə göstərilir. Yəni, sin(θ+2π) = sinθ

y = sin*x*; *y* = cos*x* funksiyalarının qrafiklərinin [0; 2π] parçasında 5 əsas nöqtəsinə görə qurulması yerinə yetirilir.

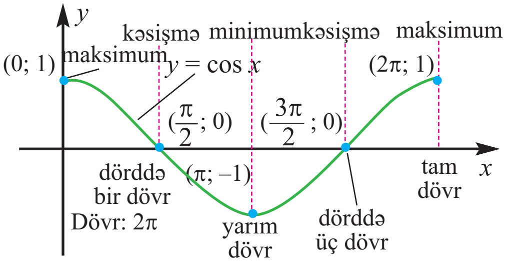
y = sinx		
Nöqtələr	*y*	*x*
sıfrı	0	0
maksimumu	1	$\frac{\pi}{2}$
sıfrı	0	π
minimumu	–1	$\frac{3\pi}{2}$
sıfrı	0	2π

y = sin*x* funksiyasının 5 əsas nöqtəsinə görə qrafiki.



$y = \cos x$		
Nöqtələr	y	x
maksimumu	1	0
sıfrı	0	$\frac{\pi}{2}$
minimumu	–1	π
sıfrı	0	$\frac{3\pi}{2}$
maksimumu	1	2π

$y = \cos x$ funksiyasının 5 əsas nöqtəsinə görə qrafiki.

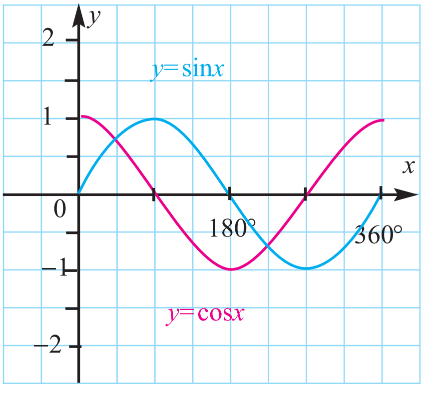


? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5 tapşırığını şagirdin aşağıdakı məzmunda təqdimatla yerinə yetirməsi tövsiyə edilir.

$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının oxşar və fərqli cəhətləri

Oxşar cəhətləri. Dövrü 2π (360°)
Amplitudu 1-dir.
Qiymətlər çoxluğu [–1; 1] parçasıdır.



Fərqli cəhətləri: 1. $y = \cos x$ funksiyası absis oxunu $\frac{\pi}{2} + \pi n$ nöqtələrində, $y = \sin x$ funksiyası absis oxunu $x = \pi n$ nöqtələrində ($n \in Z$) kəsir.

2. $y = \sin x$ funksiyası maksimum qiymətini $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ nöqtələrində, $y = \cos x$ funksiyası $2\pi n$ nöqtələrində alır.

3. $[0; 2\pi]$ parçasında $y = \sin x$ funksiyası bir dəfə, $y = \cos x$ funksiyası isə iki dəfə maksimum qiymət alır.

4. $[0; 2\pi]$ parçasında $y = \sin x$ funksiyasının üç sıfırı, $y = \cos x$ funksiyasının iki sıfırı var.

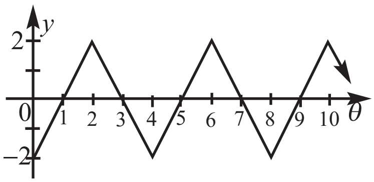
5. $y = \cos x$ funksiyası maksimum qiymətini $y = \sin x$ funksiyasından $\frac{\pi}{2}$ qədər tez alır.

$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafikini müxtəlif intervallarda qurma tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Eyni qrafikin qrafkalkulyatorla da qurulması tövsiyə edilir.

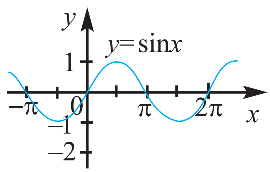
Sürətli diaqnostik qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $y = \sin x$ funksiyası üçün verilmiş fikirlərdən neçəsi səhvdir?
a) Qiymətlər çoxluğu $[-1;1]$-dir.
b) Təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.
c) y oxunu (0; 0) nöqtəsində kəsir.
d) Əsas dövrü π-dir.

2) Verilən funksiya dövridirsə, əsas dövrünü yazın.



3) Funksiyanın qrafikinə görə $\sin 5\pi$ və $\sin(-600°)$-ni müəyyən edin.



4) $y = \cos x$ funksiyası üçün verilmiş fikirlərdən neçəsi səhvdir?
a) x oxunu $\pi/2 + \pi n$ nöqtələrində (n tam ədəddir) kəsir
b) y oxunu (0; 1) nöqtəsində kəsir
c) Maksimum qiymətini $\pi/2 + \pi n$ nöqtələrində alır (n tam ədəddir).
d) Dövrü 2π-dir.

5) $y = \sin t$ funksiyasının xassələrinə görə uyğunluğu müəyyən edin.

a) $t=\frac{\pi}{6}+10\pi$ b) $t=-\frac{\pi}{4}$ c) $t=\frac{-15\pi}{4}$ d) $t=13\pi$ e) $t=\frac{21\pi}{2}$

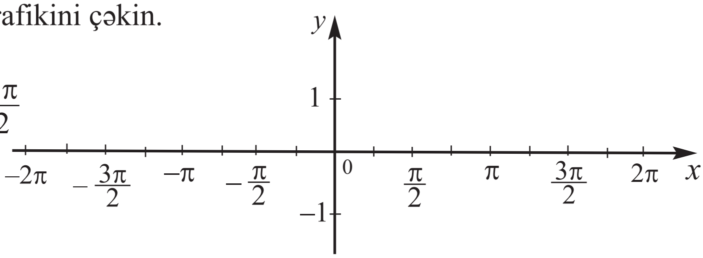
1) $\sin t=0$ 2) $\sin t=\frac{1}{2}$ 3) $\sin t=1$ 4) $\sin t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 5) $\sin t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

İşçi vərəq 2

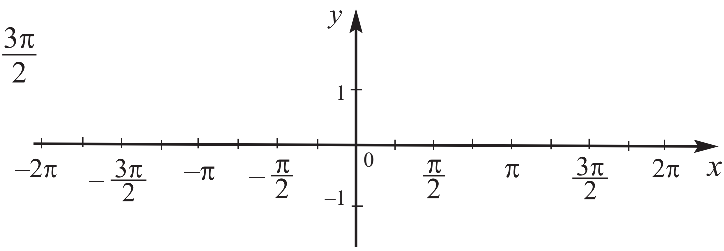
Adı __________ Soyadı__________ Tarix________

Verilmiş funksiyanın qrafikini çəkin.

$y = \sin x,\ -\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$



$y = \cos x,\ -\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$



Dərs 72-75. Dərslik səh. 141-152. *y* = sin*x* və *y* = cos*x* funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələri. 4 saat

Məzmun standartı. 2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyalar və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

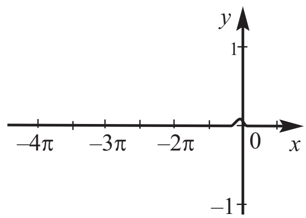
İşçi vərəqlər

http://www.analyzemath.com/trigonometry_worksheets.html

- *y = a·sin bx və y = a·cos bx şəklindəki funksiyaların amplitudunu və dövrünü müəyyən edir*
- *funksiyanın qrafikinə görə düsturunu yazır*
- *real həyati situasiyaları triqonometrik funksiyaların köməyilə modelləşdirir*
- *y = sinx və y = cosx funksiyalarına görə y = asinbx və y = acosbx funksiyalarının çevrilmələrini sözlə ifadə edir, qrafik olaraq təsvir edir;*
- *y = sinx və y = cos x funksiyalarına görə* $y = a\cdot\sin b(x-c)+d$ və $y = a\cdot\cos b(x-c)+d$ *funksiyalarının çevrilmələrini sözlə ifadə edir, qrafik olaraq təsvir edir;*

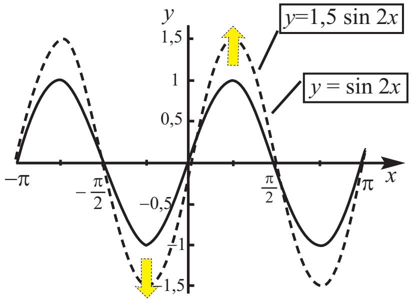
Riyazi lüğət *dövri funksiya, dövr, amplitud*

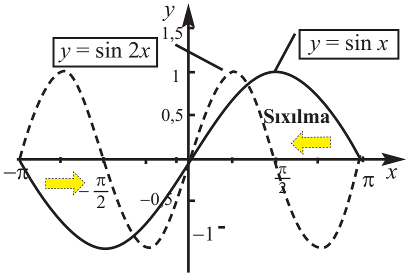
Göstərilən funksiyaların qrafikini istənilən intervalda qurmaq olar. Əgər verilən interval 0-dan uzaqda yerləşirsə, məsələn, [–4π; – 2π] olarsa, koordinat başlanğıcı kəsilmiş koordinat müstəvisindən istifadə edilməsi daha məqsədəuyğundur.



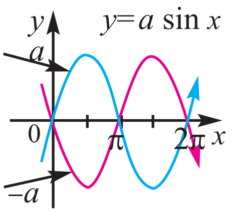
Dərslikdə verilmiş qrafik nümunələri üzərində şagirdlər *a* və *b* parametrlərinin *y* = sin*x* funksiyasına necə təsir etdiyini araşdırırlar. Şagirdlər *a* və *b* həddinin dəyişməsi ilə amplitudun və dövrün dəyişməsini müşahidə edirlər.

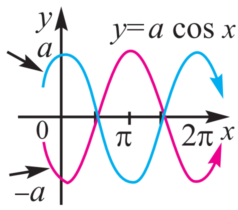
1-ci saat. Şaquli və üfüqi sıxılma və dartılma (*a* və *b* həddi). Şagird *y = a·sinbx* və *y = a·cosbx* şəklindəki funksiyalarda *a*-nın və *b*-nin qiyməti 1-dən böyük, 1-dən kiçik müsbət ədəd və mənfi ədəd olduqda funksiya çevrilmələrini sözlə və qrafik təsvirlə təqdim etməyi bacarmalıdır. Bunun üçün əvvəlcədən şəkillərin, slaydların hazırlanması, şagirdin müstəqil olaraq qrafkalkulyatorla müxtəlif qrafikləri qurması məqsədəuyğundur.





Şagird a-nın işarəsinin mənfi olması ilə (a < 0) funksiyanın qrafikinin x oxuna nəzərən simmetrik çevrildiyini (əksetmə) başa düşür. b<0 olan halı sinusun tək, kosinusun cüt funksiya olmasına görə b parametrinin müsbət olduğu hala gətirməyi bilir.





2-ci saat. $y = a \cdot \sin bx$ və $y = a \cdot \cos bx$ funksiyalarının dövru və amplitudunun tapılmasına aid tapşırıqlar və tətbiq tapşırıqları yerinə yetirilir.

Əlavə tapşırıq. Verilmiş $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının ortaq dövrünü tapın.
Həlli:

a) $f(x) = 2\sin\frac{2x}{3}$ $\qquad$ $g(x) = 3\cos\frac{1}{2}x$

$f(x)$ funksiyasının əsas dövrü $T_1 = \dfrac{25}{\frac{2}{3}} = 3\pi$,

$g(x)$ funksiyasının əsas dövrü $T_2 = \dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$-dir

Aydındır ki, nT_1 ($n \in Z$) ədədləri $f(x)$-in,

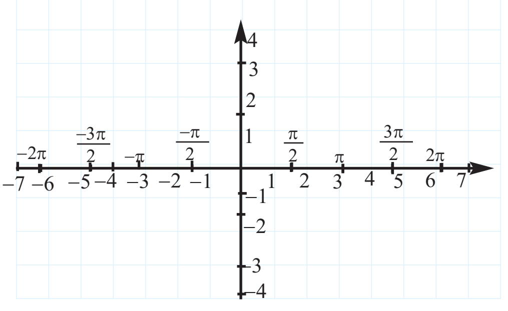
mT_2 ($m \in Z$) ədədləri $g(x)$ - in dövrləridir.
Bu funksiyaların ortaq dövrü T olarsa, elə n və m ədədləri tapmalıyıq ki,
$T = nT_1 = mT_2$ bərabərliyi ödənsin
Buradan $n \cdot 3\pi = m \cdot 4\pi$
$3n = 4m$ bərabərliyini ödəyən ən kiçik natural n və m ədədlərini tapaq.
Aydındır ki, $n = 4$, $m = 3$ olmalıdır.
Onda ortaq dövr $T = 4 \cdot T_1 = 4 \cdot 3\pi = 12\pi$ olar

İşçi vərəq 3

Adı __________ Soyadı__________ Tarix_______

Funksiyaların amplitud və dövrünü müəyyən edin, qrafikini qurun.

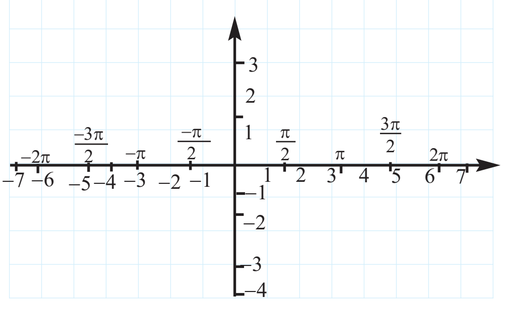
$y = 3 \sin x$



Amplitud_______

Dövr___________

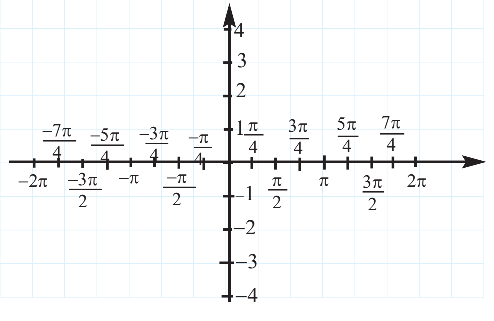
$y = 2 \cos x$



Amplitud_______

Dövr___________

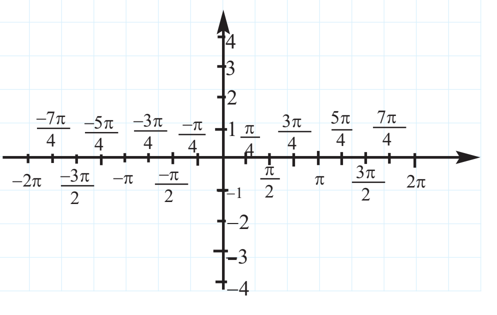
$y = 3 \sin 2x$



Amplitud_______

Dövr___________

$y = 4 \cos 2x$



Amplitud_______

Dövr___________

İşçi vərəq 4

Adı _________ Soyadı_________ Tarix_______

1) $y=\sin 4x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

2) $y=\cos 5x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

3) $y=\sin x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

4) $y=4\cos x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

5) $y=-5\sin x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

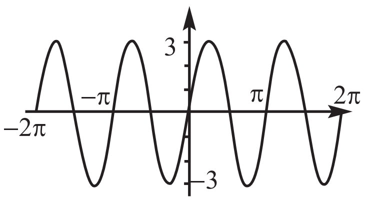
6) $y=5\sin(-4x)$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

7) $y=3\sin\frac{2}{3}x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

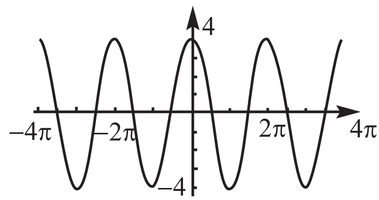
8) $y=-4\cos 5x$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

9) $y=3\cos(-2x)$
Amplitud =_________
Dövr =_____________

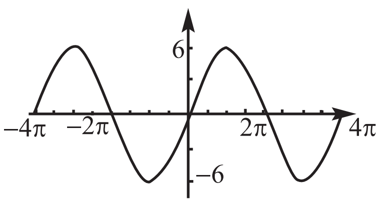
Aşağıdakı qrafiklərin amplitudlarını və əsas dövrünü yazın. Hər bir qrafikə uyğun düsturu yazın.



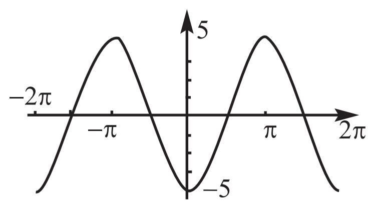
Amplitud =_________
Dövr =_____________
Düstur:_____________



Amplitud =_________
Dövr =_____________
Düstur:_____________



Amplitud =_________
Dövr =_____________
Düstur:_____________



Amplitud =_________
Dövr =_____________
Düstur:_____________

Verilən amplituda və dövrə görə kosinus funksiyasının düsturunu yazın

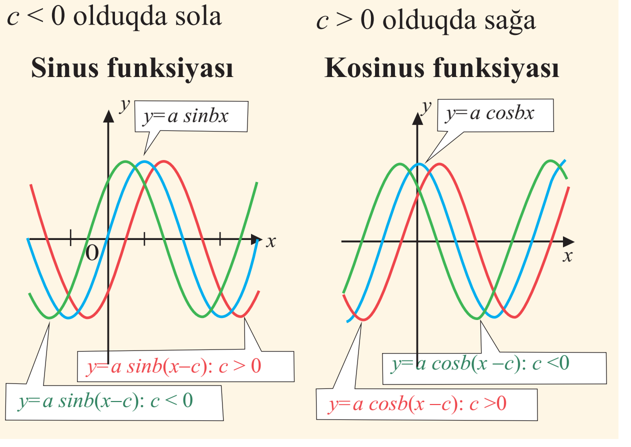
a) amplitudu 1, əsas dövrü 270°
Düsturu_________________

b) amplitudu $\frac{3}{4}$, əsas dövrü π
Düsturu_________________

3-cü saat. Üfüqi sürüşmə (c həddi). $y = a \cdot \sin b(x - c)$ və $y = a \cdot \cos b(x - c)$ şəklindəki funksiyalarda çevrilmələr nəzərdən keçirilir. c-nin işarəsindən asılı olaraq funksiyanın qrafiki sağa və ya sola sürüşmüş olur.

Dərslikdə verilmiş nümunələr müzakirələrlə nəzərdən keçirilir. Bu sürüşdürmənin faza sürüşdürməsi olduğu qeyd edilir. Nümunələrin həm dərəcə ilə, həm də radianla verilməsi tövsiyə edilir. Məsələn, şagird $y = 3\sin 2(x - 60°)$, həmçinin $y = 3\cos 3(x + \frac{\pi}{4})$ kimi tapşırıqları yerinə yetirir.

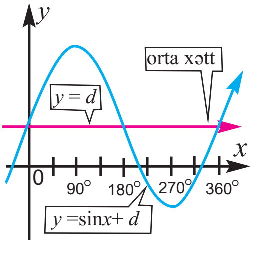
Diqqət edilməli məqam:



! Əgər funksiyanın düsturu $y = a \cdot \sin(bx - c)$ şəklində verilmişsə, fazanı müəyyən etmək üçün b mötərizə xaricinə çıxarılmalıdır. Bu halda faza mütləq qiymətcə $\frac{c}{b}$-yə bərabər olacaq.

Qarfikin şaquli və ya üfüqi dartılma və ya sıxılmasına, şaquli və ya üfüqi sürüşməsinə, simmetrik çevrilməsinə hansı hədlərin necə təsir etdiyinə aid bilik və bacarıqlarını qiymətləndirmək üçün D.7 və D.27 tipli tapşırıqlar əlverişlidir. Şagird sözlə verilmiş çevrilməni düsturla ifadə edir.

Şaquli sürüşmə. (d həddi) $y = a \cdot \sin b(x - c) + d$ və $y = a \cdot \cos b(x - c) + d$ şəklindəki funksiyalarda çevrilmələr nəzərdən keçirilir. d-nin işarəsindən asllı olaraq funksiyanın qrafiki yuxarı və ya aşağı sürüşmüş olur.



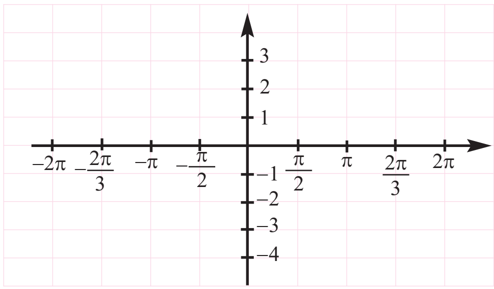
$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyasının qrafikləri üzərindəki nöqtələrin x oxundan məsafələrinin dəyişməsində müəyyən "simmetriklik" müşahidə olunur. x oxuna triqonometrik funksiyanın horizontal (üfüqi) oxu da deyilir. Şaquli sürüşmə zamanı horizontal ox yerini sürüşmə vahidi qədər dəyişir, məsələn $(x;y)$ $y = \sin x$ funksiyasının qrafiki üzərindədirsə, şaquli sürüşmə zamanı bu koordinatlar $(x; y + d)$ kimi dəyişəcək və horizontal ox $y = d$ düz xətti olacaq. Bu oxa qrafikin orta xətti də deyilir. Orta xətt qrafikinə görə funksiyanın düsturunun təyin edilməsi zamanı mühüm göstəricidir.

İşçi vərəq 5

Adı _________ Soyadı_________ Tarix_______

Funksiyaların qrafiklərini göstərilən rənglərdə çəkin:

$y = \sin x$, *mavi;* $y = \sin x + 3$ qırmızı ; $y = \sin x - 3$; yaşıl



Sinus funksiyasının əsas (ana) düsturuna sabit əlavə edildikdə nə baş verir?

____

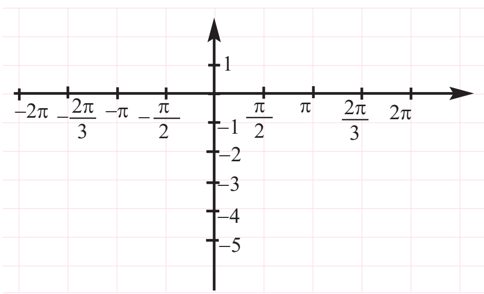
____

Sinus funksiyasının əsas (ana) düsturunda sabit ədəd çıxıldıqda nə baş verir?______________________________

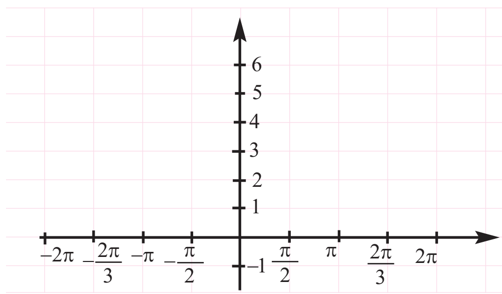
____

Funksiyaların qrafiklərini qurun.

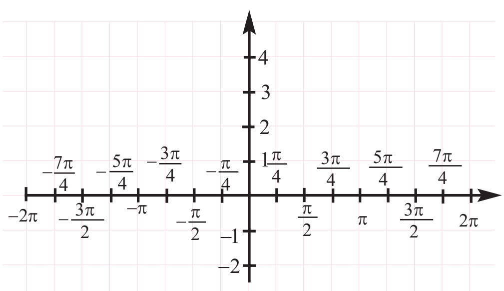
$y = \sin x - 4$



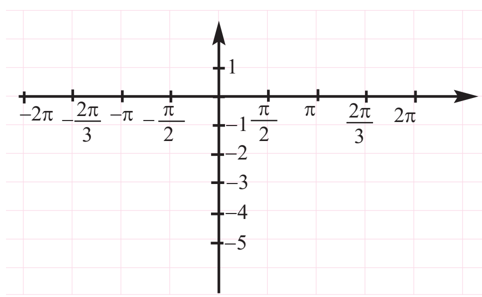
$y = \cos x + 3$



$y = \sin x + 1$



$y = \cos x - 2$

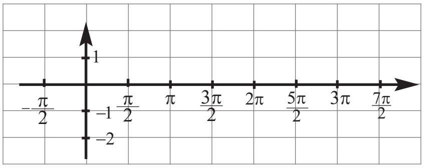


İşçi vərəq 6

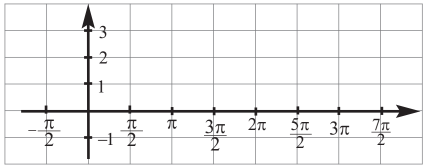
Adı _________ Soyadı_________ Tarix_______

Tapşırıqları yerinə yetirin.

$y = \sin(x - \frac{\pi}{2}) - 1$ funksiyasının qrafikini qurun

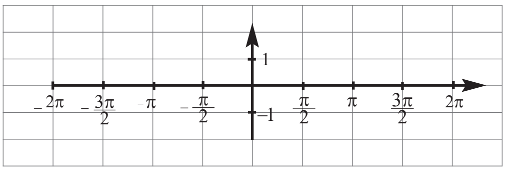


$y = \cos(x + \frac{\pi}{2}) + 2$ funksiyasının qrafikini qurun

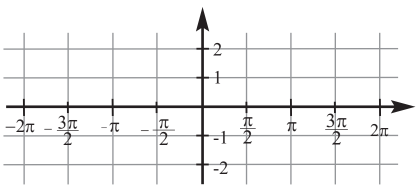


Çevrilmə

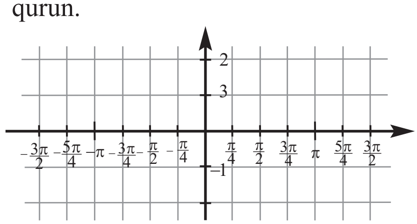
$y = \sin x$ (qırmızı), $y = -\sin x$ (göy) funksiyasının qrafikini qurun.



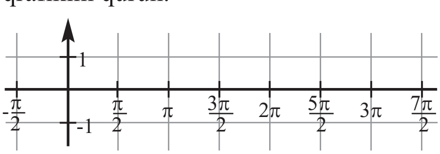
$y = 2\sin x$ funksiyasının qrafikini qurun.



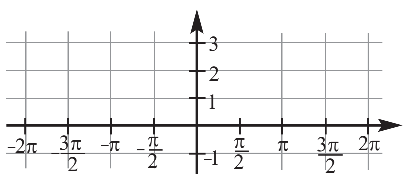
$y = -2\sin x$ funksiyasının qrafikini qurun.

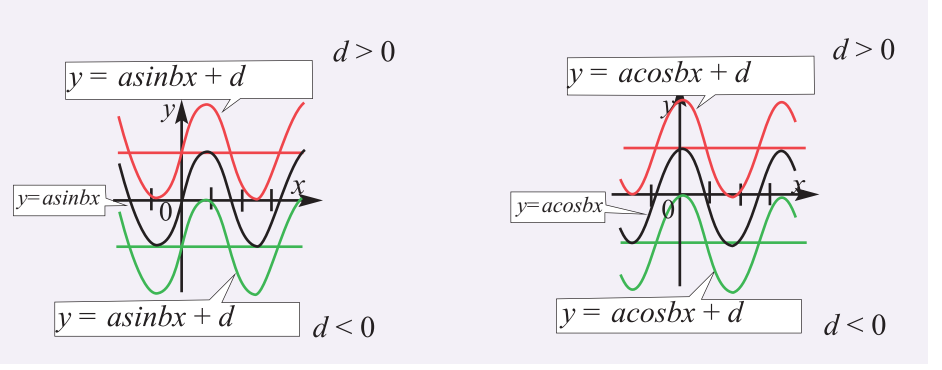


$y = -\sin(x - \frac{\pi}{2})$ funksiyasının qrafikini qurun.



$y = -\cos x + 2$ funksiyasının qrafikini qurun.





4-cü saat. Beş əsas nöqtəsinə görə $y = a{\cdot}\sin bx$, $y = a{\cdot}\cos bx$ şəklində funksiyaların istənilən intervalda qrafikini qurmaq olar.

$y = a{\cdot}\sin b(x - c) + d$ və $y = a{\cdot}\cos b(x - c) + d$ şəklində funksiyaların qrafikinin 5 nöqtəyə görə qurulmasını ümumi şəkildə və bir nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

1-ci addım. Funksiyanın düsturundan *a, b, c, d* sabitlərini müəyyən edin. $y = d$ xəttini koordinat müstəvisi üzərində qeyd edin. *d*-dən *a*-nın qiymətini çıxmaqla və əlavə etməklə funksiyanın maksimum və minimum qiymətlərini tapın və ona uyğun düz xətti çəkin.

2-ci addım. $T = \dfrac{2\pi}{b}$ düsturundan istifadə etməklə dövrünü tapın.

3-cü addım. Hər dövrdə 5 əsas nöqtəni qeyd etmək üçün *x*-in bir dövrü göstərən parçasını 5 bölgünün köməyilə 4 intervala ayırın.

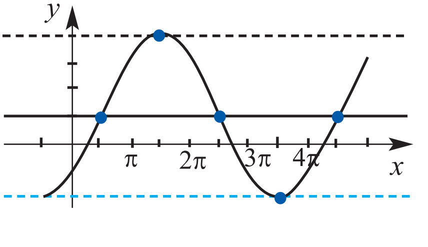
4-cü addım. Birinci nöqtənin koordinatlarını müəyyən edin. Bu nöqtənin *x* koordinatı $0 + c$ vahiddir. Bu koordinata uyğun sinus funksiyası üçün $y = d$ xəttinin kəsişməsində, kosinus funksiyası üçün maksimumuna uyğun ilk nöqtəni qeyd edin.

5-ci addım. sinus (sıfrı, maksimumu, sıfrı, minimumu, sıfrı) və kosinus (maksimumu, sıfrı, minimumu, sıfrı, maksimumu) funksiyası üçün 5 nöqtənin müəyyən ardıcıllığı ilə bu nöqtələr qeyd edilir. Birinci nöqtənin koordinatının üzərinə intervalın bölündüyü 4 hissənin (5 nöqtə ilə) ölçüsü əlavə edilir. Məsələn, dövr 4π olarsa, hər sonrakı nöqtənin absisi əvvəlkinin üzərinə π əlavə edilməklə tapılır.

Nümunə. $y = 3\sin\dfrac{1}{2}\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) + 1$

1. $a = 3$, $b = \dfrac{1}{2}$, $c = \dfrac{\pi}{2}$, $d = 1$

$1 - 3 = -2$ minimum, $1 + 3 = 4$ maksimum qiymətləridir.



2. Periodu tapın.

$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$

3. 0- 4π intervalı π addımlarla 4 bərabər hissəyə bölünür.

4. Birinci nöqtənin koordinatları $x = 0 + c = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$; $y = d = 1$

5. Sinus funksiyası üçün növbəti 4 nöqtənin absisləri və funksiyanın uyğun qiymətləri:
$\frac{\pi}{2} + \pi$ (maksimumu), $\frac{\pi}{2} + 2\pi$ ($y = d$ xətti üzərində), $\frac{\pi}{2} + 3\pi$ (minimumu), $\frac{\pi}{2} + 4\pi$ ($y = d$ xətti üzərində).

Bu nöqtələr qeyd edilir və qrafik qurulur.

Məsələ həllində əsas diqqəti mətndə funksiyanın əsas göstəricilərinin amplitud və dövr haqqında məlumat verən hissəsinin seçilməsidir.

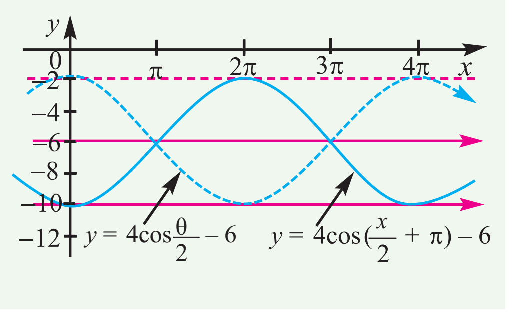
Dərslikdə $y = a\cdot sinb(x - c)$ şəklində funksiyanın qrafikinin qurulmasına aid nümunə verilmişdir. Qurma çevrilmələri müəyyən etməklə 5 nöqtəyə görə verilmişdir. Daha bir nümunə üzərində $y = a\cdot cosb(x - c)$ funksiyasının qrafikinin qurulmasını daha qısa olaraq nəzərdən keçirmək olar.

Nümunə. $y = 4\cos(\frac{x}{2} + \pi) - 6$ funksiyasındakı bütün çevrilmələri müəyyən edərək aşağıdakı qrafikini qurmaq olar. Funksiyanı $y = 4\cos\frac{1}{2}(x + 2\pi) - 6$ şəklində yazaq.

1. Amplitud: 4
2. Əsas dövr: $T = \frac{2\pi}{b}$ $b = \frac{1}{2}$ $T=4\pi$
3. Faza sürüşməsi: -2π
4. Şaquli sürüşmə: -6

Qrafiki qurma addımları:

1. $y = -6$ orta xətti çəkilir.
2. Amplituda görə $y = -2$ və $y = -10$ xətləri qırıq xətlə çəkilir.
3. Dövrü 4π olan $y = 4\cos\frac{x}{2} - 6$ funksiyasının qrafiki çəkilir.
4. 2π qədər sola sürüşdürülməklə $y = 4\cos\frac{1}{2}(x + 2\pi) - 6$ funksiyasının qrafiki çəkilir.



Çevirmə düsturuna görə funksiyanı $y = -4\cos\frac{x}{2} - 6$ şəklində yazaraq qrafikinin qurulması da tövsiyə edilir.

İşçi vərəq 5

Adı __________ Soyadı__________ Tarix______

Funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələrini sözlə ifadə edin və qrafikləri çəkin.

1) $y = 3\cos(2(x - \frac{\pi}{2})) - 2$

2) $y = 2\sin(2(x + \frac{\pi}{3})) + 2$

3) $y = -\sin(\frac{\pi}{4}(x + 1)) + 1$

4) $y = \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{4}(x - 2)) + 4$

Dərs 76-77. Dərslik səh. 153-157. Triqonometrik funksiyalar və dövri hadisələr. 2 saat

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *real həyati situasiyalara uyğun məsələləri triqonometrik funksyaların köməyilə modelləşdirir.*

- *funksiyanın beş əsas nöqtəsinə görə qrafikini qurur*

Həm faza sürüşməsi (c), həm də şaquli sürüşmənin (d) parametrlərinin daxil olduğu funksiyaların qrafikini funksiyalar üzərində çevrilmələr dərslərindən sonra da verilə bilər. Lakin çevrilmələrə aid dərslərdə daha çox bu parametrlərin funksiyaya necə təsir etdiyi (dartılması, sıxılması və s.) real həyati situasiyaya uyğun təqdimi üzərində qurulacaqdır. Funksiyaların qrafikini qurma bacarıqlarının isə bu dərs saatlarında daha geniş şəkildə formalaşdırılması faydalı olardı. Verilmiş işçi vərəqdən bu məqsədlə istifadə etmək olar.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 2. Həlli: Yaydan asılmış cismin hərəkəti $y = a \cos kt$ funksiyası ilə modelləşdirilir. $a = 0{,}5$, $k = 5\pi$ olduqda alırıq ki,

$$y = 0{,}5 \cos 5\pi t$$

qanunu ilə verilən rəqsi hərəkətin dövrü $\frac{2}{5}$, amplitudu isə 0,5 -dir.

D.8. $P = 100 - 20 \cos \frac{5\pi t}{2}$ funksiyası ilə sakit dayanmış şəxsin t (saniyə) zamanında qan təzyiqini müəyyən etmək olar.

a) Funksiyanın periudunu müəyyən edin.

b) Şəxsin ürək döyüntülərinin təyini müəyyən edin.

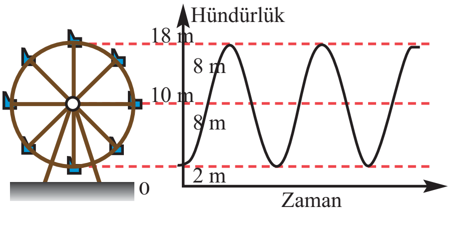
Həlli: a) $T = \frac{2\pi}{|b|}$ düsturuna görə $b = \frac{5\pi}{2}$ olduğundan

alırıq: $T = \dfrac{2\pi}{\frac{5\pi}{2}} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ (san)

b) 1 dəqiqədə şəxsin ürək döyüntülərinin sayı 60 : 0,8 = 75 olur.

D.9. Həlli:

a) Şəkildəki qrafik kosinus funksiyasına uyğundur. Şərtə görə karuselin diametri 16 m-dir və sərnişinlər kabinə ən aşağıda, yerdən hündürlüyü 2 m olduqda əyləşirlər. Deməli, axtarılan kosinus funksiyasının minimum qiyməti 2, maksimum qiyməti 18-dir.



Bir tam dövr T = 60 san olduğundan

$$\frac{2\pi}{b} = 60 \qquad b = \pi/30$$

Ən aşağıda olan kabinənin istənilən t saniyə anında yerdən hündürlüyü $y = 10 - 8 \cos \frac{\pi t}{30}$ şəklindəki düsturla ifadə etmək olar.

b) $t = 2{,}5$ dəq = 150 san anında kabinənin yerdən hündürlüyü

$$y = 10 - 8 \cos \frac{150\pi}{30} = 10 - 8\cos 5\pi = 18 \text{ m}$$

İşçi vərəq 8

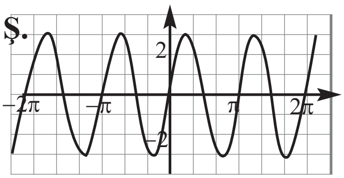
Adı _________ Soyadı_________ Tarix_______

Hərflərlə və durğu işarəsi ilə işarə edilmiş qrafiklərin ədədlərlə nömrələnmiş hansı funksiyaya uyğun olduğunu müəyyən edin. Hərfləri ədədlərin uyğun xanasında yazmaqla yazılan cümləni oxuyun.

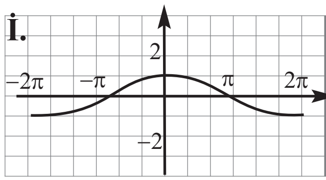
1) $f(x)=3\sin x$	2) $f(x)=\sin(2x)$	3) $f(x)=\sin(\frac{1}{4}x)$	4) $f(x)=\cos(\frac{1}{2}x)$
5) $f(x)=\cos(3x)$	6) $f(x)=\frac{1}{2}\sin(3x)$	7) $f(x)=\frac{3}{2}\sin(\frac{1}{2}x)$	8) $f(x)=2\cos(\pi x)$
9) $f(x)=3\sin(2x)$	10) $f(x)=3\cos x$	11) $f(x)=3\cos(\frac{1}{3}x)$	12) $f(x)=2\cos(3x)$

Yuxarıdakı funksiyalara uyğun qrafikləri seçin

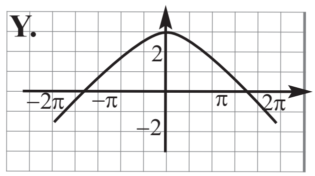
Ş.



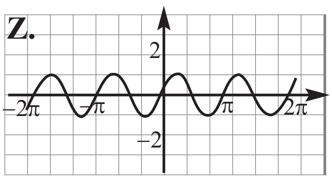
İ.



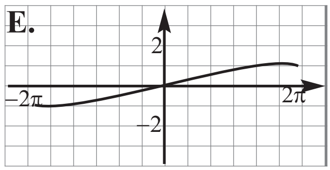
Y.



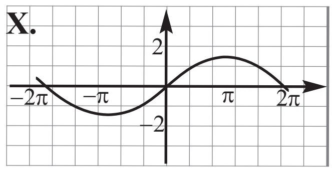
Z.



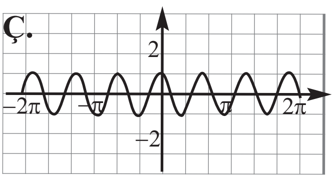
E.



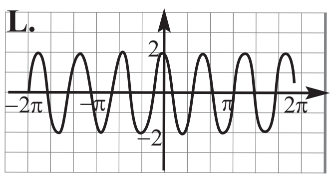
X.



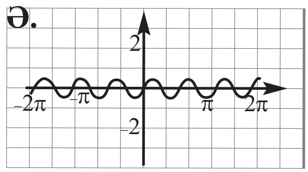
Ç.



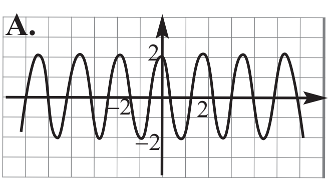
L.



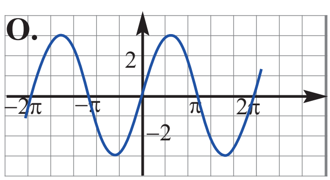
Ə.



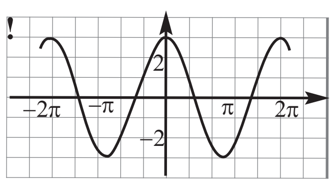
A.



O.



!



8	2	11	3	5	1	7	4	9	12	6	10

Dərs 78-82. Dərslik səh. 158-164. $y = \tan x$ **və** $y = \cot x$ **funksiyaları və qrafikləri. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 5 saat**

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.
2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər
http://www.analyzemath.com/trigonometry_worksheets.html

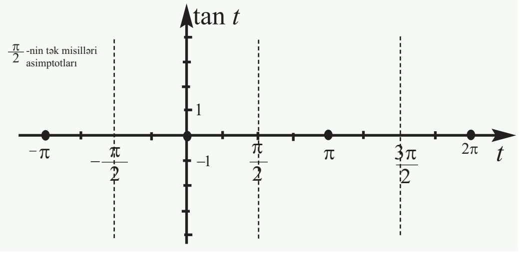
- *y = tanx və y = cotx funksiyalarının qrafiklərini qurur*
- *y = tanx və y = cotx funksiyalarının xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.*
- *y = tanx və y = cotx funksiyalarının çevrilmələrini təqdim edir.*
- *real həyati situasiyalara uyğun məsələləri y = tanx və y = cotx funksiyalarının köməyilə modelləşdirir.*

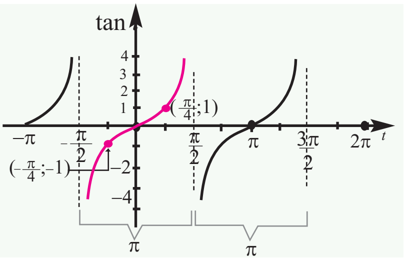
1-ci saat. Şagirdlərin araşdırma tapşırığını cədvəli doldurmaqla yerinə yetirmələri tövsiyə edilir. Bu zaman onlar funksiyanın təyin oblastını, x-in hansı qiymətlərində təyin olunmadığını başa düşürlər və qrafikin asimptotlarının tənliyini aydın görürlər. Qrafikin aşağıdakı addımlarla qurulması da tövsiyə edilir.

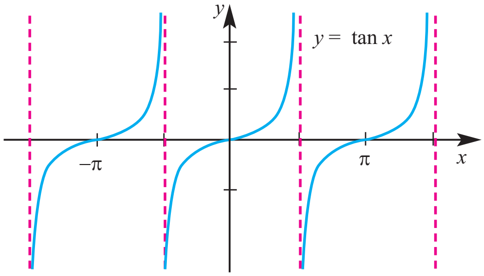
1. Funksiyanın qiymətlər cədvəli qurulur.

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\tan x$	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb

2. Funksiyanın asimptotları koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir.
3. Funksiyanın sıfırları koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir
Funksiyanın qrafikinin sıfırlardan keçərək asimptotlara yaxınlaşacağı bildirilir.
4. Qrafikin dəqiqliyini artırmaq üçün funksiyanın bir xüsusi əlverişli qiyməti qeyd edilir. Bu x-in $\pi/4$ qiymətidir: $\tan\frac{\pi}{4} = 1$.
5. Funksiyanın artma və azalması qiymətlərinə görə analiz edilir. Məlumdur ki, vahid çevrədə I rübdə y-in qiyməti 0-dan başlayaraq artır və nəhayət 1-ə bərabər olur, bu zaman x-in qiyməti 1-dən 0-a qədər azalır. Bu o deməkdir ki, $\frac{y}{x}$ nisbəti artır, bununla tan$x$-in qiyməti də sonsuz olaraq artır. Bu xassəni nəzərə alaraq $y = \tan x$ funksiyasının qrafiki çəkilir.



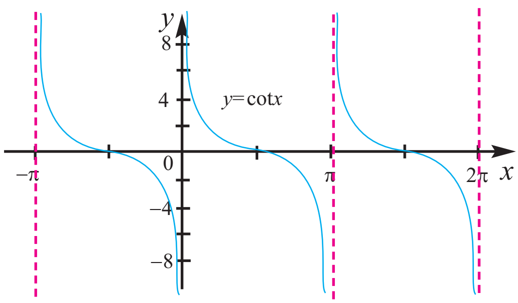


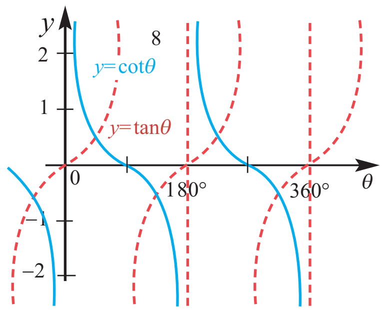


Analoji qayda ilə $y = \cot x$ funksiyasının qrafikini çəkmək olar.

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\cot x$	təyin olunma-yıb	1	0	–1	təyin olunma-yıb	1	0	–1	təyin olunma-yıb	1	0	–1	təyin olunma-yıb

Lakin şagird kotangens funksiyasının qiymətlərinin tangens funksiyasının qiymətlərinin tərsi ($\cot x = 1/\tan x$) olduğunu başa düşməli və qrafikini simmetrik çevrilmədən istifadə etməklə çəkməyi bacarmalıdır.





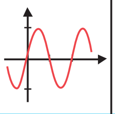
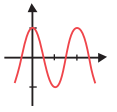
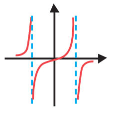
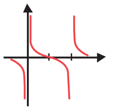
Şagirdlərin funksiyanın qiymətlər cədvəlini, qrafikini və dərslikdə verilmiş xassələri birlikdə əks etdirən təqdimat hazırlaması məqsədəuyğundur. Bu triqonometrik funksiyaların xassələrini ümumilikdə sistemləşdirmə bacarıqlarına müsbət təsir edəcəkdir.

2-ci saat. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir.
$y = tanx$ və analoji olaraq $y = cotx$ funksiyalarının çevrilmələri nəzərdən keçirilir. Müxtəlif çevrilmələri əks etdirən funksiyaların qrafikləri qurulur.

3-cü - 4-cü saatlarda ümumiləşdirici tapşırıqların həlli yerinə yetirilir.

Şagirdlərin funksiyalar haqqında aşağıdakı kimi məlumatı əks etdirən təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir. Bu təqdimata funksiya haqqında daha çox məlumat əlavə etmələri tövsiyə edilir (təkliyi-cütlüyü, çevrilmələri və s. haqqında)

Triqonometrik funksiyaların qrafikləri

Funksiya	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$	$y = \cot x$
Qrafiki				
Təyin oblastı	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;\ +\infty)$	$x \neq \frac{(2n+1)\pi}{2}$	$x \neq n\pi$
Qiy.çox	$[-1;\ 1]$	$[-1;\ 1]$	$(-\infty;\ +\infty)$	$(-\infty;\ +\infty)$
Amplitud	1	1	yoxdur	yoxdur
Dövr	2π	2π	π	π
x-i kəsmə	$(n\pi;\ 0)$	$\left(\frac{(2n+1)\pi}{2};\ 0\right)$	$(n\pi;\ 0)$	$\left(\frac{(2n+1)\pi}{2};\ 0\right)$
Asimptotu	yoxdur	yoxdur	$x = \frac{(2n+1)\pi}{2}$	$x = n\pi$

Həmçinin çevrilmələri əks etdirən cədvəlin tərtib edilməsi tövsiyə edilir. Bu tapşırıqlar məlumatı sistemləşdirmə, təqdimetmə kimi bacarıqların formalaşmasında əhəmiyyətlidir.

Triqonometrik funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələri

$y =$	$a \cdot \sin b(x-c) + d$ $a \cdot \cos b(x-c) + d$	$a \cdot \tan b(x-c) + d$ $a \cdot \cot b(x-c) + d$
Faza keçidi	$(x-c)$ sağa keçir $(x+c)$ sola keçir	$(x-c)$ sağa keçir $(x+c)$ sola keçir
Şaquli sürüşmə	$\|d\|$ vahid yuxarı $\|d\|$ vahid aşağı	$\|d\|$ vahid yuxarı $\|d\|$ vahid aşağı
Əksetmə	$a < 0$, x oxu üzrə əksetmə $b < 0$, y oxu üzrə əksetmə	$a < 0$, x oxu üzrə əksetmə $b < 0$, y oxu üzrə əksetmə
Şaquli dartılma və ya sıxılma	Amplitud $= \|a\|$	tangens funksiyasının qanadlarının dartılması və ya sıxılması
Üfüqi dartılma və ya sıxılma	Dövr $= \frac{2\pi}{\|b\|}$	Dövr $= \frac{\pi}{\|b\|}$

Triqonometrik funksiyalar
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

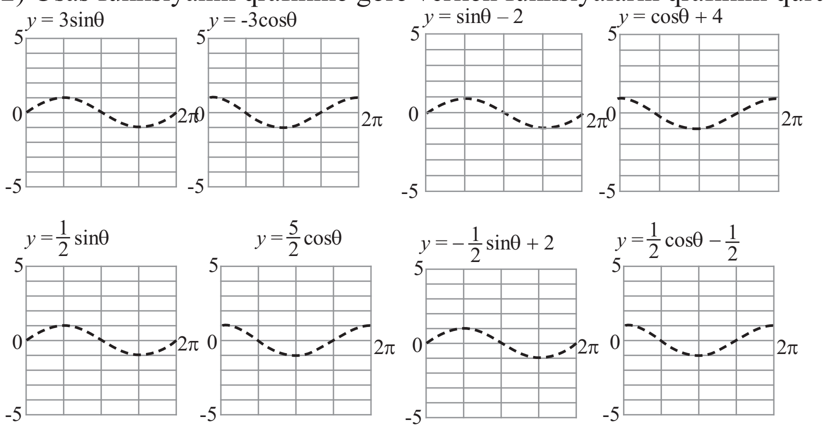
N	Meyarlar	Qeyd
1	Dövri funksiyaları nümunələr üzərində təqdim edir	
2	$y = \sin x$, $y = \cos x$, funksiyalarının qrafiklərini qurur	
3	$y = \tan x$, $y = \cot x$ funksiyalarının qrafiklərini qurur	
4	$y = \sin x$, $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələrini təqdim edir	
5	$y = a{\cdot}\sin b(x - c)$ və $y = a{\cdot}\cos b(x - c)$ funksiyalarındakı çevrilmələri qrafik olaraq təqdim edir	
6	$y = a{\cdot}\sin b(x - c)$ və $y = a{\cdot}\cos b(x - c)$ funksiyaları ilə real həyati situasiyaları modelləşdirir, çevrilmələri qrafik olaraq təqdim edir	

Dərs 83. Triqonometrik funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $f(x)$ funksiyası əsas dövrü T=4 olan dövri funksiyadır. $f(-1) = 3$ olarsa, tapın.

a) $f(7)=?$ b) $f(f(-1)) = ?$

2) Əsas funksiyanın qrafikinə görə verilən funksiyaların qrafikini qurun.

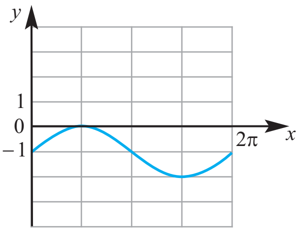


3) Uyğunluğu müəyyən edin.

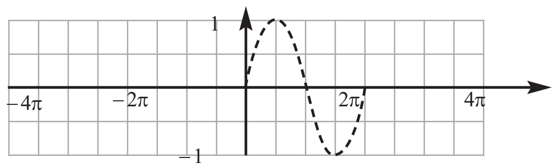
1. $y = 3\cos 2x$	A) amplitud = 2, əsas dövr = 4π
2. $y = 2\sin\frac{1}{2}x$	B) amplitud = 2, əsas dövr = $\frac{2\pi}{3}$
3. $y = -2\sin 3x$	C) amplitud = 3, əsas dövr = π

4) $y = \cos x$ funksiyasının qrafikini absis oxundan 3 dəfə dartıb, ordinat oxuna 2 dəfə sıxdıqda hansı funkiyanın qrafiki alınar?

5) Qrafikə görə sinus funksiyasının düsturunu yazın.



6) Əsas funksiyanın qrafikinə görə funksiyaların qrafikini verilən intervalda qurun.



$y = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ $-4\pi \le \theta \le 4\pi$

7) $y = 5\sin 3x$ funksiyasının amplitudunu və dövrünü yazın.

8) $y = 4\tan \dfrac{3}{2}x$ funksiyasının dövrünü tapın

9) $y = 5\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$ funksiyasının çevrilmələrini $y = \cos x$ funksiyasına görə yazın.

10) Hər bir triqonometrik funksiyanın qiymətini yazın.

a) $\sin(-510°)$ b) $\sin 495°$ c) $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{3}\right)$

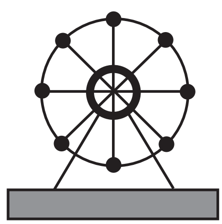
11) $y = \sin 2x$ funksityasının qrafikini 5 əsas nöqtəsinə görə qurun.

12) Amplitudu 5, dövrü $\dfrac{2\pi}{3}$ olan sinus funksiyası yazın.

13) Amplitudu 5, dövrü 2π, faza sürüşməsi $\dfrac{\pi}{4}$ olan kosinus funksiyası yazın.

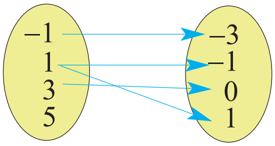
14) Bir dövr ərzində sinusoid maksimumu (3; 7), minimumu (9; −1) nöqtəsində alır.Bu funksiyanın amplitudunu, əsas dövrünü tapın. Düsturunu yazın.

15) Radiusu 15 m olan karusel hər 100 saniyədə bir tam dövr edir. Vüsal karuselə hündürlüyü 1 m olan platformadan minir. Vüsalın yerdən hündürlüyünün zamandan asılılığını kosinus funksiyası ilə ifadə edin.



Dərs 84. Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıları

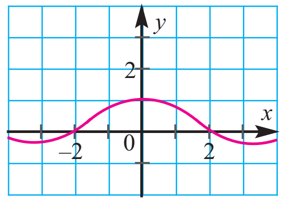
1) Hansı asılılıq funksiya deyil?

a) 

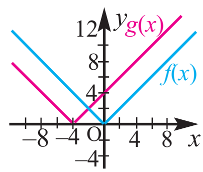
b) {(0; 4), (3; 5), (5; –2), (0; 1)}

c)

x	7	6	5	4	3
y	–1	2	–1	2	3

d) 

2) Şəkildə hansı funksiyanın çevrilməsi təsvir edilmişdir?



3) Bir düz xətt üzərində olmayan A, B, C nöqtələrini, A və C nöqtəsi ilə bir düz xətt üzərində olan D nöqtəsini qeyd edin. Yalnız bir müstəvi keçirilməsi mümkün olan nöqtələrin adını yazın.

4) Çevirmə düsturlarını tətbiq edərək, verilmiş ifadəni iti bucağın triqonometrik funksiyası ilə ifadə edin və qiymətini hesablayın.

a) $\cos 300^\circ$ b) $\sin\dfrac{7\pi}{6}$ c) $\tan\dfrac{5\pi}{3}$

5) Son tərəfi verilən nöqtələrdən keçən dönmə bucaqları üçün triqonometrik nisbətlərin qiymətlərini hesablayın.

a) (–1; 1) b) (–1; 0) c) (1; –1)

6) Verilən mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu və sektorun sahəsini tapın.

$r = 10$ sm; $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$

7) Tərəfləri 5; 6; 7 olan üçbucaqda böyük bucağın kosinusunu tapın.

8) $f(x) = 6 - x^2$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ olarsa, $f(g(x)) \le 0$ bərabərsizliyini həll edin.

9) Funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın:

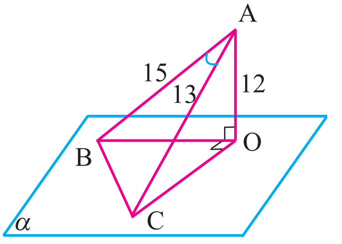
$y = \sqrt{4 - x^2}$

10) Verilir: $AO \perp \alpha$

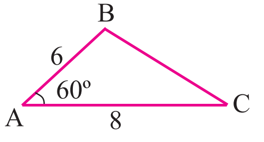
$AB = 15$

$AC = 13$ $\quad\angle BOC = 90^\circ$

$AO = 12$ $\quad\angle BAC = ?$

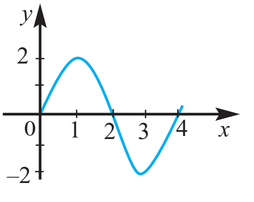


11) Verilənlərə görə üçbucağı həll edin.



12) $y = 3\sin 2x$ funksiyasının amplitudunu, dövrünü tapın, qrafikini $[0; 2\pi]$ parçasında qurun.

13) Qrafiki verilmiş funksiyanın düsturunu yazın.



14) İfadənin qiymətini hesablayın:

a) $\dfrac{\sin\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{\pi}{8}}$ $\qquad$ b) $\dfrac{\sin 82^\circ}{\cos 38^\circ + \cos 22^\circ}$

15) Uyğunluğu müəyyən edin.

1. $y = \sqrt{x+2}$
2. $y = x^2 - 2$
3. $y = -x^3$

A) Qiymətlər çoxluğu $(-\infty; +\infty)$

B) Təyin oblastı $[-2; +\infty)$

C) Qiymətlər çoxluğu $[-2; +\infty)$

D) Tək funksiyadır.

16) Diametri 10 m olan karusel 5 dəqiqədə 2 dövr edir. Karuselin kabinəsi hansı xətti sürətlə hərəkət edir?

6. Çoxüzlülər

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.5. Çoxüzlülərin növlərini tanıyır 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcminin tapılmasına aid məsələləri həll edir 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmlərinin tapılmasına aid məsələləri həll edir 3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur. 4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir. 4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir	85-87	Çoxüzlülər. Prizmalar. Çoxüzlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri	3	166
	88-90	Prizmanın səthinin sahəsi	3	175
	91	Prizmanın müstəvi kəsikləri.	1	181
	92-94	Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi	3	183
	95- 97	Kəsik piramida. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	3	189-193
	98	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		14	

Dərs 85-87. Dərslik səh. 166-174. Çoxüzlülər. Prizmalar. Çoxüzlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri. 3 saat

Məzmun standartı

3.1.5. Çoxüzlülərin növlərini tanıyır.

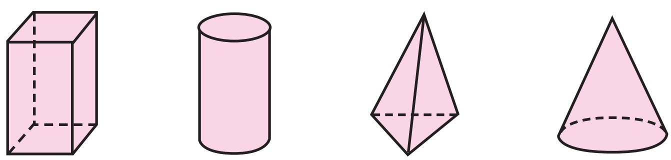
Riyazi lüğət çoxbucaqlı, çoxüzlü, til, təpə, üz, düz prizma, mail prizma, prizmanın hündürlüyü, diaqonalı

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

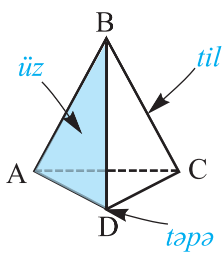
- *çoxüzlüləri həndəsi olaraq təsvir edir, tilini, təpəsini, üzlərini müəyyən edir*
- *çoxüzlüləri tilinin, təpəsinin, üzlərinin sayına görə bir-birindən fərqləndiriir*
- *müxtəlif prizmaların şəklini çəkir, həndəsi elementlərini və onların sayını göstərir*
- *prizmaların açılış şəkillərini çəkir*
- *çoxüzlüləri (kub konstruksiyaları) izometrik nöqtəli vərəqdə təsvir edir*
- *çoxzlülərin müxtəlif tərəflərdən görünüşlərini çəkir*

Çoxüzlülərin üzləri çoxbucaqlılar olan fəza fiquru olduğu qeyd edilir. Fəza fiqurları müəyyən fəza hissəsini tutan fiqura deyilir. Yəni müstəvi fiqurdan fərqli olaraq fəza fiqurunun bütün nöqtələri eyni müstəvi üzərində deyil. Müxtəlif fiqurlar , əşyalar üzərində onun çoxüzlü olub olmadığı araşdırılır. Məsələn, qələmə çoxüzlü demək olarmı? Yox, çünki onun coxbucaqlı olmayan, dairə olan üzü var. Deməli, çoxüzlü bütün üzləri çoxbucaqlı olan fəza fiqurlarına deyilir. Şagirdlərə sual verilir: Aşağıdakı fiqurlardan hansına çoxüzlü demək olar?

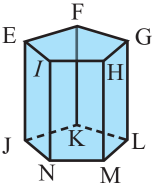


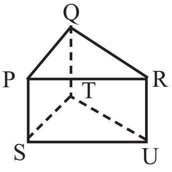
Çoxüzlülərin elementləri müzakirə edilir. Çoxüzlülər bir-birindən til, təpə və üzlərinin sayına görə və formasına görə fərqlənirlər. Şagirdlər müxtəlif prizmaları, piramidanı ibtidai siniflərdən tanıyır və til, təpə, üz anlayışlarını bilirlər. Şagirdlərə 2 -3 dəqiqə vaxt verilir ki, bu anlayışların həndəsi mənasını yazsınlar və təsvirini çəksinlər.

Şagird üzün müstəvi fiqur olduğunu başa düşür. Məsələn, şəkildəki fiqurun üzləri ABD, BDC, ABC və ADC üçbucaqlarıdır.
Til iki üzün kəsişmə xəttidir. BA, BD, BC yan tillər, AC, AD, DC oturacaq tilləridir.
Təpə üç və daha çox tilin kəsişmə nöqtəsidir.

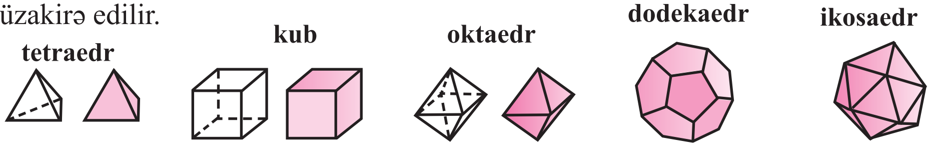


Yoxlama sualları olaraq şagirdlərə aşağıdakı fiqurların uzlərinin, tillərinin və təpələrinin adlarını yazmaq tapşırılır.





Qabarıq və çökük çoxüzlülər, bütün üzləri düzgün çoxbucaqlılar olan Platonik fiqurlar müzakirə edilir.



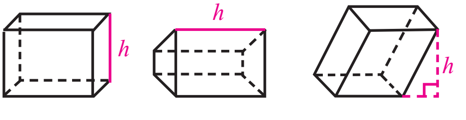
Bu fiqurlardan üzləri üçbucaq olanlar, kvadrat olanlar və beşbucaqlı olan beş Platonik fiqur məlumdur. Eyni təpədə olan müstəvi bucaqların cəmi 360°-dən kiçik olmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, bir təpədə 3,4,5 üçbucaq, 3 kvadrat, 3 beşbucaqlı ola bilər. Bu fiqurlar Yunan alimi və filosofu Platon (b.e.ə. 427–347) tərəfindən dərindən öyrənildiyi üçün onun şərəfinə adlandırılmışdır. Platon tetraedri - od, kubu - torpaq, oktaedri - hava, ikosaedri - su simvolu adlandırmışdı. Dodekaedr isə bəşəriyyəti, dünyanı təmsil edirdi. Platonik fiqurlar düzgün çoxbucaqlılardan boşluq qalmadan səthin parketlənməsi ilə alınır. Burada yalnız bir fiqurun işlədilməsindən söhbət gedir. Şagirdlərə işçi vərəqlərdə verilmiş açılışları daha böyük ölçüdə çəkməklə bu fiqurların modelini quraşdırmaları tövsiyə edilir. Açılış üzərində müxtəlif şəkillər çəkməklə maraqlı kompozisiyalar yaratmaq olar. 10-cu sinif şagirdləri arasında müsabiqə təşkil edib tədbir keçirmək olar. Bu şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərinə müsbət təsir edir, öyrəndiklərini dərindən qavramağa kömək edir.

Prizmanın ümimi tərifi şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. Prizma dedikdə həndəsi olaraq nə başa düşülür? Prizma paralel müstəvilər üzərində yerləşən və paralel köçürmədə üst-üstə düşən iki paralel çoxbucaqlı və onların uyğun olaraq bütün nöqtələrini birləşdirən düz xətt parçalarından ibarət fəza fiqurudur.

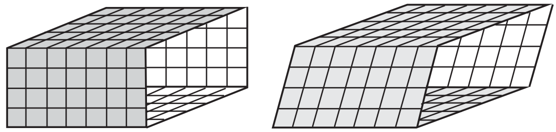
1. Prizmaların elementləri müxtəlif prizmalar üzərində göstərilir. Düz prizma və mail prizmanın fərqləri araşdırılır.

! Şagirdlər düz prizma dedikdə səhv olaraq oturacağındakı fiqurda düz bucaq olduğunu düşünə bilərlər. Oturacağı üçbucaq, romb, trapesiya və s. çoxbucaqlılar olan prizmalar üzərində göstərilir ki, düz prizma dedikdə yan üzlərin oturacaq müstəvisi ilə yaratdığı ikiüzlü bucağın ölçüsünün 90° olduğu nəzərdə tutulur.

Düz və mail prizmanı modelləşdirmək üçün ip və kartondan istifadə etmək olar. Youtubedan götürülmüş şəkildə də bu cür model nümayiş etdirilir.



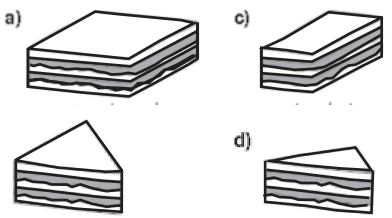
Prizmaların oturacağındakı fiqurlar müxtəlif ola bilər, lakin yan üzləri həmişə paraleloqramlardır. Düzbucaqlı paralelepiped prizmanın ən çox rast gəldiyimiz növüdür.



Düzbucaqlı paralelepipedin bütün üzləri düzbucaqlıdır. Şagirdlər damalı dəftərdən 7×5 ölçüdə olmaqla iki düzbucaqlı və 7×4 ölçüdə olmaqla iki düzbucaqlı kəsirlər. Eyniölçülü düzbucaqlıları qarşı üzlər olmaqla yapışqanlı lentlə bir-birinə bərkidirlər. Modelləri partanın üzərinə qoyaraq müzakirə edirlər. Bu prizma modelidir. İki üzü hələki yoxdur. Modeldəki prizmanın üzləri hansı çoxbucaqlıdır? Yapışdırılmamış üzlər hansı formada olacaqlar? Bu üzlər qarşılıqlı paraleldirmi, yan üzlər oturacağa perpendikulyardırmı? Bu prizma düz prizmadır. Daha sonra prizmanı elə çevirin ki, yan üz oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olmasın. Yenə sual verilir: Qarşı üzlər paraleldirmi? Yan üz oturacaq müstəvisinə perpendikulyardırmı? Bu artıq düz prizma deyil. Çatışmayan üzlər hansı müstəvi fiqurun formasında olmalıdır? İndi modeli elə çevirin ki, paraleloqramlar prizmanın oturacağı olsun. Şagirdlər paralelepipedin oturacağı konqruyent paraleleoqramlar olan prizma olduğunu başa düşürlər.

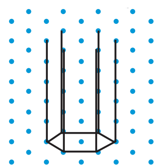
Həndəsi fiqurların izometrik nöqtəli vərəqdə şəkillərini çəkmə bacarıqlarının formalaşdırılması çox əhəmiyyətlidir. İzometrik ölçülü nöqtəli kağızlar şəklin 3D görüntüsünü yaratmaq üçün əlverişli vasitədir. Texnologiyanın inkişaf dövründə bu məşğələlər şagirdləri səbirli, səliqəli olmağa yönləndirməklə yanaşı fiqurların müxtəlif tərəflərdən görüntülərini çəkmə imkanlarını asanlaşdırır, şagirdə daha rahat təsvirlər çəkməyə imkan verir. Vəsaitdə düzgün altıbucaqlı prizmanın şəklini çəkmə addımları verilmişdir. Üçbucaqlı, beşbucaqlı və s. prizmaların da şəklinin çəkilməsi ev tapşırığı olaraq verilə bilər. İzometrik nöqtəli səhifələri şagirdlər dəftərlərində asanlıqla yarada bilərlər.

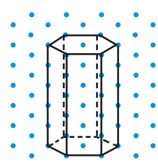
Prizmaların modellərinin yaradılması və şəkillərinin çəkilməsi şagirdlərə müstəqil iş kimi tapşırılır. Müxtəlif formalarda kəsilmiş tort dilimləri düz pizmalara model ola bilər. Şagirdlər oturacağındakı fiqurun dəyişməsi ilə üzlərin, tillərin və təpələrin sayını tapma suallarına cavab verirlər. Oturacaqdakı fiqur lövhədə çəkilir. Şagirdlər növbə ilə tillərinin, üzlərinin, təpələrinin sayını söləyirlər.



Altıbucaqlı prizmanı aşağıdakı addımlarla çəkin.

1. Altıbucaqlı çəkin.
2. Altıbucaqlının hər bir təpəsindən müəyyən uzunluqda, məsələn 5 vahid uzunluğunda parçalar çəkin.
3. Parçaların uc nöqtələrini ardıcıl birləşdirməklə prizmanı tamamlayın.
4. Baxış yönündən asılı olaraq prizmanın görünən tillərini bütöv, görünməyənləri isə qırıq xətlərlə çəkin.
5. İzometrik vərəqdə müxtəlif prizmalar çəkin.

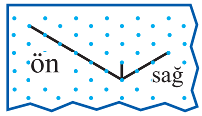


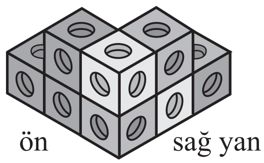


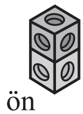
Prizmaların yan səthinin, tam səthinin sahəsini hesablama dərslərini daha yaxşı başa düşmələri üçün fiqurların açılış şəkillərini çəkmə tapşırıqlarına ciddi fikir verilməlidir.

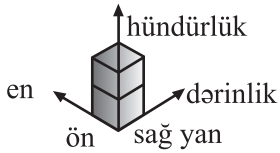
3-cü saat. Konstruksiyaların özlərinin və müxtəlif tərəflərdən görünüşlərinin çəkilməsi izometrik ölçülü nöqtəli kağızda yerinə yetirilir. İzometrik nöqtələr konstruksiyanın müxtəlif tərəflərdən görünüşünü asanlıqla müəyyən etməyə imkan verir.

Verilən konstruksiyanı izometrik kağızda çəkmə addımları.



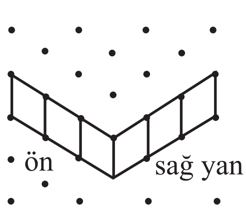




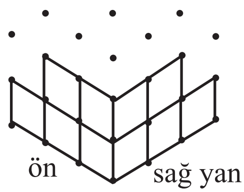


Konstruksiyanın görüntüdəki ən yaxın küncü qeyd edilir (*).
Üçbucaq yaradan nöqtələrlə konstruksiyanın qatları çəkilir.

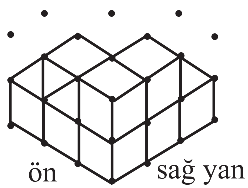
1-ci qatda 3 dama ön görünüşə görə, 3 dama sağ görünüşə görə çəkilir.



2-ci qatda iki dama ön, 2 dama sağ görünüşə görə çəkilir



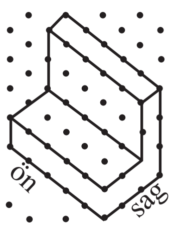
Üstdən görünüşə görə konstruksiyanın son qatı tamamlanır.



Şagirdlərin plançəkmə bacarıqlarının, həndəsi təsəvvürlərinin, sənət vərdişlərinin formalaşması üçün bu cür tapşırıqların yerinə yetirilməsi çox faydalıdır. Real ölçü və plandakı ölçülərə görə hesablama tapşırıqları yerinə yetirilə bilər. Dərslikdəki 3 və 4 tapşırıqları (səh.174) bu tip tapşırıqlardır.

Kub konstruksiyaların plandakı görüntülərinin ədədlə göstərmə tapşırıqları da əhəmiyyətlidir. Şagirdlər bu tapşırıqları aşağı siniflərdə yerinə yetirmişlər, lakin indi daha mürəkkəb fiqurlar üzərində yerinə yetirmək əhəmiyyətlidir. Şagird konstruksiyanın 3×3×4 ölçüdə olduğunu başa düşür və hər cərgədəki kubların sayını arxadan önə doğru olmaqla yazır.

Konstruksiya verilir, izometrik plan ədədlərlə çəkilir.

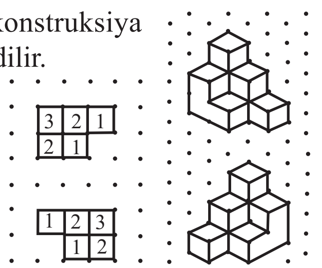


5

3

3	3	3	3	3
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

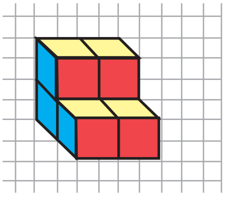
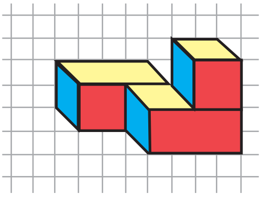
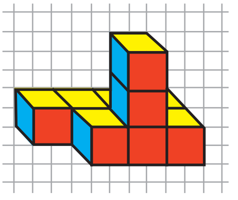
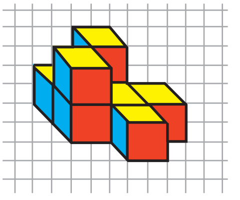
İzometrik plan ədədlərlə verilir, konstruksiya müəyyən edilir.

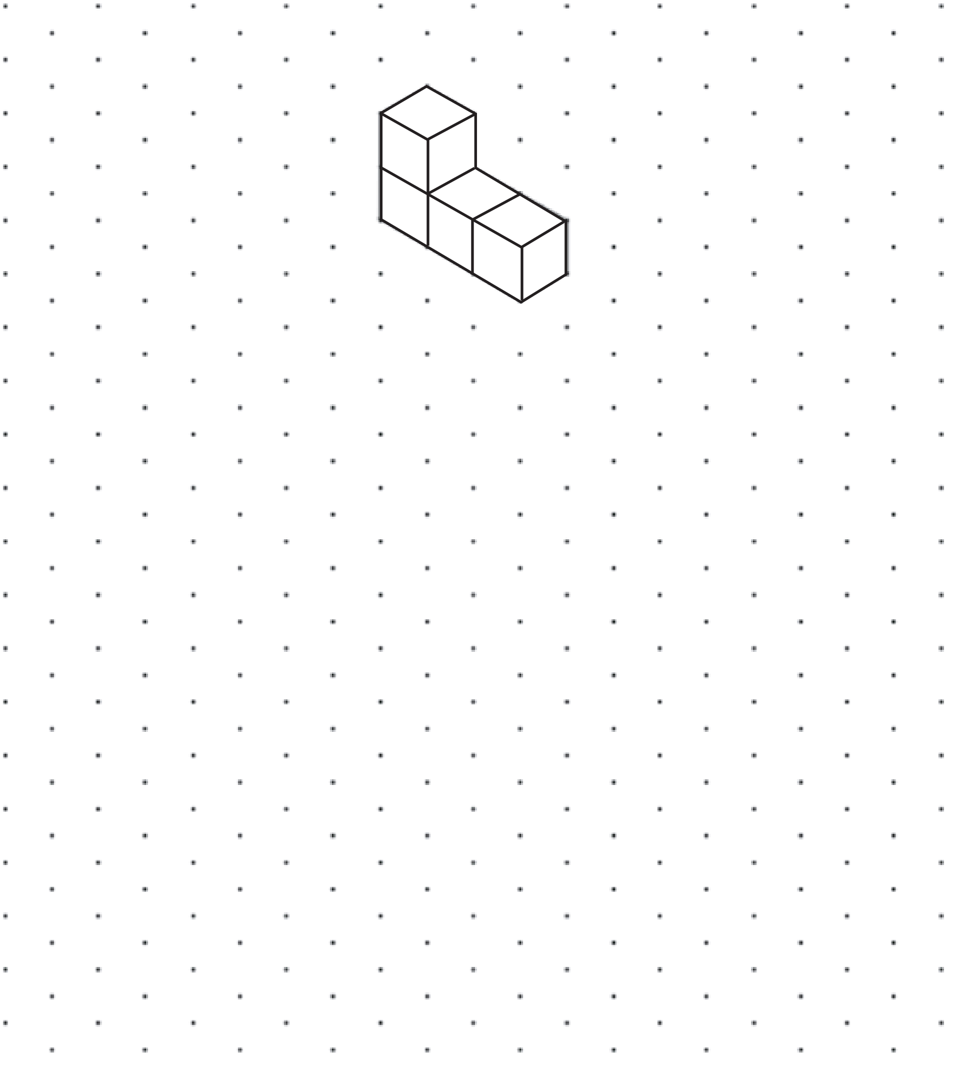


İşçi vərəq 1

Adı _________ Soyadı _________ Tarix _______________

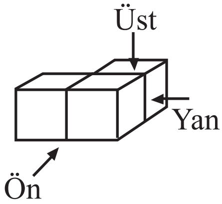
Konstruksiyaları çəkin.

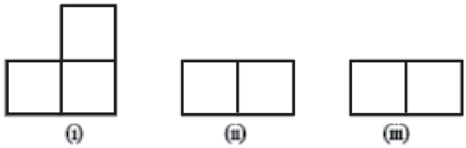





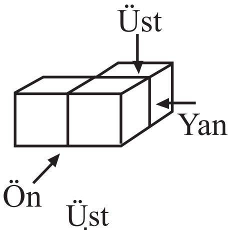


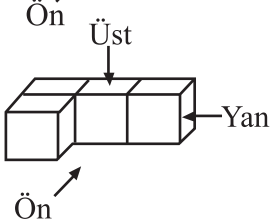
İşçi vərəq 2

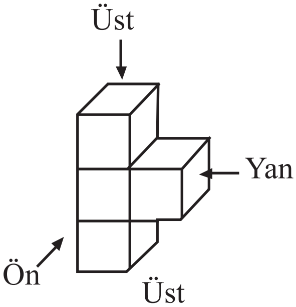
Adı _________ Soyadı __________ Tarix _______________

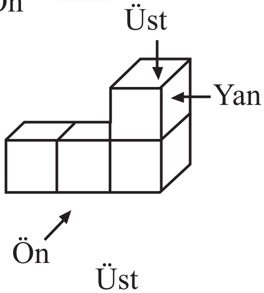


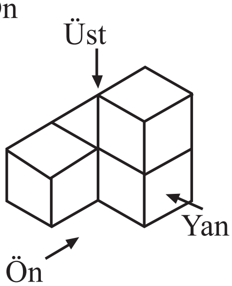








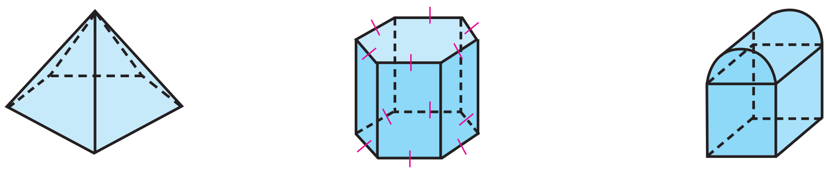




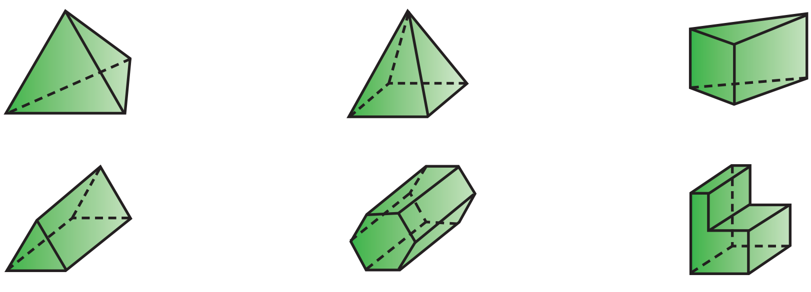
İşçi vərəq 3

Adı _________ Soyadı __________ Tarix ______________

1) Fiqurlardan hansına çoxüzlü demək olar? Çoxüzlülərin üzlərinin, tillərinin təpələrinin sayını yazın.



2) Çoxüzlülərin üzlərinin, tillərinin təpələrinin sayını tapın. Eyler düsturu ilə həllinizi yoxlayın. Üzlərinin, tillərinin sayı ən az olan çoxüzlü hansıdır?



3) Fiqurların şəklini çəkin: üçbucaqlı prizmanın, oturacağı kvadrat olan piramidanın.

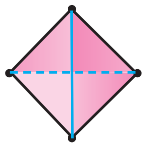
İşçi vərəq 4

Adı _________ Soyadı __________ Tarix ______________

Həm düzgün çoxbucaqlıların daxili bucaqlarının cəmini, həm də platonik fiqurların üzlərinin daxili bucaqlarının cəmini göstərən ədədin rəqəmləri cəmi eyni xassəyə malikdir. Nümunəyə uyğun digər fiqurlar üçün yerinə yetirin və bu xassəni yoxlayın.

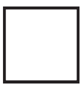
düzgün üçbucaq **$3 \cdot 60° = 180°$**

$1 + 8 = ?$

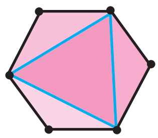


tetraedr **$4 \cdot 180° = 720°$**

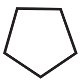
$7 + 2 = ?$



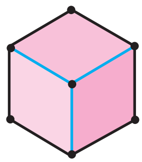
kvadrat



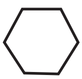
oktaedr



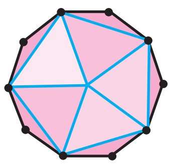
beşbucaqlı



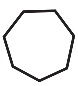
kub



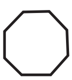
altıbucaqlı



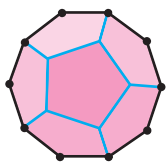
ikosaedr



yeddibucaqlı



səkkizbucaqlı



dodekaedr

Dərs 88-90. Dərslik səh. 175-180. Prizmanın səthinin sahəsi. 3 saat

Məzmun standartı

3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcminin tapılmasına aid məsələləri həll edir.
4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.
4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir.

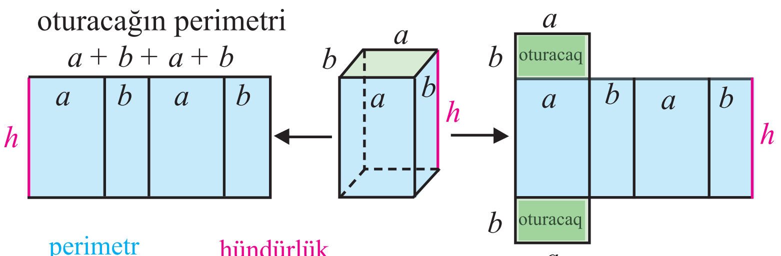
Riyazi lüğət yan səthin sahəsi, tam səthin sahəsi

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *prizmanın yan səthinin, tam səthinin sahəsini real situasiyalar və şəkillər üzərində modelləşdirir*
- *prizmanın açılış şəkillərini çəkir, ölçülərini üzərində qeyd edir.*
- *prizmanın yan səthinin, tam səthinin sahəsinin hesablanmasına aid məsələlər həll edir*

Yan səth anlayışı real obyektlər üzərində araşdırılır. Məsələn, otağı paralelepiped kimi təsəvvür etsək, onun yan səthi hansı hissələrdən ibarət olur? Divarların sahəsinin yan səthi, divarların, döşəmə və tavanın sahəsi birlikdə tam səthi təşkil etdiyini başa düşürlər. Düzbucaqlı paralelepipedin açılış şəkli üzərində yan səthin sahəsinin oturacağın perimetri ilə hündürlüyü hasilinə bərabər olduğunu aşağıdakı kimi göstərmək olar.



perimetr — hündürlük

Yan səth = ph

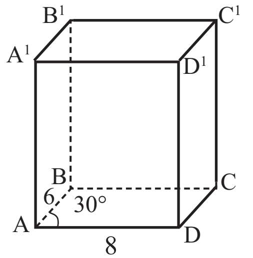
Tam səth = Yan səth + 2Ot.Sahəsi

$S_{tam} = 2S_{ot} + S_{yan} = 2S_{ot} + Ph$

Yan səthin və tam səthin tapılmasına aid dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin hesablanmasını düsturla deyil, verilmiş ölçülərini açılış şəkilləri üzərində yazmaq, ayrı-ayrı üzlərin sahələrini tapıb cəmləməklə onun yan səthinin, tam səthinin hesablanması tapşırıqlarına yer verilir. Bu tip tapşırıqlar şagirdin biliklərini əlaqələndirmə, alternativ həll üsullarını arama bacarıqlarını formalaşdırmağa müsbət təsir göstərir.
Həmçinin prizmanın bir hissənin çıxarılması ilə yan səthin necə dəyişdiyini araşdırırlar, bu tapşırıqlar yan səth anlayışının mahiyyətini düzgün qavramağa kömək edir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.7. Düz paralelepipedin oturacağının 6sm və 8sm olan tərəfləri 30°-li bucaq əmələ gətirir. Yan tilinin 5sm olduğunu bilərək, bu paralelepipedin tam səthini tapın.



Həlli: Paralelepipedin oturacaqları paraleloqramlardır.

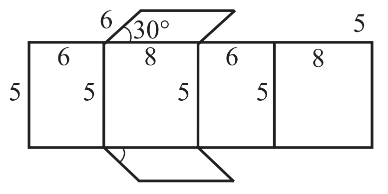
$P_{ot} = 2 \cdot (8 + 6) = 28$sm $\quad$ $S_{ot} = 8 \cdot 6 \cdot \sin 30° = 24$ (sm^2)

Yan səthin sahəsi oturacağın perimetri ilə yan tilinin hasilinə bərabər olduğundan alırıq:

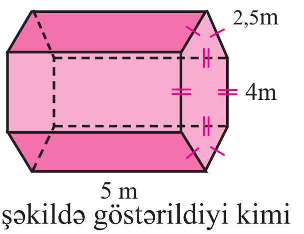
$S_{yan} = P_{ot} \cdot h = 28 \cdot 5 = 140$(sm^2)

Onda

$S_{tam} = S_{yan} + 2 \cdot Sot = 140 + 2 \cdot 24 = 188$(sm^2)



D.9. Düz prizmanın verilən ölçülərinə görə tapın.



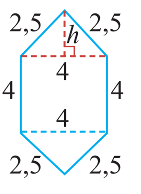
a) oturacaqların sahəsini

b) yan səthinin sahəsini

c) tam səthinin sahəsini

Həlli:

a) Köməkçi xətlər çəkməklə oturacaqlardakı altbucaqlını şəkildə göstərildiyi kimi kvadrata və bərabəryanlı üçbucaqlara ayıraq. Kvadratın tərəfi 4m olduğundan sahəsi $S_{kv} = 4^2 = 16$ m^2 -dır.



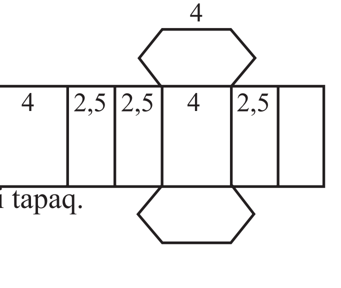
Ayrılmış bərabəryanlı üçbucaqda h hündürlüyü çəkək.

Aydındır ki, $h = \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = 1{,}5$m olur.

Onda üçbucağın sahəsi $\quad S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1{,}5 = 3$m^2 olur

Deməli: $S_{ot} = S_{kv} + 2 \cdot S_\Delta = 16 + 2 \cdot 3 = 22$m^2

b) Düz prizmanın yan səthinin sahəsi oturacağın perimetri ilə hündürlüyün(yan tilinin) hasilinə bətabərdir. $S_{yan} = P \cdot l = (2 \cdot 4 + 4 \cdot 2{,}5) \cdot 5 = 90$ m^2



c) $S_{tam} = S_{yan} + 2S_{ot}$ düsturuna görə tam səthinin sahəsini tapaq.

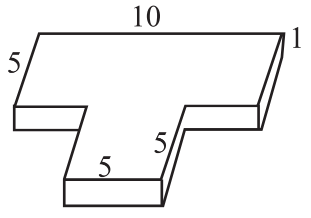
$S_{tam} = 90 + 2 \cdot 22 = 134$m^2

İşçi vərəq 5

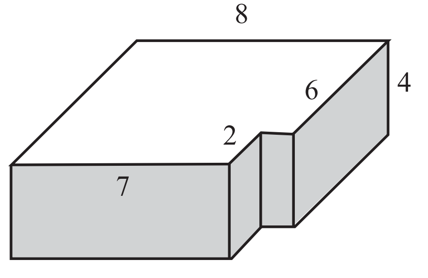
Adı ________ Soyadı _________ Tarix _____________

a) Düzbucaqlı paralelepipedlərdən kəsilməklə alınmış fiqurların yan səthlərinin və tam səthlərinin sahəsini tapın.
b) Kəsikləri tamamlamaqla alınan “bütöv” prizmanın tam səthini tapın.
c) “Kəsilmiş prizma” ilə “bütöv” prizmanın yan və tam səthləri fərqini tapın.

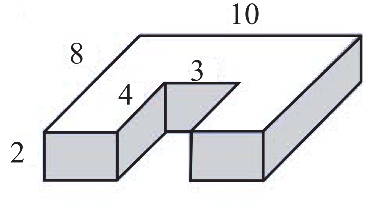
1)



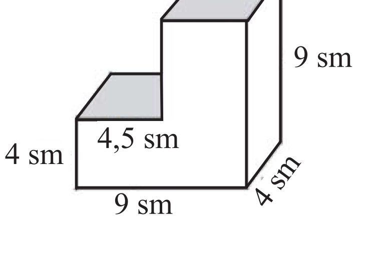
2)



3)



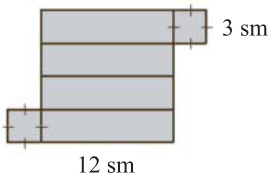
4)

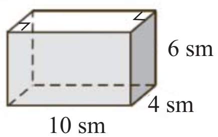


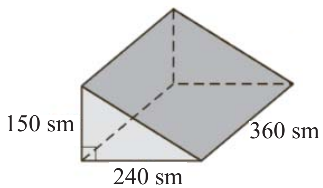
İşçi vərəq 6

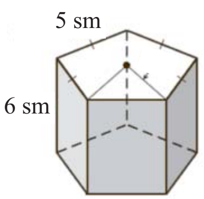
Adı ________ Soyadı _________ Tarix _____________

1) Düz prizmaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.

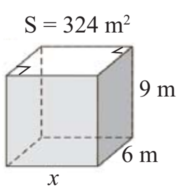


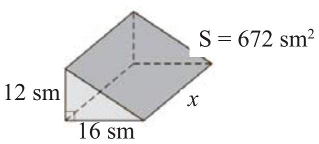






2) Düz prizmalarin şəkli üzərində verilənlərə görə məchulu tapın.





Bölmə üzrə nümunəvi dərs

Dərs 91. Dərslik səh. 181-182. Prizmanın müstəvi kəsikləri. 1 saat

Məzmun standartı

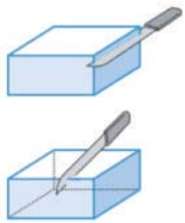
3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur.

Riyazi lüğət müstəvi kəsiyi

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

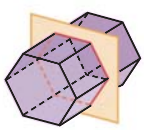
- *prizmanın müxtəlif müstəvi kəsiklərini müəyyən edir;*
- *prizmanın müstəvi kəsiklərini həndəsi təsvir edir.*

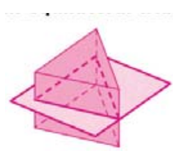


Şagirdlər prizmanın müstəvi kəsiklərini tortun, pendirin, müxtəlif formada dilimlənməsi kimi nəzərdən keçirə bilərlər. Müstəvi kəsiyinin həndəsi təsviri bir qədər mürəkkəb olsa da, onları real situasiyada modelləşdirmək bir o qədər asandır. Tərəvəz doğrayan bıçaqlarla müxtəlif formalarda dilimlər kəsilir. Bıçaq (müstəvi modelini xatırladan bıcaqlar var) kəsən müstəvi rolunu oynayır. Fiqurların plastilindən hazırlanmış modelləri üzərində məşğələnin aparılması əlverişlidir.

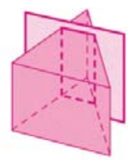
Motivasiya. Stolun üzərinə plastilindən və ya asan kəsilə bilən plastikdən hazırlanmış prizma qoyulur. Kub və ya paralelepipeddən başlamaq olar. Şagirdlərə müraciət edilir. Kubu elə kəsin ki, kəsik yerində alınan fiqur düzbucaqlı olsun. Kim elə kəsə bilər ki, kəsikdə üçbucaq alınsın. Kim oturacağa perpendikulyar (paralel) müstəvi kəsiyini göstərə bilər? və s.

Oturacağa paralel müstəvi ilə kəsiyi

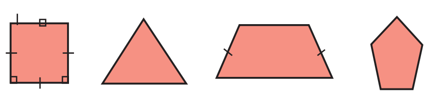




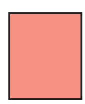
Oturacağa perpendikulyar müstəvi ilə kəsiyi



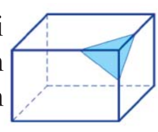
Öyrənmə. Araşdırma aparılır. Kəsiklərin formalarına paralelepipedin (kubun) tillərinin, üzlərinin sayının təsiri varmı?



Əvvəlcə dördbucaqlı kəsik araşdırılır. Prizmanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəsiyi dördbucaqlıdır.

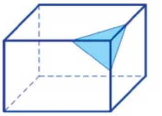


Daha sonra isə müəyyən bucaq altında olan kəsiklər araşdırılır.

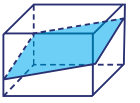


Üçbucaq kəsiyi yaratma təsviri nümayış etdirilir. Kəsən müstəvi prizmanın neçə tilini kəsir. Tillərlə kəsişmə nöqtələri üçbucağın təpələridir. Kəsiyin bərabəryanlı, bərabərtərəfli üçbucaq olmaları üçün hansı ölçmələri aparmaq lazımdır. Siz bunu necə edərdiniz. Bildirilir ki, biz bu tapşırıqları qruplarla iş kimi yerinə yetirəcyik. Sizin fikirləşmək imkanlarınız var.

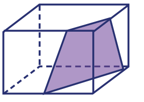
İndi isə istənilən **dördbucaqlı kəsiyinin** alınmasını təsvir edək. Kəsikdə alınan fiqur paraleloqram ola bilər.



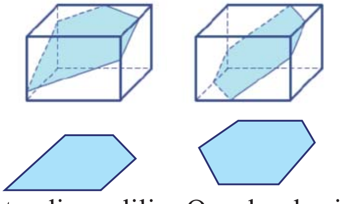
Başqa bir dördbucaqlı kəsiyini - trapesiya kəsiyini isə şəkildə göstərilən qaydada müstəvini keçirməklə almaq olar. Şagirdlər üçbucaq kəsiyində kəsən müstəvinin üç üzdən, dördbucaqlı kəsiyində isə dörd üzdən keçdiyinə diqqət edirlər.



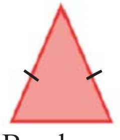
Bəs, kəsikdə beşbucaqlı, altıbucaqlı almaq mümkündürmü?



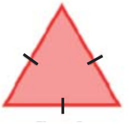
Mümkündür əgər müstəvi prizmanın 5 üzünü kəsərsə, kəsikdə beşbucaqlı, 6 tilini kəsərsə, kəsikdə altıbucaqlı alınar. Bəs 7-bucaqlı, 8-bucaqlı alınması mümkündürmü? Mümkün deyil, çünki verilmiş prizmanın 6 üzü var.



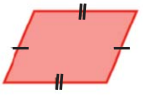
Qruplarla iş. Hər qrupa bir fiqur təqdim edilir. Qruplar kəsikdə bu fiqurun alınmasını təsvir etməlidirlər.



1. Bərabəryanlı üçbucaq.



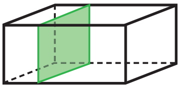
2. Bərabərtərəfli üçbucaq.

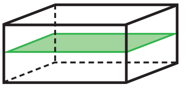


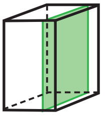
3. Paraleloqram

4. Beşbucaqlı

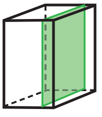
Qrup üzvləri müzakirələr apararaq kəsikdə bərabəryanlı, bərabərtərəfli üçbucaqları almaq üçün hansı ölçmələri aparmalı olduqlarını müəyyən edirlər. “Biz iki til üzərində bərabər parçalar ayıraraq, kəsiyin parçaları əhatə etməsini təmin etməliyik.” kimi fikirlər yürüdürlər və təqdimat zamanı da söyləyirlər. Paralelepipedin (kubun) diaqonal kəsiyinin araşdırılması da diqqətdə saxlanılır.
Oturacaq müstəvisinə paralel, perpendikulyar müstəvilərlə kəsmə, diaqonal kəsikləri və müəyyən bucaq altındakı müstəvi kəsikləri araşdırılır.

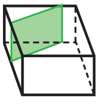






Paralelepipedin hər hansı üzünə paralel müstəvilərlə kəsikləri uyğun üzlə eyni olur.





Oturacaq müstəvisinə perpendikulyar müstəvi kəsiklərin ölçülərindən biri prizmanın hündürlüyünə bərabər düzbucaqlı olur.

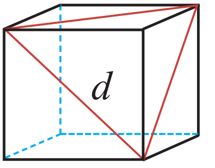
Eyni işləri altıbucaqlı, üçbucaqlı prizmalar üzərində də aparmaq olar. Müstəvi kəsikləri müstəvi fiqurlar olduğundan onların perimetrini, sahəsini hesablamağa aid tapşırıqlar yerinə yetirmək olar. Kəsikləri qurma və üzərində ölçüsünü yazma tapşırıqları işçi vərəqdə verilmişdir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.3. 2) kub bir təpədən çıxan 3 tilin uclarından keçən müstəvi ilə kəsişmişdir. Kəsikdə bərabərtərfli üçbucaq alınır. Bu üçbucağın tərəfi kubun üzünün diaqonalına bərabərdir.

a) kubun tili 1sm olarsa, $d = \sqrt{2}$ sm olur.

b) kubun tili $a = 3\sqrt{2}$ sm olarsa, $d = a\sqrt{2} = 6$ sm olduğundan, müstəvi kəsiyin perimetri $P = 3 \cdot 6 = 18$ sm olur.



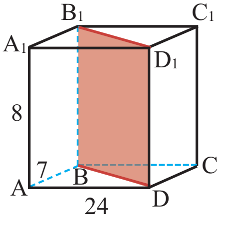
D.5. Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağının tərəfləri 7sm və 24 sm, paralelepipedin hündürlüyü isə 8sm - dir. Diaqonal kəsiyin sahəsini tapın.

Həlli:

Diaqonal kəsiyi BB_1D_1D düzbucaqlısıdır.

$S_{\text{diaqonal kəsik}} = BD \cdot BB_1$

Oturacağın BD diaqonalı $BD = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ sm və $BB_1 = 8$sm olduğundan $S_{\text{diaqonal kəsik}} = 25 \cdot 8 = 200$ sm^2

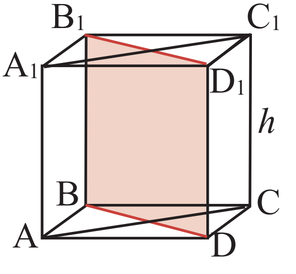


D.7. Oturacağı romb olan düz prizmanın qiaqonal kəsiklərinin sahələri 42sm^2 və 56 sm^2 - dır. Bu prizmanın yan səthini tapın.

Həlli: Prizmanın hündürlüyü h olsun.

Səthə görə $S_{AA_1C_1C} = AC \cdot h = 56$ (sm^2)

$S_{BB_1D_1D} = BD \cdot h = 42$ (sm^2)



Buradan $AC = \dfrac{56}{h}$, $BD = \dfrac{42}{h}$

Rombun diaqonallarının xassəsinə əsasən

$\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{BD}{2}\right)^2 = AD^2$ olduğundan alırıq:

$$\left(\frac{28}{h}\right)^2 + \left(\frac{21}{h}\right)^2 = AD^2$$

$$AD^2 = \frac{784 + 441}{h^2} = \frac{1225}{h^2}, \quad AD = \frac{35}{h}$$

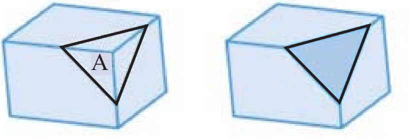
Prizmanın yan səthinin sahəsi:

$$S_{yan} = P_{ot} \cdot h = 4 \cdot AD \cdot h = 4 \cdot \frac{35}{h} \cdot h = 140 \text{ (sm}^2\text{)}$$

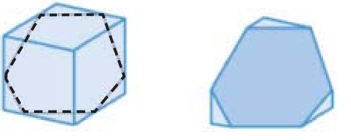
İşçi vərəq 7

Adı ________ Soyadı _________ Tarix _____________

Necə etmək olar ki, kəsikdə bərabərtərəfli üçbucaq alınsın? Fikirlərinizi yazın.



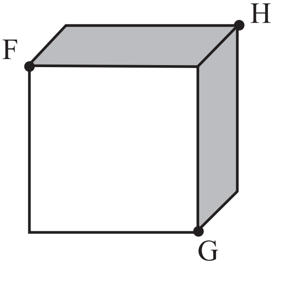
Necə etmək olar ki, kəsikdə beşbucaqlı alınsın? Fikirlərinizi yazın.



Paralelepipedin oturacağına paralel kəsiyi ilə ayrılan hissə hansı fəza fiquru olacaq. Bu fiqurla ilkin fiqurun hansı ölçüləri fərqli, hansı eyni olacaq? Yazın, çəkin, göstərin.

Düzbucaqlı paralelepipedin hansı kəsiyi onu iki konqruyent üçbucaqlı prizmaya ayırır? Çəkin göstərin. İlkin paralelepipedə görə üçbucaqlı prizmanın ölçülərini müəyyən edin.

Kub F, G, H təpələrindən keçən müstəvi ilə kəsilsə, kəsikdə hansı müstəvi fiqur alınar?

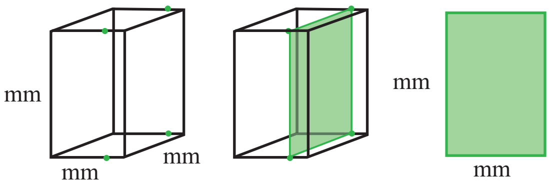


İşçi vərəq 8

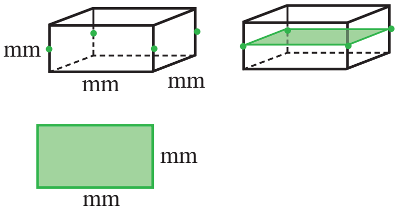
Adı _________ Soyadı __________ Tarix _______________

Dəftərinizdə müxtəlif ölçüdə düzbucaqlı paralelepipedlər çəkin. Göstərilən kəsikləri onlar üzərində qurun. Müstəvi kəsiyin ölçülərini müəyyən edin və üzərində yazın.

Oturacağa perpendikulyar kəsik

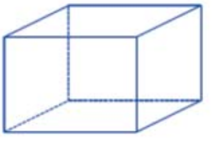


Oturacağa paralel kəsik.

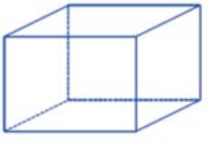


Düzbucaqlı paralelepiped üzərində göstərilən müstəvi kəsikləri çəkib göstərin.

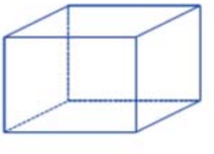
Üçbucaq



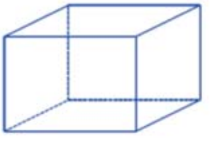
Dördbucaqlı



Beşbucaqlı



Altıbucaqlı



Dərs 92-94. Dərslik səh. 183-188. Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi. 3 saat

Məzmun standartı

3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmlərinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir.

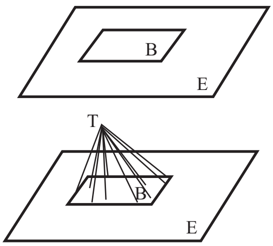
Riyazi lüğət piramida, kəsik piramida, piramidanın apofemi

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *piramidanın açılış şəkillərini çəkir, ölçülərini üzərində qeyd edir.*
- *piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsinə aid məsələləri həll edir.*

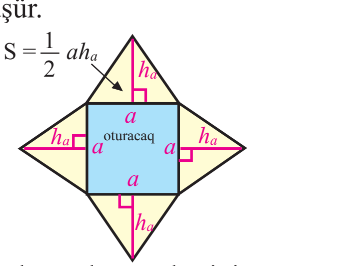
Şagird piramidanı müstəvi xaricində götürülmüş bir nöqə ilə müstəvi üzərindəki çoxbucaqlının bütün nöqtələrinin birləşdirilməsindən alınan cisim kimi başa düşür. Oturacağı düzgün çoxbucaqlı olan piramidanı qurma addımları müzakirə edilir və yerinə yetirilir.



Üzlərinin, tillərinin sayı haqqında müzakirələr aparılır. Şagird piramidanı müstəvi xaricində götürülmüş T nöqtəsindən (təpə nöqtəsindən) oturacaq müstəvisinə çəkilmiş parçalardan və oturacaq müstəvisindən ibarət olduğunu başa düşür.

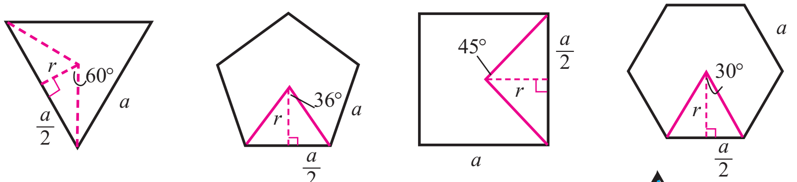
Piramidanın yan səthinin sahəsinin onun yan üzlərinin sahələri cəmi kimi müstəqil olaraq hesablaya bilərlər.

Düzgün çoxbucaqlıların sahəsini hesablama düsturları təkrar etdirilir.

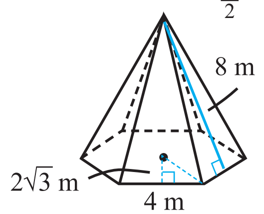


Hər bir hala uyğun məsələlər müzakirələrlə həll edilir. Düzgün çoxbucaqlının sahəsinin apofemi ilə perimetri hasilinin yarısına bərabər olduğu bir daha qeyd edilir.

$$S=\frac{1}{2}P\cdot r$$



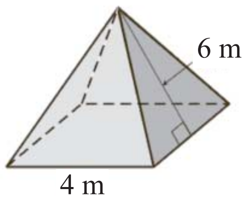
Piramidanın yan səthinin və tam səthinin tapılmasını düsturla yanaşı üzlərinin sahələri cəmi kimi tapmaları tövsiyə edilir. Məsələn, oturacağı düzgün altıbucaqlı olan piramidanın yan səthinin sahəsi 6 üçbucağın sahələri cəmindən ibarətdir.

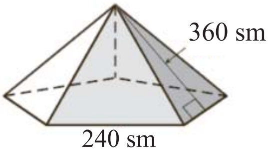


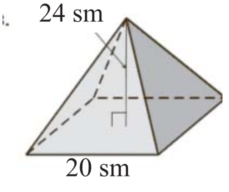
İşçi vərəq 9

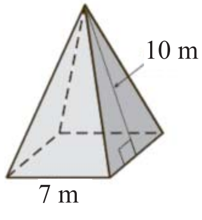
Adı ________ Soyadı _________ Tarix _____________

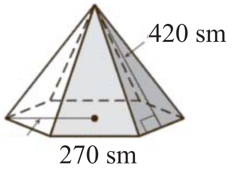
Düzgün piramidaların yan səthini və tam səthini hesablayın.

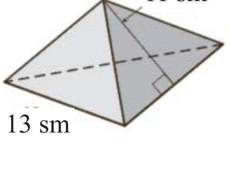






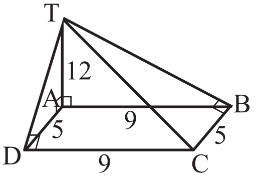






? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.11. Piramidanın oturacağı tərəfləri 9 sm və 5 sm olan düzbucaqlıdır. Yan tillərdən biri 12 sm olub, oturacaq müstəvisinə perpendikulyardır. Bu piramidanın yan səthini tapın.



Həlli: Şərtə görə ABCD düzbucaqlı və AT yan tili oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olsun. Üç perpendikulyar teoreminə görə $TD \perp DC$, $TB \perp BC$ alarıq. Deməli, yan üzlərdəki üçbucaqların dördü də düzbucaqlı üçbucaqlardır.

ΔTAB və ΔTAD -dən Pifaqor teoreminə görə tapırıq:

$TD = \sqrt{TA^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ sm

$TB = \sqrt{TA^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ sm

Onda $S_{TAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot TA = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$ sm^2

$S_{TAD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot TA = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$ sm^2

$S_{TDC} = \frac{1}{2} \cdot TD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 9 = 58{,}5$ sm^2

$S_{TBC} = \frac{1}{2} \cdot TB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 5 = 37{,}5$ sm^2

Yan səthinin sahəsi yan üzlərdəki üçbucaqların sahələri cəminə bərabərdir.

$S_{yan} = 54 + 30 + 58{,}5 + 37{,}5 = 180$ (sm^2)

Dərs 95-97. Dərslik səh. 189-193. Piramidanın müstəvi kəsikləri. Kəsik piramida. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat

Məzmun standartı

3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmlərinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur.

Riyazi lüğət kəsik piramida

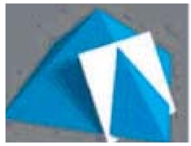
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *piramidanın müstəvi kəsiklərini həndəsi təsvir edir*
- *kəsik piramidanı qurur və tam səthinin sahəsini hesablayır*

Piramidanın da müstəvi kəsikləri prizmada olduğu kimi müzakirə edilir. İlk olaraq şagirdlərə aşağıdakı kimi situasiyanı müzakirə etmələri təklif edilir. Piramida oturacağa paralel iki müstəvi ilə kəsilmişdir. Hansı kəsiyin sahəsi daha böyükdür? Sahəsi bu kəsiklərin sahələri cəminin yarısına bərabər olan kəsiyi almaq üçün kəsən müstəvini necə keçirmək lazımdır?

Düzgün dördbucaqlı piramidanın kəsikləri araşdırılır.
Bərabəryanlı üçbucaq almaq üçün

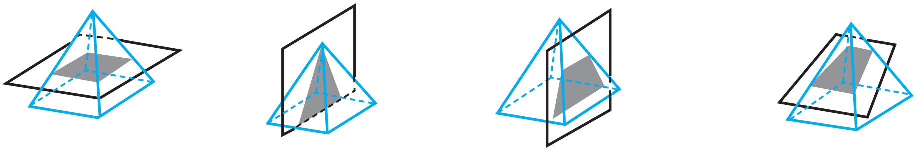


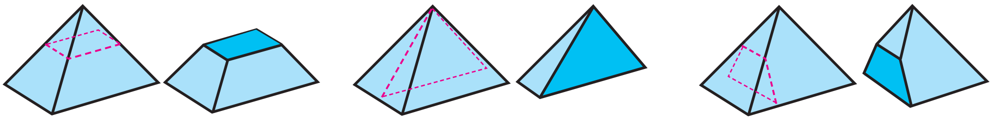
Oturacağa paralel müstəvi kəsiyi kvadratdır.

Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçən müstəvi kəsiyi üçbucaqdır

Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçməyən müstəvi kəsiyi trapesiyadır.

Oturacağa nə paralel nə də perpendikulyar olmayan müstəvi kəsiyi dördbucaqlıdır.





Piramidanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəsilməsi ilə kəsik piramidaların alındığı müzakirə edilir. Piramidanın müxtəlif nisbətlərdə kəsilməsi üzərində qurulmuş məsələlər həll edilir. Təsəvvür edin ki, piramida hündürlüyünün orta nöqtəsində oturacağına paralel müstəvi ilə kəsilmişdir. Piramidanın yuxarı hissəsindən ayrılan piramidanın oturacağının ölçüləri necə olacaq?

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.2. a) Düzgün dordbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi 14 sm, yan tilinin uzunluğu 10 sm - dir. Diaqonal kəsiyinin sahəsini tapın.

Həlli:

Verilir:

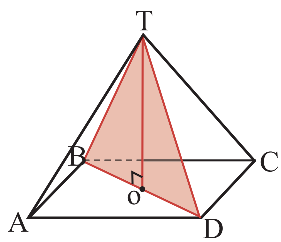
ABCD - kvadrat.

AB = BC = CD = AD = 14 sm.

TA = TB = TC = TD = 10 sm.

$S_{BTD} = ?$

Diaqonal kəsiyi bərabəryanlı üçbucaqdır.



$S_{BTD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot TO$

TO - piramidanın hündürlüyüdür. Oturacağın BD diaqonalını tapaq.

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{14^2 + 14^2} = 14\sqrt{2}$ sm onda $BO = OD = 7\sqrt{2}$ sm

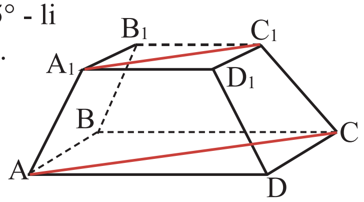
ΔTOD-dən $TO = \sqrt{TD^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 - 98} = \sqrt{2}$ sm

olduğundan

$$S_{BTD} = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 14 \text{ sm}^2$$

D.6.

c) Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın oturacaqlarının sahələri 36sm^2 və 64 sm^2 - dir. Piramidanın yan tili alt oturacaq müstəvisi ilə 45° - li bucaq əmələ gətirir. Diaqonal kəsiyinin sahəsini tapın.



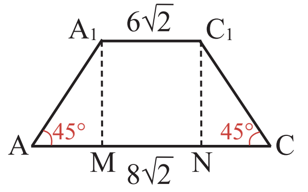
Həlli:

Şərtə görə

$AD^2 = 64(sm^2)$

$A_1D_1^2 = 36\ (sm^2)$ olduğundan alırıq ki, $AD = 8$ sm,

$A_1D_1 = 6$ sm, yəni kəsik piramidanın oturacaqları tərəfləri uyğun olaraq 8sm və 6sm olan kvadratlardır. $AA_1C_1C_1$ diaqonal kəsiyinin sahəsini tapaq. Alt və üst otracaqdakı kvadratların diaqonalları olduqları üçün tapırıq ki,



$AC = 8\sqrt{2}$ sm

$A_1C_1 = 6\sqrt{2}$ sm

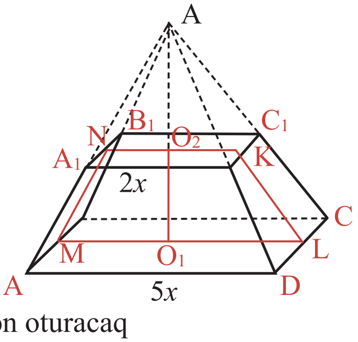
Diaqonal kəsikdə A_1M və C_1N hündürlüklərini çəkək.

$AM = \sqrt{2}$, ΔAA_1M-dən isə $A_1M = \sqrt{2}$ tapılır. Diaqonal kəsiyi trapesiyadır.

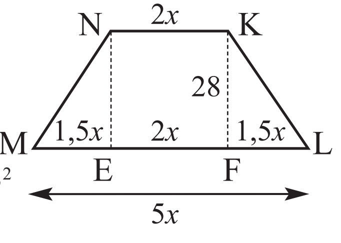
$$S_{AA_1C_1C} = \frac{AC + A_1C_1}{2} \cdot A_1M = \frac{8\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = 14sm^2$$

D.11. Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın hündürlüyü 28sm, apofemi 35sm-dir. Oturacaqlarının tərəfləri nisbəti 5 : 2 kimidir. Kəsik piramidanın tam səthinin sahəsini tapın.

Həlli:



Oturacaqların iki qarşı tərəflərinin orta nöqtələrindən oturacaq müstəvisinə perpendikulyar müstəvi ilə kəsiyində alınan MNKL trapesiyasına baxaq. Verilənlərə görə $KL = 35$, $KF = NE = 28$, $NK = 2x$, $ML = 5x$ olduğundan $FL = 1{,}5x$.



ΔFKL-dən alırıq: $28^2 + (1{,}5x)^2 = 35^2$

$(1{,}5x)^2 = 35^2 - 28^2 = (35 - 28)(35 + 28) = 7 \cdot 63 = 7^2 \cdot 3^2$

$1{,}5x = 7 \cdot 3$ $\qquad 1{,}5x = 21$ $\qquad x = 14$

Alt oturacağı tərəfi $5x = 5 \cdot 14 = 70$ sm olan kvadratdır: $S_{O1} = 70^2 = 4900sm^2$.

Üst oturacaq tərəfi $2x = 2 \cdot 14 = 28$ sm olan kvadratdır: $S_{O2} = 28^2 = 784sm^2$.

Yan səthdəki trapesiyalardan birini sahəsini tapaq.

$S_{DD_1C_1} = \dfrac{70 + 28}{2} \cdot 35 = 1715sm^2$ $\qquad$ Onda $S_{yan} = 4 \cdot 1715 = 6860sm^2$ olur

$S_{tam} = 6760 + 490 + 784 = 12544sm^2$

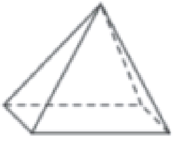
İşçi vərəq 10

Adı ________ Soyadı _________ Tarix _____________

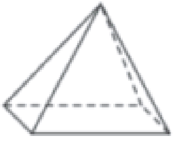
1) Dördbucaqlı piramidanın müstəvi kəsiyi üçbucaq və piramidadan ayrılan hissə üçbucaqlı piramidadır. Kəsən müstəvi haqqında deyilmiş hansı fikir doğru deyil?
a) müstəvi oturacağa paraleldir
b) müstəvi oturacağa perpendikulyardır
c) müstəvi piramidanın iki yan tilindən keçir

2) Düzgün düzbucaqlı piramidanın tələb olunan müstəvi kəsiklərini çəkin.

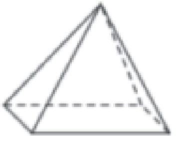
a) Oturacağa paralel müstəvi kəsiyini.



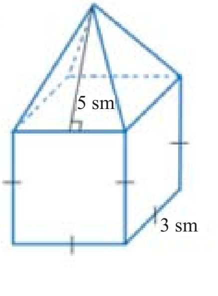
b) Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçən müstəvi kəsiyini.



c) Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçməyən müstəvi kəsiyini.



3) Kubdan və düzgün dördbucaqlı piramidadan quraşdırılmış fiqurun tam səthinin sahəsini tapın.



Çoxüzlülər. Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli.

N	Meyarlar	Qeyd
1	Çoxüzlüləri tanıdığını açılış şəkillərini çəkməklə, üz, til və təpələrinin sayını müəyyən etməklə nümayiş etdirir.	
2	Prizmaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini hesablayır	
3	Prizmaların müxtəlif müstəvi kəsiklərini çəkir və məsələlər həll edir	
4	Piramidaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini hesablayır	
5	Piramidaların müxtəlif müstəvi kəsiklərini çəkir və məsələlər həll edir	

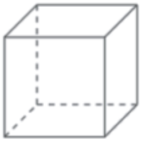
Dərs 98. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Hansı iki fiqurun üzlərinin sayı eynidir?

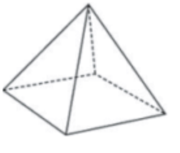
a) Üçbucaqlı prizma və paralelepipedin
b) Üçbucaqlı piramida və dördbucaqlı prizma
c) Üçbucaqlı prizma və dördbucaqlı piramida
d) Üçbucaqlı piramida və dördbucaqlı piramida

2) Verilən prizmalar üzərində tələb olunan müstəvi kəsiyini çəkin.

a) yan üzünə paralel kəsiyi

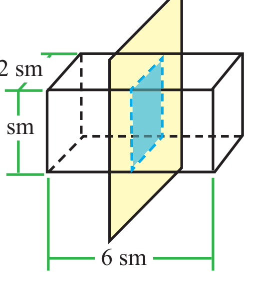


b) oturacağa perpendikulyar kəsiyi

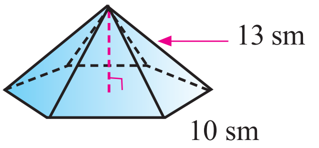


3) Qabarıq çoxüzlünün 14 üzü var: 8-i üçbucaq, 6-sı kvadratdır. Bu çoxüzlünün neçə təpə nöqtəsi var?

4) Ölçüləri 2sm×3sm×6 sm olan düzbucaqlı paralelepiped şəkildə göstərildiyi kimi konqruyent prizmalara ayrılmışdır. Hər bir hissənin tam səthinin sahəsini tapın.



5) Düzgün piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.

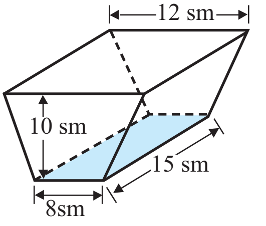


6) Düzgün piramidanın oturacağı tərəfinin uzunluğu 4 sm olan altıbucaqlıdır. Piramidanın apofemi 7 sm-dir. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.

7) Prizmanın ən azı neçə üzü ola bilər?

8) Düz üçbucaqlı prizmanın yan səthinin sahəsi 120 sm^2-dir. Oturacağın tərəfləri 4 sm, 5 sm, 6 sm olarsa, hündürlüyünü tapın.

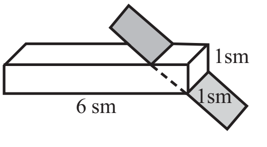
9) Şəkildəki düz prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.



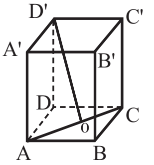
10) Oturacağının tərəfi 4 vahid, apofemi 6 vahid olan düzgün üçbucaqlı piramidanı çəkin və tam səthinin sahəsini hesablayın.

11) Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi 10 sm-dir. Piramidanın hündürlüyü 20 sm-dir. Təpədən 5 sm məsafədə oturacağa paralel müstəvi ilə kəsiyin sahəsini tapın.

12) Şəkildə göstərilən düzbucaqlı paralelepipedin müstəvi ilə kəsiyi onun iki təpəsindən keçir və düzbucaqlı formasındadır. Müstəvi kəsiyi ilə ayrılan düz prizmanın oturacağı bərabəryanlı üçbucaqdır. Bu prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.



13) Şəkildəki düz prizmanın oturacağı kvadratdır.
AO = OC, AB = 4sm, AA` = 8 sm olarsa, OD′-i tapın.



14) Düzgün piramidanın yan səthinin sahəsi 16 sm^2, tam səthinin sahəsi 24 sm^2 yan üzlər oturacaq müstəvisi ilə hansı bucaq əmələ gətirir?

15) Oturacağı romb olan düz prizmanın diaqonal kəsiklərinin sahələri 30 sm^2 və 40 sm^2 -dir. Yan səthinin sahəsini tapın.

7. Triqonometrik tənliklər

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.	99-100	Tərs triqonometrik funksiyalar.	2	195
	101-104	Sadə triqonometrik tənliklər	4	199
	105-110	Triqonometrik tənliklərin həll üsulları. Triqonmetrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli.	6	208
	111-112	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	216
	113	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		15	

Dərs 99-100. Dərslik səh. 195-198. Tərs triqonometrik funksiyalar. 2 saat

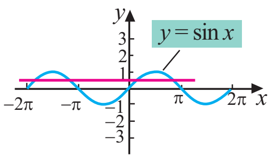
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.
2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.

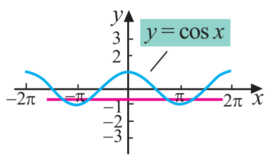
Formalaşdırılan şagird bacarıqları **Əlavə resurslar**

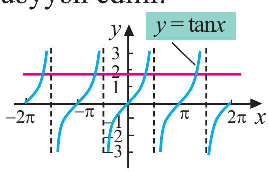
- *$y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctan x$ funksiyalarının $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ funksiyalarının tərs funksiyası olduğunu başa düşür və qrafikini qurur.*
- *qrafikləri tərs funksiyaların qrafiki kimi qurur.*

Tərs triqonometrik funksiyaların qrafiki uyğun əsas funksiyaların qrafikinə görə çəkilir.

Triqonometrik funksiyaların qrafikinin $y = x$ oxuna nəzərən əksetməsi ilə tərs triqonometrik funksiyaların qrafikinin qurulması araşdırılır. Bütün ədəd oxunda bu funksiyaların dönən olmadığı üfüqi xəttin köməyilə müəyyən edilir.

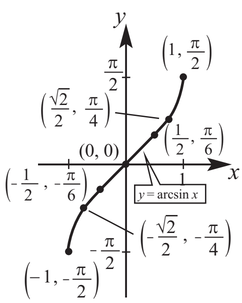


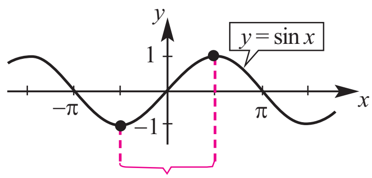




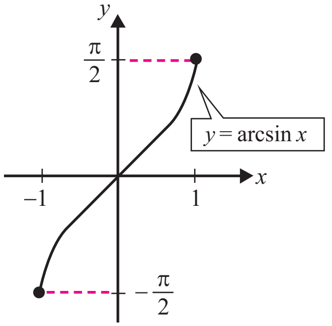
Lakin funksiyanın müəyyən aralıqda artan(azalan) olduğu və bu aralıqda da dönən olması mümkündür.

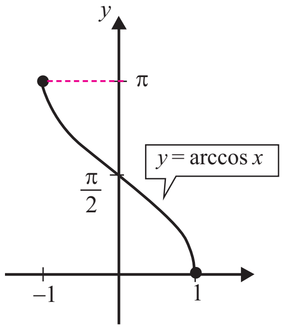
Birinci saatda tərs triqonometrik funksiya anlayışı verilir və tərs triqonometrik funksiyalar araşdırılır. 2-ci və 3-cü dərs saatında tapşırıqlar yerinə yetirilir.

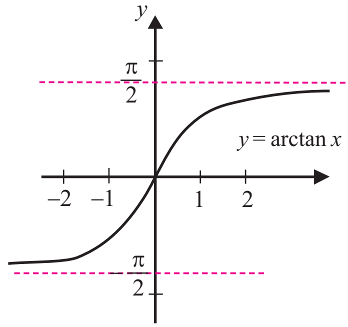




Funksiya	Təyin oblastı	Qiymətlər çoxluğu
$y = \arcsin x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$
$y = \arccos x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$
$y = \arctan x$	$-\infty < x < +\infty$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
$y = \text{arccot}\, x$	$-\infty < x < +\infty$	$0 < y < \pi$







Təyin oblastı [–1;1]
Qiymətlər çoxluğu $[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$

Təyin oblastı: [–1;1]
Qiymətlər çoxluğu: [0;π]

Təyin oblastı: (–∞;+∞)
Qiymətlər çoxluğu $(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$

D.14. İfadənin qiymətini tapın. a) $\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

$y = \sin x,\ -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ funksiyası və $y = \arcsin x,\ -1 \le x \le 1$ funksiyası qarşılıqlı tərs funksiyalardır. Ona görə də $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ olduqda $\arcsin(\sin x) = x$

Lakin verilən çalışmada $\frac{7\pi}{6} \notin \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$ olduğundan həlli aşağıdakı ardıcıllıqla yerinə yetirmək lazımdır.

1) $\sin\frac{7\pi}{6} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin\frac{\pi}{6}$

2) $\arcsin(\sin\frac{7\pi}{6}) = \arcsin(-\sin\frac{\pi}{6}) = -\arcsin\ (\sin\frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{6}$

Dərs 101-104. Dərslik səh. 199-207. Sadə triqonometrik tənliklər. 4 saat

Məzmun standartı

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- *sinx = a, cosx = a, tanx = a şəklindəki tənliklərin həllini funksiyanın qrafiki üzərində, vahid çevrə üzərində və analitik şəkildə təqdim edir;*
- *sadə triqonometrik tənliklərin həllərini verilən intervalda müəyyən edir;*
- *sadə triqonometrik tənliklərin həllərini ümumi şəkildə ifadə edir.*

Dərsin gedişinə aid bəzi tövsiyələr

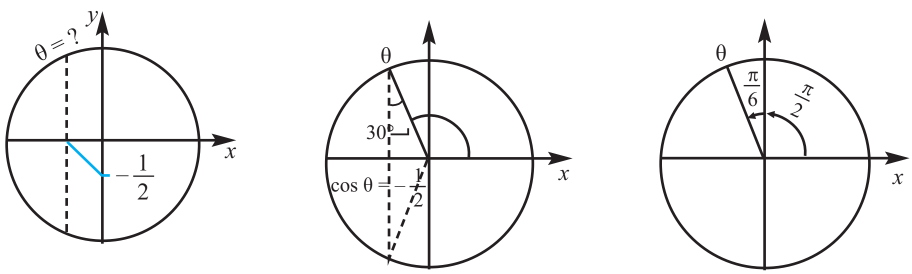
1-ci saat. Şagirdin triqonometrik tənliklərin həllini daha aydın başa düşməsi üçün sadə triqonometrik tənliklərin həllinin yalnız verilmiş intervalda axtarılması məqsədəuyğundur. Məsələn, $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ tənliyini $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ intervalında araşdırır. Həlli vahid çevrə üzərində və funksiyanın qrafiki üzərində araşdırmaq olar. Qrafik üzərində araşdırma dərslikdə verilmiş nümunədə geniş izah edilmişdir. Həllin çevrə üzərində təqdimini araşdıraq.

Vahid çevrə üzərində kosinus x koordinatıdır. x oxu üzərində $-\frac{1}{2}$ nöqtəsi qeyd edilir və şaquli düz xətt çəkilir.

$x = -\frac{1}{2}$ düz xətti çevrəni 2 nöqtədə kəsir. Bu nöqtələrə uyğun dönmə bucaqlarından birinin son tərəfini bütöv, digərininkini qırıq xətlə çəkək. Bütöv xətlə çəkilən bucaq $\frac{\pi}{2}$ və π arasında yerləşir.

Son tərəfi bütöv xətlə çəkilən bucaq verilən şərti ödəyir. Bu şüanın başlanğıc tərəfindən $\frac{\pi}{2}$ -dən sonra daha $\frac{\pi}{6}$ qədər dönməyə uyğundur.

$\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$



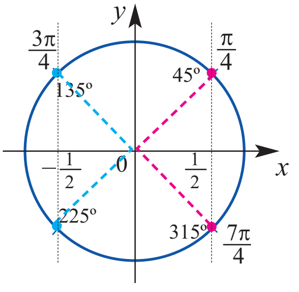
Cavab: $\theta = \frac{2\pi}{3}$ şagirdlərə sual verilir: əgər arqument $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ intervalında deyil $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ intervalında dəyişsəydi, tənliyin kökü necə dəyişəcəkdi?
Bu halda qırıq xətlə göstərilmiş bucaq cavaba uyğun olardı, yəni $\theta = \frac{4\pi}{3}$ olardı.

Triqonometrik tənliklərin həlli məşğələlərini verilmiş intervalda tənliyin kökünü müəyyənetmə bacarıqlarına yönəldilməsi məqsədəuyğundur. Bu cür yanaşma şagirdin əlaqələndirmə, araşdırma, mühakiməyürütmə bacarıqlarının formalaşdırılmasına müsbət təsir göstərir. Tənliklərin həllinin dərəcə ilə, radianla həqiqi ədəd şəklində göstərilməsinə diqqət edilir.

Nümunə. $\sqrt{3}\tan(3x - 30°) + 2 = 1$ tənliyinin $0° \le x \le 180°$ intervalındakı köklərini tapın.
Həlli: $0° \le x \le 180°$ şərtinə görə $0^o \le 3x \le 540^o$ olduğu qeyd edilir.
$\sqrt{3}\tan(3x - 30°) + 2 = 1$
$\sqrt{3}\tan(3x - 30°) = -1$
$\tan(3x - 30°) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
$3x - 30° = 150°, 330°, 360° + 150°, 360° + 330°$
$3x - 30° = 150°, 330°, 510°, 690°$ (bu qiymət intervala daxil deyil)
$3x = 180^0, 360^0, 540^0$
$x = 60^0, 120^0, 180^0$

Nümunə. $2\cos^2 x - 1 = 0$ tənliyinin $0° < x < 360°$ intervalında həllini tapın.

$$2\cos^2 x = 1$$
$$\cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$



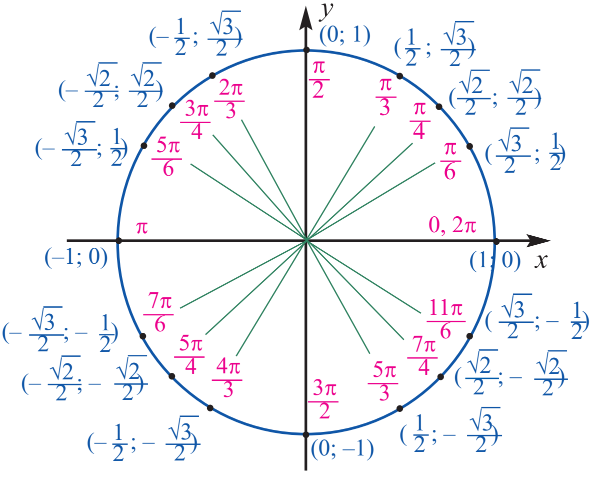
Kosinus 1-ci, 4-cü rüblərdə müsbətdir, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ tənliyini $0° < x < 360°$ intervalında 45° və 315° qiymətləri ödəyir.

Kosinus 2-ci, 3-cü rübdə mənfidir, $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ tənliyini $0° < x < 360°$ intervalında 135° və 225° qiymətləri ödəyir.

$2\cos^2 x - 1 = 0$ tənliyinin $0° < x < 360°$ intervalında həlləri 45°, 135°, 225° və 315° kimidir.

Qeyd edilir ki, bu tip tənliklərin ümumi həllində dərəcəni azaltma düsturlarının tətbiqi səmərəli olur. Çünki, bu halda iki triqonometrik tənliyi deyil, bir triqonometrik tənliyi həll etmək lazım gəlir.

Sadə triqonometrik tənliklərin [0°; 360°) aralığında köklərinin üzərində dönmə bucaqlarının və uyğun nöqtələrin koordinatlarının qeyd edildiyi vahid çevrəyə görə tapılması əlverişli olur. Bu diaqramın sinifdə lövhədən asılması, həmçinin şagirdlərin dəftərlərində çəkmələri tövsiyə edilir.



İşçi vərəq 1

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

1) $5\sin\theta + 3 = 3$ tənliyinin həlli aşağıdakı bucaqlardan hansının misilləri ilə ifadə edilə bilər?
a) 45° b) 90° c) 135° d) 180°

2) $2\cos x - 1 = 0$ tənliyinin ümumi həllini yazın.

3) $0° \leq x \leq 360°$ intervalında $2\sin\theta + 1 = 0$ tənliyinin köklərini tapın.

4) $2\cos 2\theta - 1 = 0$ tənliyini ödəyən ən kiçik müsbət bucağı müəyyən edin.

5) $90° < \theta < 270°$ və $2\sin\theta + \sqrt{2} = 0$ olduğuna görə θ bucağının dərəcə ölçüsünü müəyyən edin.

6) $2\tan x + 1 = 3\tan x + 2$ tənliyini $0° \leq x \leq 360°$ intervalında həll edin.

7) $-\sqrt{3} = 2\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ tənliyini $0° \leq x \leq 270°$ intervalında həll edin.

İşçi vərəq 2

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

Tənlikləri $0 \leq \theta \leq 2\pi$ intervalında həll edin.

1. $\cos\theta + 1 = 0$

2. $\sin^2\theta = 0$

3. $2\cos\theta - \sqrt{3} = 0$

4. $2\sin\theta + \sqrt{3} = 0$

5. $2 + \sec\theta = 0$

6. $\tan\theta(\cos\theta + 2) = 0$

7. $\cos\theta(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

8. $2\cot\theta + \cot\theta = 0$

9. $\tan^2\theta - 3 = 0$

10. $\sin^2\theta = 1$

11. $2\sin\theta\sec\theta = \sec\theta$

12. $\cos 3\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Dərs 105-112. Dərslik səh. 208-217. Triqonometrik tənliklərin həll üsulları. Triqonmetrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar 8 saat

Məzmun standartı

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *müxtəlif cəbri üsullardan istifadə etməklə triqonometrik tənlikləri həll edir;*
- *triqonometrik tənliklərin köklərini verilmiş intervalda müəyyən edir.*

Verilmiş triqonometrik tənliyin həlli müəyyən üsullarla sadə triqonometrik tənliklərin həllinə gətirilir. Əsas həll üsulları dərslikdə nümunələr üzərində göstərilmişdir.

Tənliklərin tipinə görə qruplaşdırması şagirdə özünü qiymətləndirmə vasitəsi olaraq istifadədə, müəllimə isə asan formativ qiymətləndirmə üçün əlverişlidir.

Arqumentin özünün və ikiqatının (və ya üçqatının və s.) daxil olduğu tənlikləri həll etdikdə tənliyə daxil olan funksiyaların eyni arqumentə gətirilməsi məqsədəuyğundur.

Nümunə. $4\sin 2x - 2\cos x = 0$ tənliyinin $0^\circ \le x \le 360^\circ$ intervalındakı köklərini tapın
$\sin 2x = 2\sin x\cos x$ eyniliyindən istifadə etməklə tənliyə daxil olan funksiyaları eyni arqumentə gətirə bilərik.

$4\sin 2x - 2\cos x = 0$

$4(2\sin x\cos x) - 2\cos x = 0$

$8\sin x\cos x - 2\cos x = 0$ *ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxaraq*

$2\cos x(4\sin x - 1) = 0$ *hasilin sıfra bərabərliyi şərtinə görə*

$2\cos x = 0$ və ya $4\sin x - 1 = 0$

$\cos x = 0$ $\qquad$ $4\sin x = 1$ $\qquad$ $\sin x = \frac{1}{4}$

$x = 90^\circ, 270^\circ$ $\qquad$ $x \approx 14{,}5^\circ; 165{,}5^\circ$

Tənliyə müxtəlif triqonometrik funksiyalar daxildirsə, triqonometrik eyniliklərin tətbiqi ilə eyni funksiyaya gətirilməsi əlverişli olur.

Nümunə. $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$ *verilən tənlik*

$2(1 - \cos^2 x) - 3\cos x = 0$ *$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ eyniliyinə görə*

$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ *sadələşdirmə*

$2a^2 + 3a - 2 = 0$ *$\cos x = a$ əvəzləməsi*

$a = -2$ $\qquad$ $a = \frac{1}{2}$

$\cos x = -2$ $\qquad$ $\cos x = \frac{1}{2}$ *əvəzləmə nəzərə alınır*

$\varnothing$ $\qquad$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

D6. b) $6\sin^2 x + 5 = 8$ tənliyinin $0 \le x \le 2\pi$ aralığında yerləşən köklərini tapaq.

$6\sin^2 x = 3 \qquad \sin^2 x = \frac{1}{2}$

Dərəcəni azaltma düsturuna görə $\frac{1-\cos 2x}{2} = \frac{1}{2}$

Buradan $\cos 2x = 0$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \ k \in Z$$

Şərtə görə $0 \le \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \le 2\pi$ bu bərabərsizliyi hədbəhəd $\frac{4}{\pi}$-yə vuraq

$0 \le 1 + 2k \le 8$

$-1 \le 2k \le 7$

$-0{,}5 \le k \le 3{,}5, \ k \in Z$

Deməli, $k = 0, 1, 2, 3$ ola bilər. k-nın bu qiymətlərinə uyğun x-lər tapılır.

$x = \frac{\pi}{4}; \ \frac{3\pi}{4}; \ \frac{5\pi}{4}; \ \frac{7\pi}{4}$

! Şagirdlərin nəzərinə çatdırılır ki, tənliyin sağ və sol tərəflərində ortaq vuruq varsa, hər iki tərəfi bu vuruğa bölməklə tənliyin kökü itirilə bilər. Ona görə də bu tip tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll etmək lazımdır.

D7. **i)** $\sin x + 1{,}5\sin 2x = \sin^3 x$

$\sin x + 3\sin x \cdot \cos x = \sin^3 x$ — *hədləri sol tərəfə keçirək*

$\sin x + 3\sin x \cdot \cos x - \sin^3 x = 0$ — *ortaq vuruq mötərizə*

$\sin x \cdot (1 + 3\cdot\cos x - \sin^2 x) = 0$ — *xaricinə çıxarılır*

$\sin x \cdot (\cos^2 x + 3\cdot\cos x) = 0$ — *sadələşdirmə*

$\sin x \cdot \cos x \cdot (\cos x + 3) = 0$ — *$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$*

$\frac{1}{2}\sin 2x \cdot (\cos x + 3) = 0$ — *eyniliyinə görə*

$\cos x + 3 = 0$ kökü yoxdur; $\sin 2x = 0$ — *hasilin "0"-a bərabərliyi şərti*

$2x = \pi k$

$x = \frac{\pi k}{2}, \ k \in Z$

D7. *l*) $\sin 3x = 3\sin x$ tənliyini həll edək.

$\sin 3x - \sin x = 3\sin x - \sin x$ — *hər iki tərəfdən sin x çıxılır*

$2\sin x \cdot \cos 2x = 2\sin x$ — *fərqin hasilə gətirilməsi düsturu*

$2\sin x \cdot \cos 2x - 2\sin x = 0$ — *hədlər sol tərəfə keçirilir*

$2\sin x \cdot (\cos 2x - 1) = 0$ — *ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır*

$2\sin x \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x - 1) = 0$ — *ikiqat bucaq düsturuna görə*

$2\sin x \cdot (-2\sin^2 x) = 0$ — *əsas eyniliyə görə*

$-4\sin^3 x = 0$ — *sadələşdirmə*

$\sin x = 0$

$x = \pi k, \ k \in Z$

İşçi vərəq 3

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə nümunəyə uyğun həll edin.

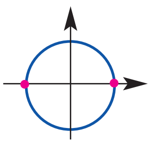
1) $\sin x = -\sin^2 x$

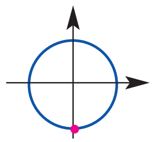
Həlli:

$\sin^2 x + \sin x = 0 \qquad \sin x\,(\sin x + 1) = 0$

$\sin x = 0$ və ya $\sin x + 1 = 0$

$\sin x = 0;\ x = n\pi,\ n \in Z \qquad \sin x + 1 = 0;\ \sin x = -1,\ x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$





1) $\sin x = -\sin^2 x$

2) $2\cos^2 x - 5\cos x = 0$

3) $3\,(1 - \sin x) = 1 + \cos 2x$

4) $2\sin^2 x = \sqrt{3}\sin x$

5) $\tan^2 x = \tan x$

6) $\cos x \sin x = \cos x$

7) $\tan x \cdot (1 - \sin x) = 0$

8) $2\cos x - \sin x + 2\cos x \sin x = 1$

9) $\sin^2 x = 1 - \cos x$

10) $\sin 2x = 2\cos x$

İşçi vərəq 4

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

1) Tənliklərin [0;2 π] aralığındakı köklərini tapın.

a) $2 \sin x = -1$ b) $2 \sin x = \sqrt{3}$ c) $2 \cos x = 1$ d) $2 \cos x = -\sqrt{2}$

2) Tənliklərin ümumi həllərini yazın

a) $2\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)=1$ b) $2\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)=\sqrt{2}$ c) $2\cos(2t)=-\sqrt{3}$ d) $2\cos(3t)=-1$

e) $3\cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)=2$ f) $8\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)=6$ g) $7\sin(3t)=-2$ h) $4\sin(4t)=1$

3) Tənliklərin [0;2 π) aralığındakı köklərini tapın.

1) $4\sin^2 x + 4\sin x + 1 = 0$ 2) $\sec 2x = 2$

3) $\tan x \cdot \sin x - \sin x = 0$ 4) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

5) $3 \csc^2 x = 4$ 6) $8 \sin^2 x + 6 \sin x + 1 = 0$

7) $8 \cos^2 x = 3 - 2 \cos x$ 8) $9 \sin x - 2 = 4 \sin^2 x$

9) $6 \cos^2 x + 7 \sin x - 8 = 0$ 10) $\sin^2 x = \cos x - 2$

11) $\cos^3 x = -\cos x$ 12) $\sec x \cdot \sin x - 2 \sin x = 0$

13) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ 14) $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$

15) $2 \cos^2 x + \cos x = 1$ 16) $\tan^3 x = 3 \tan x$

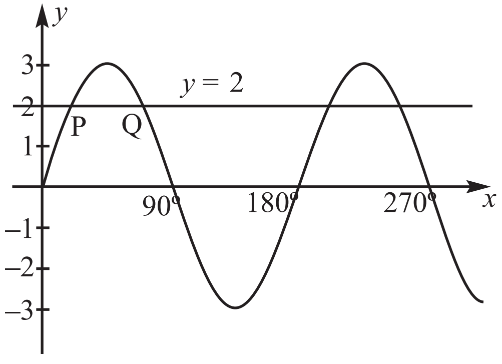
17) $\tan^5 x = \tan x$

4) $\sin 11x - \sin 5x = 2$ tənliyinin həlli varmı? Varsa, həll edib göstərin.

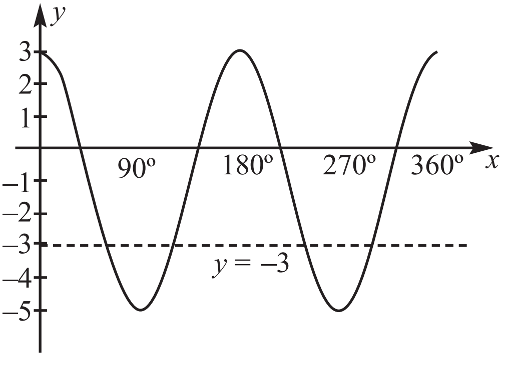
İşçi vərəq 5

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

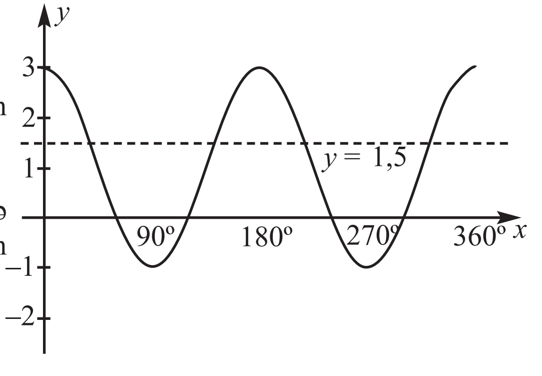
Şəkildə $y = a \cdot \sin bx$ funksiyanın qrafiki verilmişdi. a) Qarfikdən a və b-nin qiymətlərini tapın.
b) $y = 2$ düz xətti ilə kəsişdiyi P və Q nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



Şəkildə $y = a \cdot \cos bx + d$ funksiyanın qrafiki verilmişdir.
a) a, b və d-nin qiymətlərini tapın.
b) $0° \le x \le 360°$ intervalında $y = -3$ düz xətti ilə bu qrafikin kəsişdiyi nöqtələrin koordinatlarını tapın.



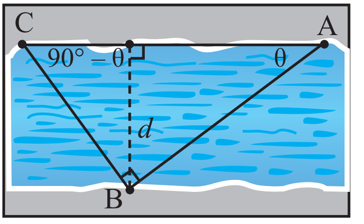
Şəkildə $y = a \cdot \cos bx + d$ funksiyanın qrafiki verilmişdir
a,b və d-nin qiymətlərini tapın.
(b) $0 \le x \le 360°$, intervalında bu qrafiklə $y = 1{,}5$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



İşçi vərəq 6

Adı______ Soyadı__________ Tarix____________

1) Nailə hovuzda A nöqtəsindən qarşıdakı B nöqtəsinə 90 m məsafəni üzərək gəldi. Bu nöqtədən düz bucaq altında dönərək 60 m üzməklə C nöqtəsinə çatdı. $\angle CAB = \theta$ olduğunu nəzərə alsaq, $\angle ACB = 90° - \theta$ olar.



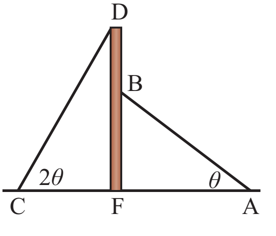
a) d məsafəsi B nöqtəsindən AC tərəfinə çəkilmiş perpendikulyardır və hovuzun enini göstərir. d məsafəsini $\sin\theta$ ilə ifadə edin.

b) d məsafəsini $\sin(90° - \theta)$ ilə ifadə edin.

c) a və b bəndlərində yazdığınız ifadələrlə tənlik qurun.

d) θ bucağını tapın.

2) Dirək eyni uzunluqlu iki məftilin köməyilə yerə bərkidilmişdir. AB məftili yerlə θ bucağını, CD məftili isə 2θ bucağı yaradır. $FD = 1{,}5\ FB$ olduğunu nəzərə alaraq θ bucağını tapın.



a) $AB = CD = x$, $FB = y$, $FD = 1{,}5y$ işarələmələrini nəzərə alaraq $\sin\theta$ və $\sin 2\theta$ hədlərini x və y dəyişənləri ilə ifadə edin.

b) $\sin\theta$ və $\sin 2\theta$ arasındakı əlaqəni tənliklə ifadə edin və θ-ya görə həll edin.

Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Tərs triqonometrik funksiya anlayışını başa düşdüyünü nümunələrlə təqdim edir.	
2	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə təqdim edir.	
3	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini vahid çevrə üzərində təqdim edir	
4	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini cəbri qayda ilə ümumi şəkildə təqdim edir	
5	Sadə triqonometrik tənliklərin verilən intervalda həllini qrafik ilə, vahid çevrə ilə, cəbri yazılışla təqdim edir	
6	Triqonometrik tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir	
7	Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələləri həll edir	

Dərs 113. Triqonometrik tənliklər
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $3\cos^2 x + \cos x = 2$ tənliyinin $[0; 2\pi)$ aralığında neçə kökü var?
a) dörd b) yoxdur c) üç d) iki

2) Tənlikləri verilən intervallarda həll edin.

a) $\sqrt{3} + 3\tan 2x = 0$; $[0; 2\pi)$ b) $\cos \pi x = 0,5$; $[0; 2)$ c) $\sin\frac{x}{2} = 1$; $[0; 8\pi)$

3) x-in hansı qiyməti $\sin 2x + \sin x = 0$ tənliyini ödəmir?

a) $\frac{2\pi}{3}$ b) 2π c) $\frac{3\pi}{2}$ d) π

4) $0 \le x \le 2\pi$ intervalında $\sin^2 x = \sin x$ tənliyinin kökləri aşağıdakılardan hansıdır ?

a) $0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$ b) $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$

d) $\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}$ c) $0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$

5) $\sin^2 \theta + 4\sin\theta = 0$ tənliyinin kökü hansıdır?

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{3\pi}{2}$ d) π

6) $0° \le \theta < 360°$ intervalında θ-nin neçə qiyməti $3\sin^2 \theta + \sin\theta - 2 = 0$ tənliyini ödəyir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

7) $\cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$ tənliyinin $(-\pi; \pi]$ aralığında yerləşən köklərini tapın.

8) $0° \le x < 360°$ intervalında $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ tənliyini x -in hansı qiymətləri ödəyir?

a) $\{30°; 270°\}$ b) $\{30°; 150°; 270°\}$

c) $\{90°; 210°; 330°\}$ d) $\{90°; 210°; 270°; 330°\}$

9) $y = 2\cos 2x$ funksiyasının qrafiki ilə $y = \sqrt{3}$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin absislərini tapın.

10) $1 + \cos 3x = 0$ tənliyinin $[0; \frac{\pi}{2}]$ aralığında yerləşən kökünü tapın.

11) $0° \le \theta < 360°$intervalında θ-nin neçə qiyməti $\tan^2\theta - 3\tan\theta + 2 = 0$ tənliyini ödəyir?

a)1 b)2 c)3 d) 4

12) $0° \le \theta < 360°$ intervalında θ-nin neçə qiyməti $\sin^2\theta = \frac{1}{4}$ tənliyini ödəyir?

a)1 b)2 c)3 d) 4

13) $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x = 0$ tənliyinin $(-\pi; \pi]$ aralığında yerləşən köklərini tapın.

14) θ bucağı ikinci rübdə yerləşir. $\tan^2\theta - 3 = 0$ olarsa, θ-nin qiyməti neçə dərəcədir?

15) Radiusu 8 m olan karusel 90 saniyədə tam dövr edir. Ən aşağı kabinə yerdən 1 metr hündürlükdə olur. Hərəkətə başladıqdan sonra zamanın hansı anlarında həmin kabinə yerdən a) 5 m; b) 12 m hündürlükdə olar?

16) Dəmiryol tunelinin girişinin tağvari hissəsini şəkildəki kimi verilmiş koordinat müstəvisində $y = 4\sin\frac{\pi x}{6} + 2$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar, x burada radianla göstərilmişdir. Girişin hündürlüyünün ən böyük qiymətini və eninin mümkün qiymətini tapın.

8.Fəza fiqurlarının həcmi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.2.1. Simmetriyanın növlərini tanıyır. 3.2.2. Çoxüzlülərin simmetriya mərkəzini, simmetriya oxunu və simmetriya müstəvisini tanıyır, verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur. 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcminin tapılmasına aid məsələləri həll edir. 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmlərinin tapılmasına aid məsələləri həll edir. 3.2.6. Oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmlərinin hesablanmasına aid məsələləri həll edir. 4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir. 4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir	114-117	Prizmanın həcmi	4	219
	118-121	Piramidanın həcmi	4	228
	122-125	Fəza fiqurlarının oxşarlığı. Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmləri. Kəsik piramidanın həcmi.	4	232
	126-128	Fəzada simmetriya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	3	239-243
	129	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		16	

Dərs 114-117. Dərslik səh. 219-227 Prizmanın həcmi. 4 saat.

Məzmun standartı. 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və <u>həcminin</u> tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir.

Riyazi lüğət prizmanın həcmi

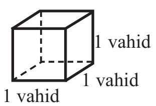
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

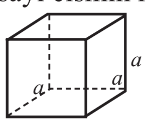
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *prizmanın həcmini vahid kubların sayı ilə izah edir;*
- *prizmanın həcmi düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir;*
- *eynihəcmli fiqurlar üçün Kavalyeri prinsipini tətbiq edir.*

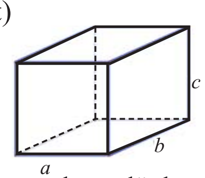
Həcm dedikdə biz nəyi başa düşürük?

Ətrafımızda gördüyümüz hər bir əşya, obyekt fəzanın müəyyən hissəsini tutur və onlar müəyyən həcmə malikdirlər. Bu həcmi qiymətləndirmək üçün kub vahidlərdən istifadə edilir. Tili 1 sm, 1mm, 1m və s. olan kubun həcmi vahid kimi qəbul edilir. Prizmanın həcmini müəyyən etmək üçün onun vahid ölçülü neçə kub tutduğunu müəyyən etməliyik. Bunun üçün kublar cərgə-cərgə (qat-qat) yığılır. Kubların ümumi sayı cismin həcmi olacaq.



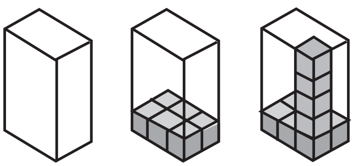


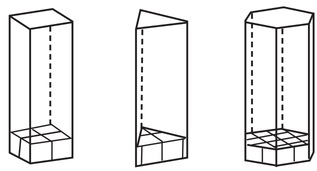
Tərəfi a olan kubun həcmi $V = a^3$



Ölçüləri a,b,c olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmi $V = abc$ və ya $V = (ab)c$ kimidir

Digər prizmaların da həcmini bu qayda ilə kub "qatlarının" sayını tapmaqla hesablamaq olar. Kubların sayını oturacağın sahəsini hündürlüyünə vurmaqla tapa bilərik. Bu istənilən prizma üçün doğrudur. $V = S_{ot}h$





Əşyaların, obyektlərin formasından asılı olaraq onların həcmlərini hesablamaq üçün düsturlar müəyyən edilmişdir.

Prizmaların həcmi aşağıdakı ardıcıllıqla araşdırılır

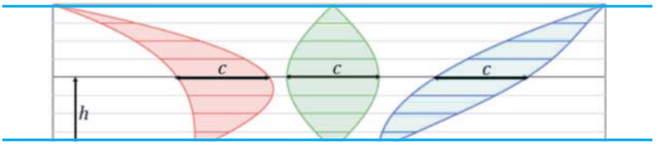
1. Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi
2. Oturacağı düzbucaqlı üçbucaq olan düz prizmanın həcmi
3. Oturacağı istənilən üçbucaq olan düz prizmanın həcmi
4. Oturacağı istənilən çoxbucaqlı olan düz prizmanın həcmi
5. Mail prizmanın həcmi.

İzahlar şagirdlərlə sual-cavab əsasında aparılır. Prizmanın həcminin hesablanmasının geniş izahlarla ev tapşırığı olaraq yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.

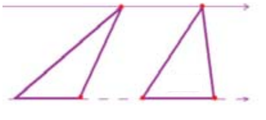
Eyni həcmli fiqurlara aid Kavalyeri prinsipi izah edilir.

Kavalyeri prinsipi həm müstəvi fiqurları üçün (sahə üçün), həm də fəza fiqurları üçün - həcm üçün istifadə edilir.

Müstəvidə Kavalyeri prinsipi: Əgər iki müstəvi fiqur iki paralel düz xətt arasında yerləşirsə və bu xətlərə paralel olan digər xətlərin fiqura aid parçaları bərabər uzunluqdadırsa, bu fiqurların sahələri bərabərdir. Məsələn, şəkildəki yarpaqların sahələri bərabərdir, çünki iki paralel xətt arasındakı məsafə bütün fiqurlar üçün bərabərdir və paralel xətlərin fiqura aid olan parçaları bir-birinə bərabərdir.

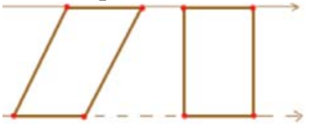


Kavalyeri prinsipini müstəvi fiqurların sahələri üzərində izah edək.

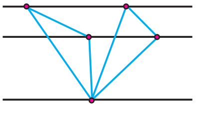


Üçbucaqların sahələri üçün Kavalyeri prinsipi: Üçbucaqlar iki paralel xətt arasında yerləşirsə və oturacaqları bərabərdirsə, bu üçbucaqların sahələri bərabərdir.

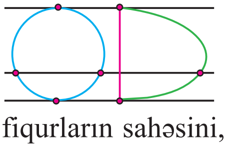
Paraleleoqramlar üçün Kavalyeri prinsipi. Paraleloqramlar iki paralel düz xətt arasında yerləşirsə və oturacaqları bərabərdirsə, bu paraleloqramların sahələri bərabərdir. Şəkildəki düzbucaqlı və paraleloqramın sahələri bərabərdir.



Fiqurların oturacaqları şəkildə göstərildiyi kimi bərabər olmaya bilər. Lakin iki paralel xəttə paralel olan hər bir xəttin fiqurlara aid uyğun parçaları bərabər olmalıdır. Bu halda Kavalyeri prinsipi doğrudur. Kavalyeri prinsipinə görə bu fiqurların sahələri paralel xətlərin bərabər parçalarından ibarətdir.



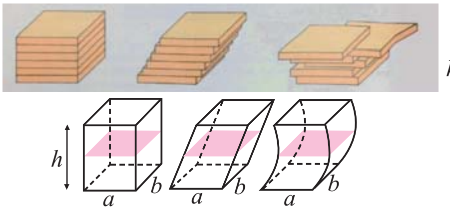
Başqa müstəvi fiqurlara baxaq. Şəkildəki iki fiqurun da sahələri bərabərdir.

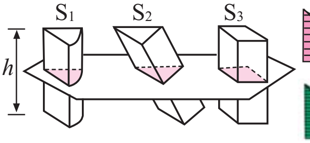


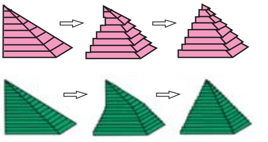
Kavalyeri prinsipi müəyyən həndəsi formaya malik olmayan fiqurların sahəsini, həcmini dəqiq hesablamağa imkan verdiyindən geniş tətbiq edilir. Kavalyeri prinsipi digər elm sahələrində də tətbiq edilir. Tibbdə bu prinsipdən insan bədəninin stereoloqikal analizini aparmaq üçün istifadə edilir. Məsələn, ağ ciyərin ölçülərini müəyyən etmək üçün Kavalyeri prinsipindən istifadə edilir.

Fəza fiqurları üçün Kavalyeri prinsipi: Fəza fiqurları iki paralel müstəvi arasında yerləşirsə (hündürlükləri bərabərdirsə) və bu fiqurların hər bir paralel kəsiyinin (istənilən səviyyədəki) sahəsi bərabərdirsə, bu fiqurların həcmləri bərabərdir.

Kavalyeri prinsipi müxtəlif fəza fiqurlarının həcmini hesablamaq üçün istifadə edilir. Təsəvvür edin ki, eyni sayda eyni kitablar üst-üstə müəyyən qayda ilə və ya bir qədər səliqəsiz yığılmışdır. Hər iki halda kitabların fəzada tutduğu həcm eynidir.







Aşağıdakı kimi araşdırma aparmaq olar. Şirkətlər ərzaq qutularını dizayn edərkən çalışırlar ki, qutuya daha az material işlənmiş olsun. Məsələn, şirkət uşaq yeməkləri üçün tutumu 18 sm^3 olan qutulardan istifadə etməyi planlaşdırır. Hansı ölçülərdə qutunu seçmək əlverişlidir?

18 sm^3 üçün ölçülər: $1\times1\times18 = 18$, $1\times2\times9 = 18$, $1\times3\times6 = 18$, $2\times3\times3 = 18$ və s. kimi ola bilər.

İndi isə lazım olan materialı tam səthin sahəsini hesablamaqla tapaq.

1-ci seçim: $S = 2\cdot1\cdot1 + 2\cdot1\cdot18 + 2\cdot1\cdot18 = 74$ sm^2

2-ci seçim: $S = 2\cdot1\cdot2 + 2\cdot1\cdot9 + 2\cdot2\cdot9 = 58$ sm^2

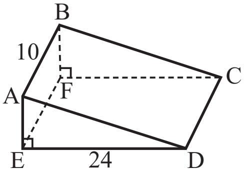
3-cü seçim: $S = 2\cdot1\cdot3 + 2\cdot1\cdot6 + 2\cdot3\cdot6 = 54$ sm^2

4-cü seçim: $S = 2\cdot2\cdot3 + 2\cdot2\cdot3 + 2\cdot3\cdot3 = 42$ sm^2

Göründüyü kimi, ən optimal ölçü $2\times3\times3$ ölçüləridir.

Şagirdlər bu araşdırmadan nəticə olaraq çıxarırlar ki, sərhlərinin sahələri müxtəlif olan fiqurların həcmləri eyni ola bilər.

D.17. Şəkildəki ABCD düzbucaqlısı formasında olan meylli sahənin torpağı çıxarılaraq CDEF düzbucaqlısı şəklində düz sahəyə çevrilmişdir. AB = 10 m, ED = 24 m-dir. Sahə 10m^2 azalmışsa, bu ərazidən neçə kub metr torpaq çıxarılmışdır?



Həlli: AE tilinin uzunluğunu x qəbul edək, düz üçbucaqlı prizmanın həcmini yazaq:

$V=\frac{1}{2}\cdot24\cdot x\cdot10=120\,x$ Məsələnin şərtinə görə, $S_{ABCD} = S_{CDEF} + 10$

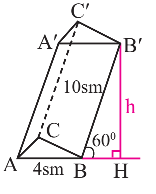
ΔAED-dən $AD =\sqrt{x^2 + 24^2}$ $S_{ABCD} =10\cdot\sqrt{x^2 + 576}$, $S_{CDEF} =10\cdot24=240$

Buradan $10\cdot\sqrt{x^2 + 576} =250$; $\sqrt{x^2 + 576} =25$ tənliyin hər iki tərəfini kvadrata yüksəldək: $x^2 + 576=625$; $x^2=49$; $x = 7$

Ərazidən bu prizmanın həcmi qədər torpaq çıxarılmışdır:

$$V= 120\cdot7= 840\ m^3$$

D.20. Mail prizmanın yan tili oturacaq müstəvisi ilə 60º bucaq əmələ gətirir. Prizmanın oturacağı tərəfi 4 sm olan bərabərtərəfli üçbucaq, yan tili isə 10 sm olarsa, onun həcmini tapın.



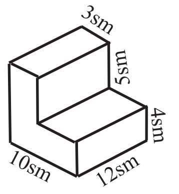
Həlli: Prizmanın həcm düsturu $V= S_0h$. Prizmanın oturacağı bərabərtərəfli üçbucaqdır. $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ düsturuna görə oturacağın sahəsi $S_{ot} = 4\sqrt{3}$ tapılır.

$h=l\cdot\sin\alpha=10\cdot\sin60°=5\sqrt{3}$ Prizmanın həcmi $V= 4\sqrt{3}\cdot5\sqrt{3}= 60$ sm^3.

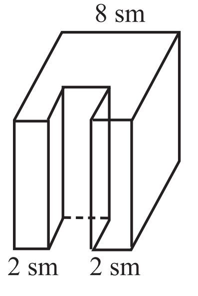
İşçi vərəq 1

Adı ____________ Soyadı_________ Tarix _____________

1) Düzbucaqlı paralelepipeddən kəsilib çıxarılmaqla alınmış fiqurun həcmini tapın.



2) Düzgün dördbucaqlı prizmanın otucağının tərəfi 8 sm-dir. Bu prizmadan şəkildə göstərildiyi kimi oturacağı kvadrat olan paralelepiped kəsilib çıxarıldıqdan sonra qalan hissənin tam səthinin sahəsi 248 sm^2 olarsa, həcmini tapın.



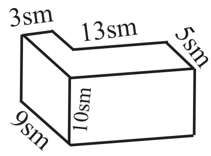
3) Ölçüləri 18sm×12sm×10sm olan kərpiclərlə ölçüləri 12m×0,6m×4,5m olan divarın $\frac{1}{10}$ hissəsini tikmək üçün neçə belə kərpic lazımdır?

4) Dərinliyi 3 m, eni 40 m olan çayda su saatda 2 km sürətlə axır. Bu çaydan dənizə dəqiqədə nə qədər su tökülür?

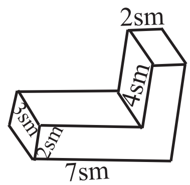
İşçi vərəq 2

Adı ____________ Soyadı_________ Tarix _____________

1) Düzbucaqlı paralelepipeddən kəsilib çıxarılmaqla alınmış fiqurun tam səthini və həcmini hesablayın.



2) Fiqurun tam səthini və həcmini hesablayın.



3) Tərəfi 12 sm olan kub həcmi eyni olan 8 kuba bölünmüşdür. Yeni kubların tilini tapın.

4) Şirkət ölçüləri 15 sm × 6 sm × 22 sm olan yarma qutularının ölçüsünü
20 sm×20 sm ×5 sm kimi dəyişdiyini planlaşdırır.
Hansı qutu daha çox yarma tutur?
Hansı qutuya daha çox karton işlədilər?

Dərs 118-121. Dərslik səh. 228-231 Piramidanın həcmi. 4 saat.

Məzmun standartı. 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanin yan səthlərinin, tam səthlərinin və <u>həcmlərinin</u> tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir

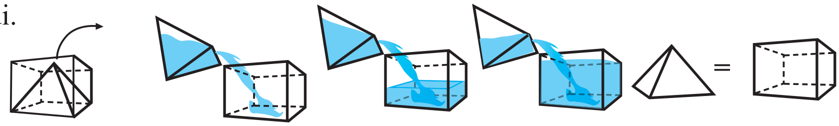
Riyazi lüğət piramidanın həcmi

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

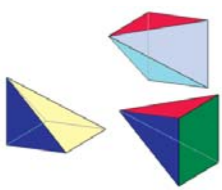
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

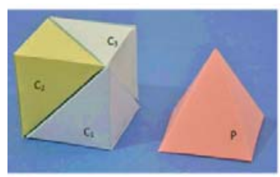
- *piramidanın həcmi düsturunu məsələ hallinə tətbiq edir.*
- *piramidanın həcmini hesablayarkən onun xassələrini tətbiq edir*

Kubun həcmini 3 konqruyent piramidanın həcminə bərabər olduğunu göstərən aşağıdakı məzmunda slayd və ya plakatın hazırlanması tövsiyə edilir. Plakatlar, slaydlar şagirdlər tərəfindən informatika dərslərində də hazırlana bilər. Bu dərslərarası inteqrasiyanı artırmağa, kollektiv iş bacarıqlarının formalaşdırılmasına müsbət təsir göstərərdi.



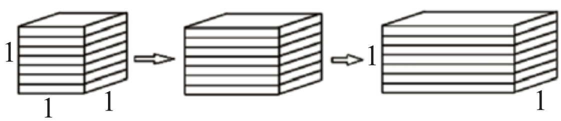
Məşğələ. Piramidanın həcmini müəyyən etmək üçün qədim çin məsələsi mövcuddur. Yanqma qədim çin dilində oturacağı kvadrat olan piramidadır. Bu piramidaların bir yan tili oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olur. Oturacağının tərəfi *a*, hündürlüyü də *a* olan 3 Yanqmanın birləşməsi ilə kub yaratmaq olur.



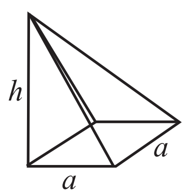


Kubun həcmi $a \times a \times a = a^3$ olduğundan piramidanın həcmi $\frac{a^3}{3}$ olacaq.

Daha sonra isə düzbucaqlı prizmadan istifadə etməklə piramida üçün ümumiləşmiş düstur alınır. Təsəvvür edin ki, ölçüləri $1\times1\times1$ olan kub üfüqi ölçüsü boyu genişləndirilir. Bu halda onun qatlarının sayı dəyişməz, hər qatın uzunluğu *a* dəfə artar həcmi isə $a\times1\times1$ kimi olar.



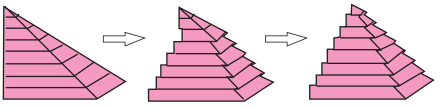
Əgər kubu perpendikulyar istiqamətdə böyütsək, həcmi $a\times b\times 1$ kimi, yəni kubun əvvəlki həcmindən *b* dəfə çox, 3-cü ölçüsünü perpendikulyar istiqamətində genişləndirsək, onun həcmi *c* əmsalına görə artacaq və $a\times b\times c$ olacaq ki, bu da paralelepipedin həcmini ifadə edir. Deməli, 3 ölçülü fiqurun həcmini üç müxtəlif istiqamətdə olmaqla genişləndirmək olar. Bu zaman genişləndirmə əmsalını

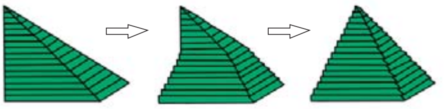


istənilən bir istiqamət üzrə k qəbul etsək, hər genişlənmədə həcm əvvəlkindən k dəfə böyük olacaq. Bu prinsipi nəzərə alaraq yenidən Yanqmaya qayıdaq. İndi təsəvvür edin ki, piramidanın hündürlüyü a-ya bərabər deyil, h-a bərabərdir. Bu o deməkdir ki, şaquli istiqamətdə genişlənmə əmsalı $\frac{h}{a}$ kimidir. Yəni $V = \frac{a^3}{3}$ düsturunu

$V = \frac{h}{a} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{ha^2}{3}$ kimi yazmaq olar.

Yanqmadan oturacağı kvadrat olan istənilən piramidanın həcminə bizim Kavalyeri prinsipi adlandırdığımız prinsiplə keçilir.

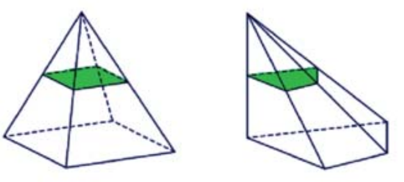




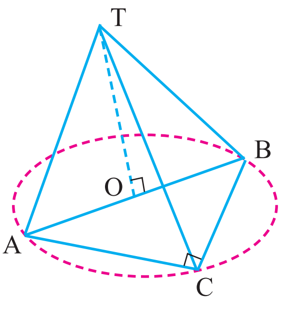
Yanqma piramidasının dilimlərini istədiyimiz kimi sürüşdürməklə oturacağı kvadrat olan istənilən piramidanın həcminin $V = \frac{ha^2}{3}$ düsturu ilə hesablamağın mümkün olduğunu göstərmək olar. Piramidanın həcminin düsturunun bu cür çıxarılışına *http://nrich.maths.org/1408&part=* saytında animasiya ilə baxmaq olar.

Piramidanın həcmini hesablamaq üçün başqa bir yanaşma isə dərslikdə verilmişdir.

Kavalyeri prinsipi piramidalar üzərində də izah edilir. Şəkildəki hər iki piramida eyni hündürlükdədir (paralel müstəvilər arasında yerləşirlər).



D 5. Yan tillərinin hər biri 13 sm olan piramidanın oturacağı, tərəfləri 6 sm, 8 sm və 10 sm olan üçbucaqdır. Piramidanın həcmini tapın.



Həlli: Oturacağın tərəflərinin uzunluqları Pifaqor ədədləridir, yəni piramidanın oturacağı düzbucaqlı üçbucaqdır. Yan tillər eyni uzunluqda olduqlarından piramidanın hündürlüyünün oturacağı bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzində yerləşməlidir. Düzbucaqlı üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi hipotenuzun orta nöqtəsi olduğundan AO = OB = 5.

ΔAOT-dən

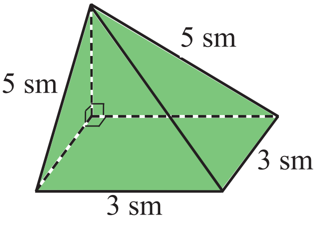
$TO = \sqrt{AT^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

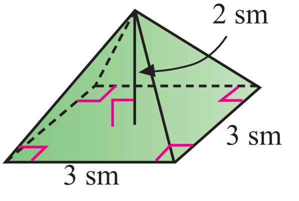
$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 12 = 96 \text{ (sm}^3)$

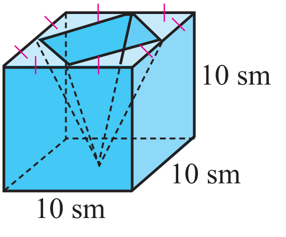
İşçi vərəq 3

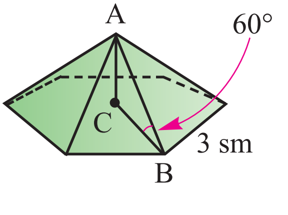
Adı _____________ Soyadı_________ Tarix ______________

Piramidaların həcmlərini tapın.









Dərs 122-125. Dərslik səh.232-238. Fəza fiqurlarının oxşarlığı. Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmləri. Kəsik piramidanın həcmi. 4 saat

Məzmun standartı

3.2.6. Oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmlərinin hesablanmasına aid məsələləri həll edir.

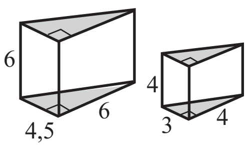
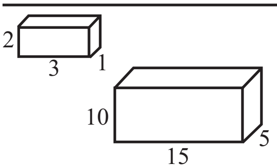
Riyazi lüğət piramidanın həcmi

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *Oxşar fəza fiqurlarının həcmlərinin, səthlərinin sahələrinin, xətti ölçülərininin nisbətləri üzərində qurulmuş məsələləri həll edir.*

Lövhəyə aşağıdakı kimi oxşar fəza fiqurları çəkilir və şagirdlərə onların həcmlərini və səthlərinin sahələrini hesablamaq tapşırılır. Daha sonra xətti ölçülərin nisbətləri tapılır.

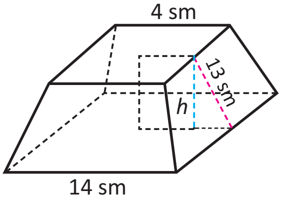
Oxşar fiqurlar	Tərəflərin nisbəti	Səthlərin nisbəti	Həcmlərin nisbəti
	4 : 6 2 : 3	60 : 135 4 : 9 $2^2 : 3^2$	24 : 81 8 : 27 $2^3 : 3^3$
	3 : 15 1 : 5	22 : 550 1 : 25 $1^2 : 5^2$	6 : 750 1 : 125 $1^3 : 5^3$

Şagird oxşar fəza fiqurlarının uyğun xətti ölçüləri nisbətlərinin sabit qaldığını başa düşür. Bu nisbət oxşarlıq əmsalı və ya nisbəti adlandırılır. Oxşarlıq əmsalını (nisbətini) böyütmə və ya kiçiltmə miqyası kimi başa düşür. Yəni iki oxşar fiqurdan böyüyünün bütün ölçüləri kiçiyə nəzərən verilən oxşarlıq əmsalı (nisbəti) dəfə böyüdülmüşdür. Şifahi suallar verilir: Oxşarlıq nisbəti 1:2 olan iki oxşar fiqurun sahələrinin nisbəti, həcmlərinin nisbəti necə olacaq? Sahələrinin nisbəti 1:4 (kvadratların nisbəti), həcmlərinin nisbəti 1:8 (kubların nisbəti).

Dərslikdə verilən məsələlər həll edilir. Şagirdlərə şifahi olaraq aşağıdakı məzmunda məsələnin həll edilməsi təklif edilir. Çay oxşar iki qutuda satılır. Qutulardan birinin hündürlüyü 8 sm, digərininki 10 sm-dir. Böyük qutuda 500 q çay varsa, kiçik qutuda neçə qram çay olmalıdır? Şagirdlər oxşarlıq əmsalının 4:5 və ya 0,8 olduğunu başa düşür. Kiçik qutuda $500 \times (0,8)^3 = 256$ q çay olmalıdır. Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, oxşar qablardan (burada həndəsi oxşarlıq nəzərdə tutulur) birinin tutumunun digərinə nisbətən təxminən iki dəfə fərqlənməsi üçün uyğun ölçülərinin nisbəti təxminən 4:5 kimi olmalıdır. Bu praktik məlumat da şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Kəsik piramidanın həcmi. Növbəti saatda kəsik piramidanını həcminin tapılmasına aid məsələlər həll edilir. Piramidanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəsişməsi ilə oxşar piramidanın ayrıldığı araşdırılır. Kəsik piramidanın həcmi düsturu ümumsinif müzakirəsi ilə çıxarılır.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli



D2. Şəkildə verilənlərə görə düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın a) yan səthini, b) tam səthini c) həcmini tapın.

Həlli:

a) $a = 14$ sm, $b=4$ sm, $h_a=13$ sm

Bir yan üzün sahəsi:

$$S_{tr} = \frac{(a+b)}{2} \cdot h_a = \frac{(14+4)}{2} \cdot 13 = 117 \ (sm^2)$$

Yan səthinin sahəsi:

$S_{yan} = 4 \cdot S_{tr} = 4 \cdot 117 = 468 \ (sm^2)$

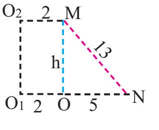
b) Tam səthinin sahəsi:

$S_{tam} = S_{O_1} + S_{O_2} + S_{yan} = 14^2 + 4^2 + 468 = 680 \ (sm^2)$

c) Kəsik piramidanın hündürlüyünü tapaq

Şəkildə ΔMON -dən

$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (sm)



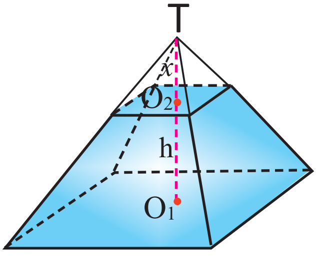
Kəsik piramidanın həcmi:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \left(S_{O_1} + S_{O_2} + \sqrt{S_{O_1} \cdot S_{O_2}}\right) = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \left(14^2 + 4^2 + \sqrt{14^2 \cdot 4^2}\right) =$$

$$= 4 \cdot (196 + 16 + 56) = 1072 \ (sm^3)$$

Kəsik piramidanın həcmini tam piramidaya tamamlamaqla tapmaq da tövsiyə olunur.

Kiçik piramidanın hündürlüyü $TO_2 = x$ olsun.



$$\frac{x}{x+12} = \frac{4}{14} \quad \text{münasibətindən } x = 4{,}8$$

$TO_2 = 4{,}8$ (sm), $TO_1 = 4{,}8 + 12 = 16{,}8$ (sm)

Kəsik piramidanın həcmi tam piramida ilə kiçik piramidanın həcmləri fərqinə bərabərdir.

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3} \cdot 14^2 \cdot 16{,}8 - \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4{,}8 = 1072 \ (sm^3)$$

İşçi vərəq 4

Adı ____________ Soyadı_________ Tarix _____________

1) A prizması B prizmasına oxşardır. Oxşarlıq əmsalı, A fiqurunun səthinin sahəsi və həcmi verilmişdir. B fiqurunun səthinin sahəsini və həcmini tapın.

Oxşarlıq əmsalı: 1 : 4
$S = 60$ cm^2
$V = 30$ cm^3

Oxşarlıq əmsalı: 1 : 3
$S = 144$ m^2
$V = 288$ m^3

Oxşarlıq əmsalı: 2 : 5
$S = 112$m^2
$V = 160$ m^3

2) İki oxşar piramidanın həcmləri nisbəti 3 : 375 kimidir. Tapın:

a) oturacaqlarının sahələrinin nisbətini

b) hündürlüklərinin nisbətini

c) tam səthlərinin nisbətini

3) İki oxşar piramidanın verilən oxşarlıq əmsalına görə cədvəli doldurun.

Oxşarlıq əmsalı	3 : 4	5 : 7				
Tərəflərin nisbəti			2 : 1			
Apofemlərin nisbəti				1 : 6		
Səthlərin nisbəti					4 : 9	
Tam səthlərin nisbəti						8 : 125
Həcmlərin nisbəti						

Dərs 126-128. Dərslik səh. 239-243. Fəzada simmetriya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat.

Məzmun standartı

3.2.1. Simmetriyanın növlərini tanıyır;
3.2.2. Çoxüzlülərin simmetriya mərkəzini, simmetriya oxunu və simmetriya müstəvisini tanıyır, verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur.

Riyazi lüğət müstəvi simmetriyası

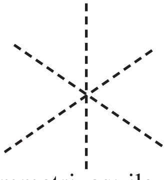
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

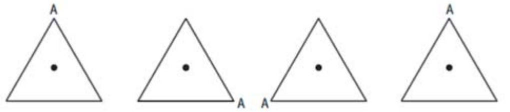
- *Kubun simmetriya mərkəzini, simmetriya oxlarını, simmetriya müstəvilərini təsvir edir.*
- *Düzgün düzbucaqlı piramidanın simmetriya müstəvisini təsvir edir.*

Müstəvi fiqurlar düz xəttə və ya nöqtəyə görə simmetrik olurlar. Müstəvi simmetriyaları yada salınır. Əlverişli fiqur üçbucaqdır.

Bərabərtərəfli üçbucağın 3 simmetriya oxu var.

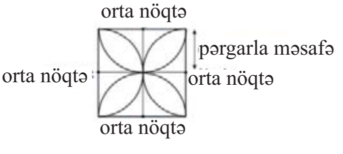


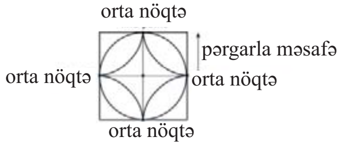
Bərabərtərəfli üçbucaq 3 tərtibli dönmə simmetriyasına malikdir. Yəni 360° dönmədə 3 dəfə öz-özü ilə üst-üstə düşür.

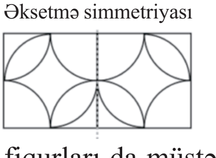


Bərabərtərəfli üçbucaq

Fırlanma simmetriyası ilə dizayn etməyin, naxışlar yaratma texnikası aşağıdakı nümunələr üzərində göstərilir. Şagirdlər qrupla işləməklə müxtəlif kompozisiyalar yarada bilərlər.

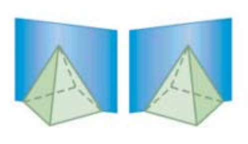


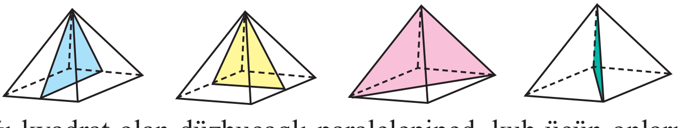




Fəza fiqurları isə müstəviyə nəzərən simmetrik ola bilər. Fəza fiqurları da müstəvi fiqurları kimi birdən çox əksetmə simmetriyasına malik olurlar.

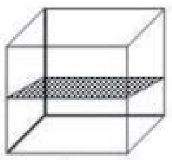
Məsələn, oturacağı kvadrat olan (düzgün) piramidanın 4 simmetriya müstəvisi var. Onlardan ikisi piramidanın hündürlüyü və oturacağının təpələrindən, ikisi isə hündürlük və oturacağın tərəflərinin ortasından keçir.



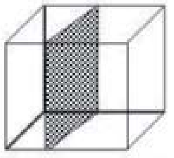


Oturacağı kvadrat olan düzbucaqlı paralelepiped, kub üçün onları iki konqruyent hissəyə ayıran müstəvilərin simmetriya müstəvisi olduğunu başa düşürlər və bunu həndəsi olaraq təsvir edirlər.

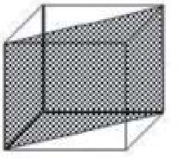
Bu fiqurlar oturacağa paralel perpendikulyar və diaqonal müstəvisinə nəzərən əksetmə simmetriyasına malik olurlar.



Oturacağa paralel müstəvi

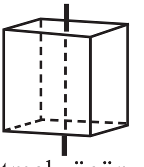


Oturacağa perpendikulyar müstəvi



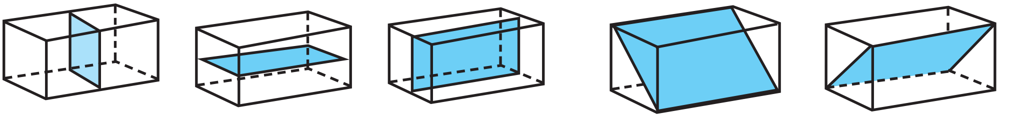
Diaqonal müstəvisi

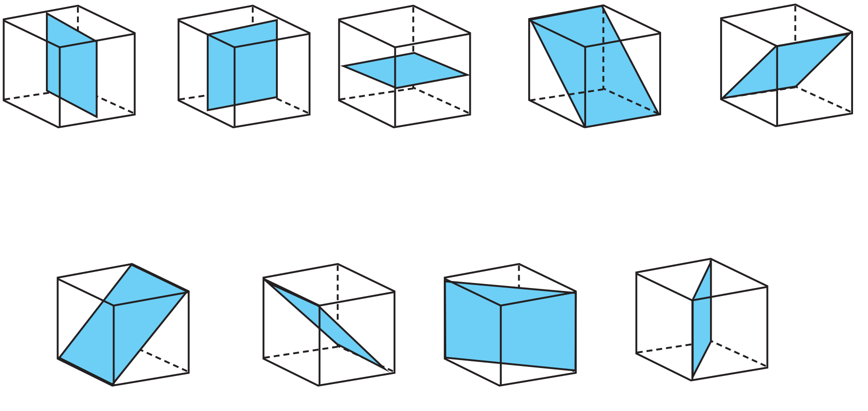
Fırlanma simmetriyasını şirə qutusu və içmə çubuğu ilə modelləşdirmək olar. Hər bir 90° dönmədə kubun öz-özü ilə üst-üstə düşdüyü müşahidə edilir.



Qruplarla iş. Piramidanın və kubun simmetriya müstəvilərini aşkar etmək üçün şagirdlər qruplarla işləyirlər. Hər qrup daha çox vəziyyəti təsvir etməyə çalışır. Məlum olmayan simmetriyalar tapmağa çalışırlar. Daha sonra birlikdə bu müstəvinin verilən fəza fiqurunu simmetik iki yerə bölüb-bölmədiyi araşdırılır.

Şəkildə iki ölçüsü eyni olan düzbucaqlı paralelepipedin 5, kubun 9 simmetriya müstəvisi verilmişdir.





Bölmə üzrə qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Prizmanın həcminə aid məsələlər həll edir.	
2	Piramidanın həcminə aid məsələlər həll edir.	
3	Oxşar fəza fiqurlarının həcminə, səthlərinə aid məsələlər həll edir.	
4	Müstəvi kəsiklərinə aid məsələləri həll edir.	
5	Fəzada simmetriyanı müxtəlif fəza fiqurları üzərində göstərir.	

Dərs 129. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1)Hansı iki fiqurun üzlərinin sayı eynidir?

2) İki ölçüsü 2,5 m, 0,8 m olan düzbucaqlı paralelepiped şəkilli çənin həcmi 8 m^3-dur. Çənin 3-cü ölçüsünü tapın.

3) Düzgün üçbucaqlı piramidanın yan tilləri 10 sm, hündürlüyü 8 sm-dir. Piramidanın həcmini və tam səthinin sahəsini tapın.

4) Pəri üçbucaqlı düz prizmanın üzlərinin şəklini çəkməlidir. O, hansı müstəvi fiqurları çəkməlidir?

a) 3 üçbucaq, 3 düzbucaqlı

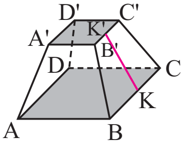
b) 3 üçbucaq, 2 düzbucaqlı

c) 2 üçbucaq, 3 düzbucaqlı

ç) 2 üçbucaq, 4 düzbucaqlı

5) Düzgün dördbucaqlı piramidanın hündürlüyü 125 sm, oturacağının tərəfi 85 sm-dir. Piramidanın həcmini tapın.

6) Oturacağı kvadrat olan düzgün kəsik piramidada AB = 48, A\`B\` = 12, K və K\` nöqtələri oturacaqların tərəflərinin orta nöqtələri olmaqla KK\` = 30 olduğuna görə kəsik piramidanın həcmini tapın.

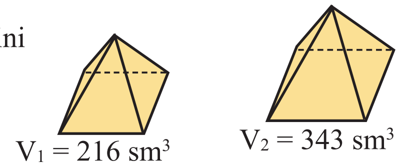


7) Düzbucaqlı Parelelepipedin üç üzünün sahələri 6 sm^2, 8 sm^2, 12 sm^2 -dir. Parelelepipedin həcmini tapın.

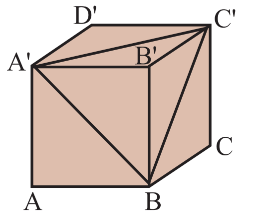
8) Düzgün dördbucaqlı prizmanın yan səthinin sahəsi 12 sm^2, hündürlüyü 2 sm-dir. Tapın.

a) Oturacağın tərəfinin uzunluğunu   b) Prizmanın həcmini

9) İki oxşar piramidanın yan səthlərinin nisbətini tapın.

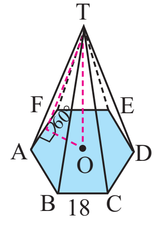


10) Tili 4 sm olan kubdan şəkildə göstərilən müstəvi kəsiyi ilə ayrılan düzgün piramidanın həcmini tapın.

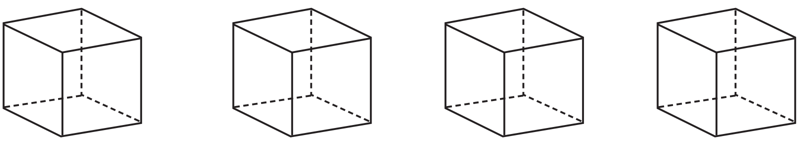


11) İki oxşar qutudan böyüyün tutumu 600 qramdır. Qutuların oxşarlıq nisbəti 3:4 kimidir. Böyük qutu hündürlüyü 12 sm olan düzbucaqlı paralelepiped şəklindədir. Kiçik qutunun hündürlüyünü və tutumunu tapın.

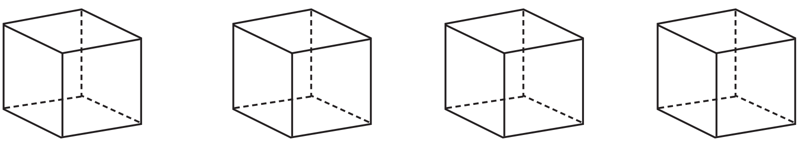
12) Düzgün altıbucaqlı piramidanın yan üzü oturacaq müstəvisi ilə 60°-li bucaq əmələ gətirir. Oturacağın tərəfi 18 sm olarsa, piramidanın həcmini tapın.



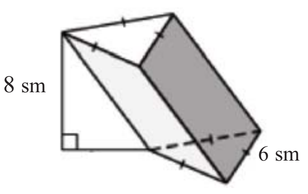
13) Kubun 4 müxtəlif simmetriya müstəvisini çəkin.



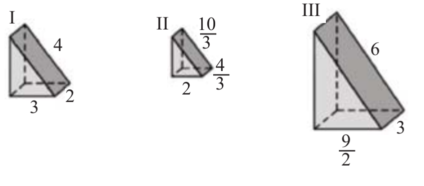
14) Kub üzərində 4 müxtəlif simmetriya oxunu çəkin.



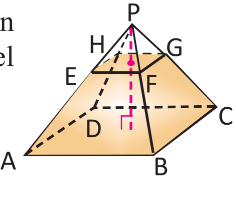
15) Mail prizmanın həcmini tapın.



16) Fiqurlardan hansı ikisi oxşardır?



17) Hündürlüyü 8 sm, oturacağının tərəfi 12 sm olan düzgün dördbucaqlı piramida təpədən 2 sm məsafədə oturacağa paralel müstəvi ilə kəsilmişdir.
a) Verilən piramidanın həcmini tapın.
b) Kəsilib ayrılan kiçik piramidanın həcmini tapın.
c) Kəsik piramidanın həcmini tapın.



9. Üstlü və loqarifmik funksiyalar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
1.1.3. Triqonometrik, üstlü, loqarifmik ifadələri sadələşdirərək qiymətini tapır. 2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur. 2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir. 2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur. 2.3.2.Üstlü və loqarifmik tənlikləri, bərabərsizlikləri həll edir.	130-135	Həqiqi üstlü qüvvət. Üstlü funksiya.	6	245
	136-137	Ədədin loqarifmi	2	258
	138	Loqarifmik funksiya	1	260
	139-140	Loqarifmin xassələri	2	262
	141	Loqarifmik şkala və məsələ həlli	1	266
	142-145	Üstlü tənliklər. Loqarifmik tənliklər	4	268
	146-150	Üstlü bərabərsizliklər. Loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	5	275-281
	151	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		22	

Bölmə üzrə nümunəvi dərs modeli. Üstlü funksiya. $y = a^x$

Məzmun standartı. 2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

- *Üstlü funksiyanın qrafikini qurur.*
- *Üstlü funksiyanın xassələrini tətbiq edir.*
- *Eksponensial artan və eksponensial azalan funksiyanı düsturuna, qrafikinə görə fərqləndirir.*
- *Eksponensial funksiyanın köməyilə real həyati situasiyaya aid məsələləri modelləşdirir.*

Motivasiya olaraq üstlü funksiyanın tətbiqi ilə həll edilən məsələ araşdırıla bilər.
• əhalinin artımı
• bank hesabındakı pulun məbləği mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə hesablandıqda (kəsilən (faizin ayliq, rüblük hesablanması ilə) və kəsilməz illik)
• radioaktiv maddənin zamandan asılı olaraq parçalanması
• bakteriyaların çoxalması
• qaynanmış suyun temperaturunun otaq şəraitində dəyişməsi
Bu məsələlərdən hər biri araşdırma məsələsi olaraq nəzərdən keçirilə bilər.
Lakin şagirdlərin hər hansı real situasiya üzərində üstlü funksiya ilə dəyişməni aşkar etmələri daha məqsədəuyğun olardı.
Məsələn, kağızın qatlama sayı ilə alınan vərəq üzlərinin sayı.
Məşğələni qruplarla iş kimi təşkil etmək olar.
Motivasiya. Məşğələ. Hər qrupa bir vərəq verilir. Üzvlərdən biri vərəqi ortadan kəsir. Daha sonra kəsilmiş vərəqləri üst-üstə qoyub yenidən ortadan kəsir. Digərləri isə kəsmə sayını və kəsimdən alınan vərəqlərin sayını göstərən cədvəl qururlar. Hər kəsimdən sonra vərəqlər üst-üstə yığılır və yenidən yarıya kəsilir və bu kəsilməsi mümkün olmayan hala gələnə qədər davam etdirilir (8 kəsim kifayət edir) və hər dəfə yığılmış vərəqlərin sayı müəyyən edilərək cədvələ yazılır.

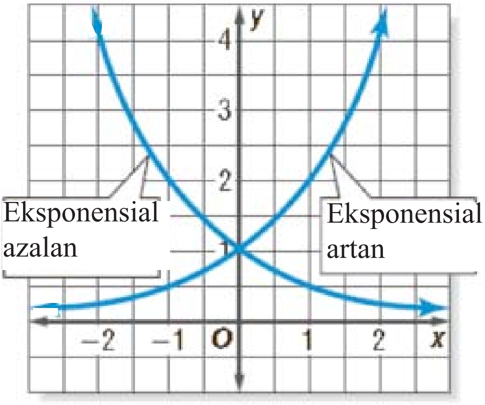
Kəsmə sayı (x)	Vərəq sayı (y)
0	1
1	
2	

Məlumatın analizi. 1. Kəsimlərin sayını x, vərəqlərin sayını y qəbul etməklə ($x;y$) koordinat cütlərini yazın. Diqqət edin ki, ilk koordinat cütü (0;1) kimi olacaq ki, bu kəsilməmiş vərəqin bir vərəq olduğunu göstərir.
2. Koordinat cütlərini sonuncu kəsimə bir addım qalana qədər yazmağa davam edin, yəni 7 koordinat cütü yazın. Koordinatların dəyişməsinə görə sonuncu kəsimdən sonra

üst-üstə yığılmış vərəqlərin sayı neçə dənə olacaq?
3. Koordinat müstəvisi üzərində x və y koordinatlarını qeyd edin. Koordinat müstəvisini çəkərkən y-in qiymətlərinin yerləşməsinə, x-in qiymətlərinə görə y-in qiymətlərinin daha sürətlə dəyişməsinə diqqət edin.

Məlumatdan nəticə çıxarma, yeni məlumatlar əldə etmə.
1. y-in x-dən asılı dəyişməsini göstərən funksiyanı düsturla yazın.
2. $x = 9$, $x = 10$ olduqda y-in qiymətini tapın.
3. 500 dənəlik kağız yığımının hündürlüyü təxminən 2,5 sm-dir. Sizin vərəqlərin hündürlüyü təxminən neçə santimetr olar?
4. Hər qatı kəsməyə 5 saniyə vaxt sərf etsəniz, 30 kəsimə nə qədər vaxt sərf edərsiniz? 30 kəsimdə alınan vərəq qatlarının hündürlüyünü 500 vərəq qatının hündürlüyünə görə müəyyən edin.
5. 1-ci etapda yazdığınız düsturu kəsimlərin sayı və vərəq qatının qalınlığı arasındakı asılılığa tətbiq etməklə 30-cu kəsimdəki vərəq qatlarının hündürlüyünü tapın. **(8-12 dəq)**

Öyrənmə. $y = a^x$ funksiyasının qrafiki qiymətlər cədvəlinə görə qurulur. $a > 1$ və $0 < a < 1$ halları nəzərdən keçirilir. Eksponensial artma və azalmanın a-nın qiymətindən asılı olduğu müəyyən edilir. Eyni koordinat sistemində qurulmuş funksiyaların qrafikləri nümayiş etdirilir. Qrafiklərin oxşar və fərqli cəhətləri müzakirə edilir. Şagirdlərə qrafikləri dəftərlərində qurmaları üçün vaxt verilir. **(10 dəq)**



$y = a^x$ funksiyasının xassələri müzakirə edilir. Qrafikə görə təyin oblastının bütün həqiqi ədədlər çoxluğu, qiymətlər oblastının isə müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu olduğu qeyd edilir. Ordinat oxunu kəsmə nöqtəsi müəyyən edilir. Qrafikin asimptotunun x oxu olduğu müəyyən edilir. Dərslikdə verilmiş 1-17 tapşırıqları yerinə yetirilir.
(10 dəq.)

Formativ qiymətləndirmə. Şagirdin şifahi cavablandırması üçün yoxlama sualları verilir:
1) Eksponensial asılılığı (dəyişməni) siz necə izah edərdiniz?
2) Nə üçün $a = 1$ ola bilməz?
3) $y = 2^x$ və $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ qrafiklərinin fərqli və oxşar cəhətləri hansılardır?
4) $y = x^2$ və 2^x funksiyaları eyni funksiyalardır demək olarmı? (3-5 dəq)

Ev tapşırığı. 1-17 tapşırıqlarından qalanları ev tapşırığı olaraq verilir.

Dərsin gedişinə aid ümumi göstərişlərdən də (dərs № 132 , səh №.195) istifadə edilməsi faydalı olardı.

Dərs 130-135. Dərslik səh. 245-257. Həqiqi üstlü qüvvət. Üstlü funksiya.

6 saat

Məzmun standartı

2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

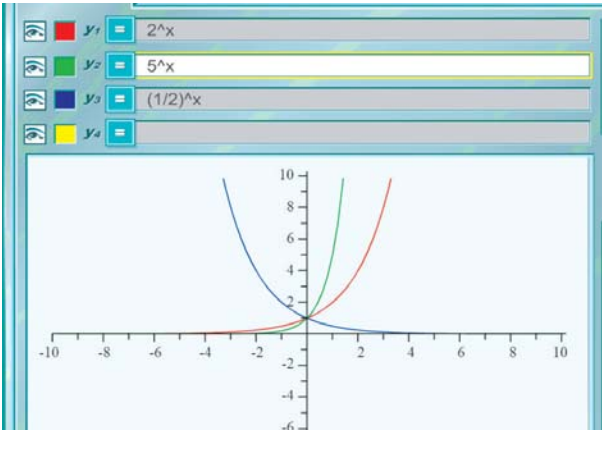
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *Həqiqi üstlü qüvvət daxil olan ifadələri sadələşdirir.*
- *Üstlü funksiyanın qrafikini qurur.*
- *Üstlü funksiyanın xassələrini tətbiq edir.*
- *Eksponensial artan və eksponensial azalan funksiyanı düsturuna, qrafikinə görə fərqləndirir.*
- *Eksponensial funksiyanın köməyilə real həyati situasiyaya aid məsələləri modelləşdirir.*

Riyazi lüğət *üstlü funksiya, ustlü funksiyanın əsası, üstü, eksponensial artan, eksponensial azalan*

1-ci - 2-ci saat. İrrasional üstlü qüvvətin də bir ədəd olduğu yəni, a^t-nin t irrasional olduqda mənasının olduğu dərslikdə verilmiş araşdırma tapşırığı ilə müzakirə edilir. Eyni tapşırığı müxtəlif ədədlər üzərində yerinə yetirmək olar. Məsələn, $10^{\sqrt{2}}$ üzərində araşdıraraq $10^{1,4142} \approx 25,9537$, $10^{1,41421} \approx 25,9543$, $10^{1,414213} \approx 25,9545$ ardıcıllığından görünür ki, 10 nun qüvvəti $\sqrt{2}$-yə daha çox yaxınlaşdıqca $10^{\sqrt{2}}$ də 25,9545 ədədinə daha çox yaxınlaşır. Deməli, $10^{\sqrt{2}}$ ədədi də bir həqiqi ədəddir. Rasional üstlü qüvvətin bütün xassələrinin irrasional üstlü qüvvətə də aid olunduğu qeyd edilir. Şagirdlərə bu xassələri ümumi şəkildə yazmaq və hər birinə aid bir nümunə yazmaq üçün vaxt verilir. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Həmçinin işçi vərəqlərdə də əlavə tapşırıqlar verilmişdir.

3-cü saat. $y = a^x$ funksiyasının qrafikinin qurulması araşdırılır. $y = 5^x$, $y = 0,5^x$, $y = a^x$ şəklindəki funksiyalar üstlü funksiyalardır. a müsbət ($a \neq 1$) ədəddir. Sinfə müxtəlif üstlü funksiyaların qrafikləri nümayiş etdirilir. Bu qrafiklər formaca oxşardırlar, x ox-undan yuxarıda yerləşirlər. Üstlü funksiyanın xassələri qrafiklər üzərində göstərilməklə müzakirə edilir. Sual verilir: Sizcə, nə üçün bu qrafiklər eyni nöqtədə kəsişirlər? $a^0 = 1$ olduğundan qrafiklər (0;1) nöqtəsində kəsişirlər.



İşçi vərəq 1

Adı________ Soyadı_______ Tarix__

Dəyişənlərin müsbət qiymətlər aldığını bilərək sadələşdirin.

$\sqrt{16a^8b^{-2}}$ $\sqrt{24x^6y^{-4}}$ $\sqrt[9]{(4x+2y)^{18}}$

$\sqrt{x^7\cdot x^{\frac{5}{2}}\cdot x^{\frac{3}{2}}}$ $\left(a^{x^3}\right)^{\frac{1}{x}}$ $\left(c^{\frac{5}{2}}\cdot d^{-\frac{2}{3}}\right)\left(c^6\cdot d^3\right)^{\frac{1}{3}}$

$\left(\dfrac{r^{\frac{2}{3}}}{r^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{15}{9}}$ $\dfrac{\sqrt{c^3d^6}}{\sqrt{4c^3d^{-4}}}$ $\dfrac{\sqrt{a^{-10}b^{-12}}}{\sqrt{a^{14}b^{-4}}}$

Kəsr üstlü qüvvət şəklində yazın.

$\sqrt[4]{\sqrt[4]{a^3}}$ $\sqrt[5]{t}\cdot\sqrt{16t^5}$ $\sqrt{\sqrt[3]{a^3b^4}}$ $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[4]{x^3}$

Sadələşdirin.

$y^{\frac{1}{2}}\left(y^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{1}{3}}\right)$ $\left(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}-y^{\frac{1}{2}}\right)$

$\left(c^{\frac{5}{6}}-c^{-\frac{6}{5}}\right)^2$ $\left(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}\right)$

Ədədləri artan sıra ilə düzün:

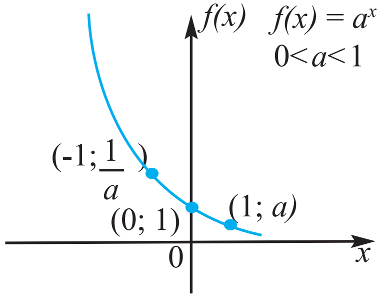
8^{-200}; 9^{-150}; 125^{-100}

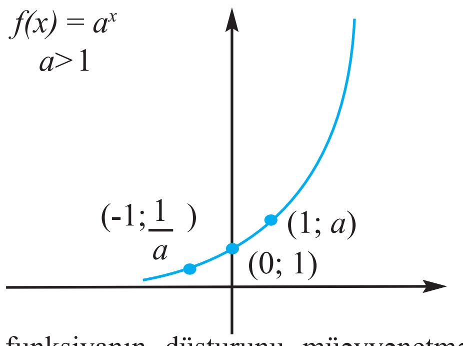
$\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}$; $\left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{4}{3}}$; $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$

İfadənin qiymətini hesablayın:

$2^{\sqrt{2}}\cdot 4^{\sqrt{2}+1} : 8^{\sqrt{2}}$; $\sqrt[3]{3^{(\sqrt{3}+1)^2}\cdot 9^{-\sqrt{3}}}$

Qiymətlər cədvəlinə görə funksiyaların qrafikləri qurulur.
$a > 1$ olduqda funksiyanın eksponensial artan, $0 < a < 1$ olduqda eksponensial azalan olduğu qeyd edilir.





Verilmiş qiymətlər cədvəlinə görə üstlü funksiyanın düsturunu müəyyənetmə tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Bu tapşırıqlar üstlü funksiya anlayışını, onun xassələrini daha yaxşı başa düşməyə imkan verir.

Şagird cədvəldən əlverişli qiyməti seçir. Bu $x = 0$ qiymətində y-in qiymətidir. $x = 0$ olduqda funksiyanın qiyməti -1-dir. Deməli, funksiyanın düsturunda qarşıda mənfi işarəsi var (bu funksiyanın simmetrik çevrilməsidir). Digər cədvəllərə uyğun tənlikləri yazmaları üçün onlara vaxt verilir.

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-16

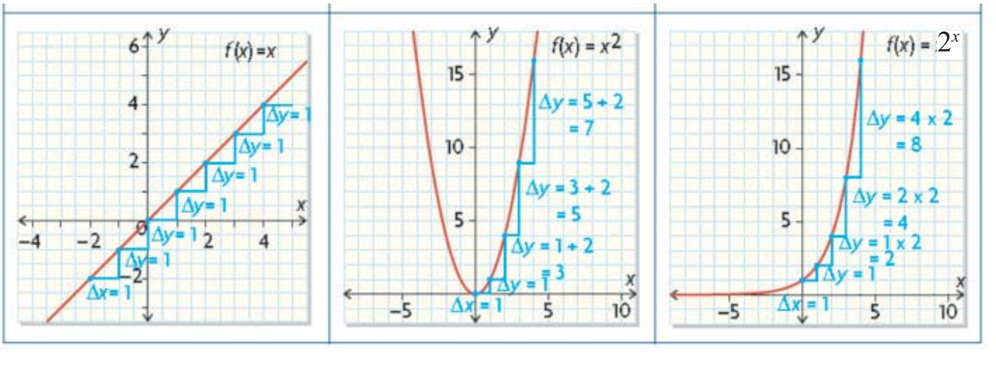
$y = -1\cdot 4^x$ $\cdot 4$ $\cdot 4$

x	-2	-1	0	1	2
y	25	5	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$

x	-1	0	1	2	3
y	$\frac{5}{2}$	5	10	20	40

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{100}{81}$	$\frac{10}{9}$	1	$\frac{9}{10}$	$\frac{81}{100}$

Üstlü funksiyaların çox sürətlə artdığı və azaldığı qeyd edilir və bunun qrafik üzərində müqayisəli şəkildə təqdim edilməsi tövsiyə edilir.



4-cü saat. Eksponensial artma və azalmanı əks etdirən real həyati situasiyaları üstlü funksiyalarla modelləşdirməyə aid məsələlər həll edilir. Bu məsələlər arasında radioaktiv maddənin parçalanma müddətinin müəyyən edilməsi, yarımparçalanma müddətində baş verən kimyəvi dəyişiklik və yeni izotopların yaranması kimi situasiyalar istər elmi, istərsə də həyati situasiyalar baxımından maraqlıdır.
Bütün dünyada atom silahlarına qarşı olan mübarizə radioaktiv maddənin yarada biləcəyi insani və ekoloji fəlakətlərin çox dəhşətli olması ilə bağlıdır. Radioaktiv maddələrin parçalanma müddəti o qədər uzundur ki, ətrafda yaratdığı ekoloji fəlakət Yer üzündə yaşayan yalnız bir nəsil insana deyil, uzun illər boyu təsir edir. Çernobl hadisəsi buna acı bir misaldır.
Dərslikdə verilmiş nümunə məsələ araşdırılır. Qrafikdə x oxu üzrə hansı məlumatın, y oxu üzrə hansı məlumatın yerləşdirildiyi müzakirə edilir. Hər bir koordinat cütü vaxt (gün) və maddə miqdarı (qram) olaraq təqdim edilir.
Üstlü funksiyalarla modelləşdirilən ən çox istifadə olunan situasiyalara aid məsələlər dərslikdə verilmişdir.
• əhalinin artımı
• bank hesabındakı pulun məbləği mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə hesablandıqda (kəsilən (faizin aylıq, rüblük hesablanması ilə) və kəsilməz illik)
• radioaktiv maddənin zamandan asılı olaraq parçalanması
• bakteriyaların çoxalması
• qaynanmış suyun temperaturunun otaq şəraitində dəyişməsi

Mürəkkəb faiz artımı düsturu ödəmə şərtindən asılı olaraq müxtəlif cür ifadə edilir. Məsələn, faizin hesablanması bir dəfə ilin sonunda ödənilirsə, düstur ənənəvi olaraq $A = P(1+r)^n$ kimi qəbul edilir. Faiz hər rübdə və ya hər ayda hesablanmaqla yeni məbləğin faizi hesablanırsa, düstur $A = P(1+\frac{r}{t})^{nt}$ şəklində yazılır: r gəlir faizini, t hesablama zamanını göstərir, bu 4 (rüblük), 12 (aylıq) və s. ola bilər.

5-ci saat. Üstlü funksiyanın qrafiklərinin çevrilmələrinə aid tapşırıqlar yerinə yetirilir.

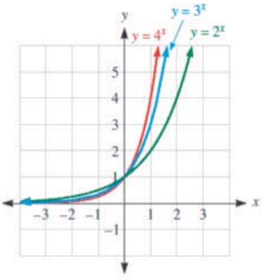
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

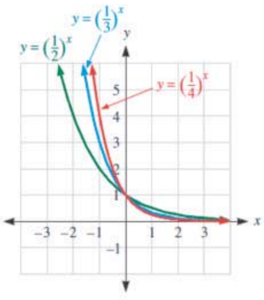
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

● *$f(x) = l \cdot a^x$, $f(x) = l \cdot a^{x-n}$, $f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində üstlü funksiyaların $y = a^x$ əsas funksiyasına görə çevrilməsini müəyyən edir.*
● *$f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində verilmiş funksiyanın hər bir həddini (parametrini) verilən situasiyaya uyğun izah edir.*
● *Real həyati situasiyanı $f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində düsturla modelləşdirir.*
● *Üstlü funksiyanın qrafikinə görə onun düsturunu yazır.*

Şagirdlərə aşağıdakı kimi işçi vərəq paylamaq və ya lövhədə işçi vərəqdə əks olunanları yazmaqla şagirdlərin tapşırığı yerinə yetirmələri üçün vaxt verilir.

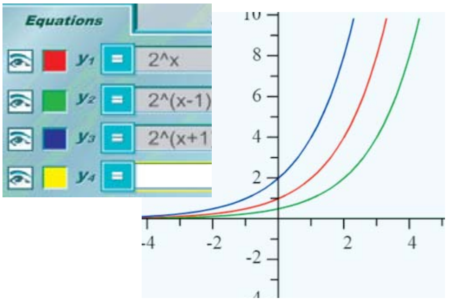
Əvvəlcə üstlü funksiyalar ailəsində əsas funksiyada a-nın dəyişməsi ilə qrafikdəki dəyişmələr müzakirə edilir.



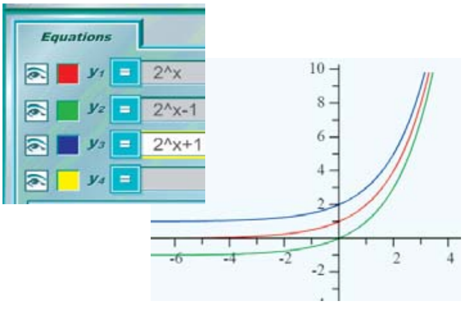


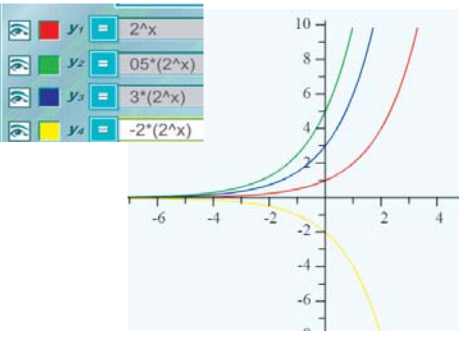
<table>
<tr><th>Funksiya</th><th>Qrafiki</th><th>Qiymətlər cədvəli</th><th>Çevrilmənin sözlə ifadəsi</th></tr>
<tr><td>$y = 2^x + 1$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^x + 1$</th></tr><tr><td>−1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>$y = 2^x - 1$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^x - 1$</th></tr><tr><td>−1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>$y = 2^{x+1}$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^{x+1}$</th></tr><tr><td>−1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>$y = 2^{x-1}$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^{x-1}$</th></tr><tr><td>−1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

Şagird $y = 2^{x+1}$ və $y = 2^{x-1}$ şəklində funksiyanın (m-in təsiri) əsas funksiyaya görə çevrilməsinin (x-in qiymətinin üzərinə əlavə etmə və çıxma olduğu üçün) üfüqi sürüşmə olduğunu başa düşür və m-in işarəsindən asılı olaraq sürüşməni təsvir edir. $m > 0$ olduqda qrafik sağa, $m < 0$ olduqda sola sürüşür.

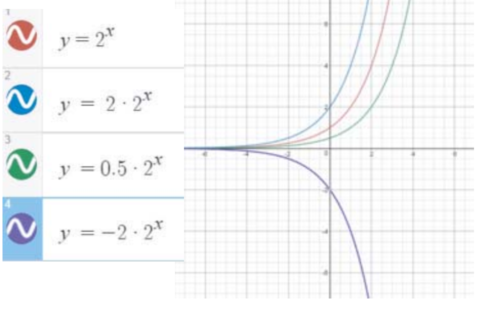


Şagird $y = 2^x + 1$ və $y = 2^x - 1$ şəklində funksiyanın (n-in təsiri) əsas funksiyaya görə çevrilməsinin (y-in qiymətinin üzərinə əlavə etmə və çıxma olduğu üçün) şaquli sürüşmə olduğunu başa düşür və n-in işarəsindən asılı olaraq sürüşməni təsvir edir. $n > 0$ olduqda qrafik yuxarı, $n < 0$ olduqda aşağı sürüşür.





Şagird $f(x) = l \cdot a^x$ şəklində funksiyanın (l-in təsiri) əsas funksiyaya görə çevrilməsinin şaquli dartılma və sıxılma kimi təqdim edir. l-in işarəsindən və qiymətindən asılı olaraq çevrilməni təsvir edir.
$l > 1$ olduqda qrafik şaquli olaraq dartılır. $0 < l < 1$ şaquli sıxılma, $l<0$ olduqda x oxuna nəzərən simmetrik çevrilmə - əksetmə baş verir.

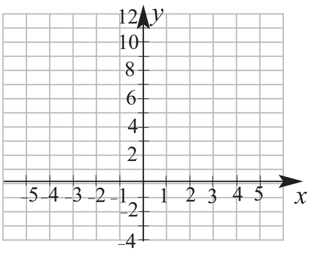


İşçi vərəq 2

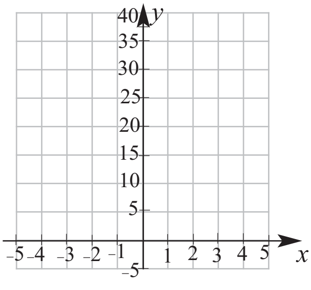
Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

Funksiyaların qrafiklərini qurun.

$y=1{,}5^x$



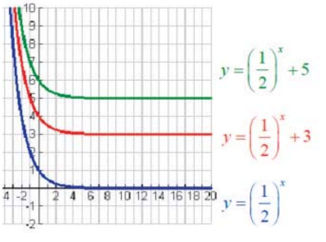
$y=3\cdot3^x$



Qrafikini qurmadan aşağıdakı funksiyaların eksponensial artan və ya azalan olduğunu müəyyən edin.

1) $y=200\cdot4^x$ 2) $y=3{,}05(0{,}87)^x$ 3) $y=\frac{4}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^x$ 4) $y=\frac{1}{5}\cdot3^x$

Şəkildəki qrafiklərin üfüqi asimptotlarını yazın.



Situasiyalara uyğun eksponensial funksiyanı yazın.

a) Hündürlüyü 0,2 m olan ağac ildə 8% böyüyür. 10 il sonra ağacın hündürlüyü nə qədər olacaq?

b) Evin qiyməti 100000 manatdır və qiyməti hər il 2% artır. 10 il sonra bu evin qiyməti neçə manat olacaq?

c) Yeni avtomobilin qiyməti 35000 manatdır. Avtomobilin qiyməti ildə 5% əvvəlki qiymətindən aşağı düşür. 5 ildən sonra bu avtomobilin qiyməti neçə manat olar?

6-cı saat. *e* ədədi izah edilir, $y = e^x$ funksiyasının qrafiki qrafkalkulyatorda qurulur, $y = e^x$ funksiaysının tətbiqi ilə məsələ həlli yerinə yetirilir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *e ədədini mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə izah edir*
- *$y = e^x$ funksiyasının qrafikini qrafkalkulyatorla qurur*
- *$y = e^x$ funksiyasının tətbiqi ilə məsələlər həll edir.*

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Riyazi lüğət

e ədədi

Dərslikdə verilmiş mürəkkəb faiz artımı ilə pul məbləğinin dəyişməsi araşdırılır. Müəyyən andan sonra faiz artımının daha kiçik zaman intervallarına bölünməsinin əhəmiyyəti olmur. Bunu cədvəldə verilmiş məbləğlər də göstərir. Ona görə də mürəkkəb faiz artımını kəsilməz olaraq $S = S_0e^{rt}$ kimi hesablamaq olar.
Bunu aydın görmək üçün bir neçə məsələ ev tapşırığı kimi həll edilə bilər.

Bir ildə faiz *n* dəfə hesablandıqda (aylıq, rüblük və s.) düstur: $S = S_0\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

Kəsilməz faizlə, ilin sonunda bir dəfəlik hesablama düsturu: $S = S_0e^{rt}$

P = 1000₼, $r = 4\%$, $t = 10$ ildə bankdakı pul məbləğini hər iki düstura görə hesablayın.

İntervallarla hesablama: $S = 1000\left(1+\frac{0{,}04}{n}\right)^{10n}$
Kəsilməz olaraq: $S = 1000e^{0{,}04\cdot 10}$

n	1	2	4	12	365	kəsilməz
A	3200,21	3205,09	3207,57	3209,23	3210,04	3210,06

Bu qayda ilə aşağıdakı kimi şərtlərə uyğun məbləğləri hesablayırlar. Hesablamalar *e* düyməsi olan mühəndis kalkulyatorları ilə aparılır.

a) P = 2000₼, $r = 3\%$, $t = 20$ il   b) P = 1000₼, $r = 6\%$, $t = 30$ il

e ədədi bir çox fiziki hadisələrin öyrənilməsində, mühəndis layihələrinin işlənilməsində tətbiq edilir.

e ədədi aşağıdakı kimi sonsuz ardıcıllığın hədləri cəminə bərabərdir:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4} + \ldots + \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n} + \ldots$$

Bu ardıcıllığın aşağıdakı hədlərinin cəmi *e* ədədinin vergüldən sonra üç doğru rəqəm dəqiqliyi ilə ifadə edir.

$$e \approx 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} +$$

$$+ \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6} + \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} =$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040} =$$

$$= 1 + 1 + 0{,}5 + 0{,}16667 + 0{,}04167 + 0{,}00833 + 0{,}00139 + 0{,}000198 = 2{,}718$$

Dərs 136-137. Dərslik səh. 258-259. Ədədin loqarifmi. 2 saat

Məzmun standartı

2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Riyazi lüğət

loqarifma, loqarifmin əsası, loqarifmik funksiya

- *Loqarifmin mənasını nümunələr üzərində izah edir, ümumi loqarifma, onluq loqarifma, natural loqarifma yazılışlarını fərqləndirir.*
- *Loqarifmik şkalanı real həyati situasiyalar üzərində izah edir və məsələləri həll edir.*
- *Loqarifmik funksiyanın qrafikini qurur və xassələrini tətbiq edir.*
- *Loqarifmin xassələrini hesablamalara tətbiq edir.*
- *Real həyati situasiyada məsələləri loqarifmik funksiya ilə modelləşdirir.*

1-ci saat. Şagirdlərə indiyə qədər öyrəndikləri əməllər haqqında sual verilir. Toplam-çıxma, vurma-bölmə, qüvvətə yüksəltmə-kökalma.

Dəyişən üstlü qüvvət daxil olan ($5^x = 5$, $x = 1$; $5^x = 25$, $x = 2$; $5^x = 125$, $x = 3$) bərabərliklərindən üstün tapılması üçün logarifma anlayışı daxil edilmişdir.

Logarifmin tərifinə görə $x > 0$ və $a > 0$, $a \neq 1$, $x = \log_a y$ ifadəsi $y = a^x$ ifadəsinə ekvivalentdir. İfadələrin logarifmik formadan üstlü formaya (eksponensial formaya) və əksinə yazılışlarına aid tapşırıqlar yerinə yetirilir. İlk tapşırıqlarda eksponensial və loqarifmik yazılışlar arasında hədlərin yer dəyişməsini oxla göstərmələri tövsiyə edilir. Bu anlayışı daha uzunmüddətli yadda saxlamağa kömək edir.

üst

$$5^2 = 25 \longleftrightarrow 2 = \log_5 25$$

əsas

Deməli, əsasın (ədədin) qüvvətə yüksəldilməsi ilə bu əsasdan ədədin loqarifminin tapılması qarşılıqlı tərs əməllərdir.

Loqarifmi hesablamaq üçün kalkulyatorların uyğun düyməsindən istifadə edilir. Lakin loqarifma şotland riyaziyyatçısı Neper tərəfindən ilk dəfə işlənildiyi 1600-1990-cı illərə qədər loqarifma xətkeşi adlanan alətdən istifadə edilirdi. İndi bu alətlər bir çox elm muzeylərinin eksponatlarına çevrilmişdir.

Şəkildəki loqarifma xətkeşi HP muzeyinin eksponatıdır. www.hpmuseum.org

Loqarifm xətkeşindən istifadə edilməməsinə baxmayaraq bir sıra loqarifmik şkalalar var ki, onlardan bu gün də istifadə edilir.

İşçi vərəq 3

Ad______ Soyad______________ Tarix_________

1) Hər bir bərabərliyi üstlü formada yenidən yazın.

$\log_6 36=2$ $\log_{14}\frac{1}{196}=-2$ $\log_{289} 17=\frac{1}{2}$ $\log_3 81=4$

2) Hər bir bərabərliyi loqarifmik formada yenidən yazın.

$64^{\frac{1}{2}}=8$ $12^2=144$ $9^{-2}=\frac{1}{81}$ $\left(\frac{1}{12}\right)^2=\frac{1}{144}$

3) Hər bir bərabərliyi üstlü formada yenidən yazın.

$\log_\mu \frac{15}{16}=\nu$ $\log_\nu u=4$ $\log_{\frac{7}{4}} x=y$ $\log_2 v=u$

4) Hər bir bərabərliyi loqarifmik formada yenidən yazın.

$u^{-14}=\nu$ $8^b=a$ $\left(\frac{1}{3}\right)^x=y$ $6^y=x$

5) Hesablayın.

$\log_6 216$ $\log_{343} 7$ $\log_3 \frac{1}{243}$

$\log_4 16$ $\log_6 \frac{1}{216}$ $\log_{64} 4$

6) Sadələşdirin.

$12^{\log_{12} 144}$ $5^{\log_5 17}$

$5^{\log_5 7}$ $9^{\log_3 20}$

Dərs 138. Dərslik səh. 260-261. Loqarifmik funksiya. 1 saat

Məzmun standartı

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

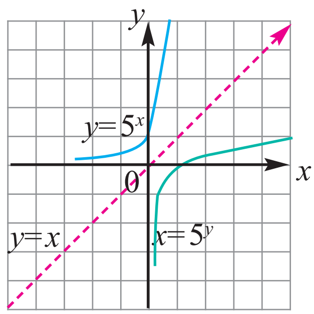
İşçi vərəqlər

- *logarifmik funksiyanın qrafikini qurur*
- $y = \log_a x$ *funksiyasının tətbiqi ilə məsələ həll edir*
- *logarfmik funksiyanı üstlü funksiyanın tərsi kimi təqdim edir*

Loqarifmik funksiyanın üstlü funksiyanın tərsi olduğunu onların qiymətlər cədvəlini qurmaqla və eyni koordinat sistemində $y = a^x$ və onun tərs funksiyası olan $x = a^y$ başqa sözlə $y = \log_a x$ funksiyasının qrafikini qurmaqla görürlər. Bu funksiyaların qrafikləri $y = x$ xəttinə görə simmetrikdir.

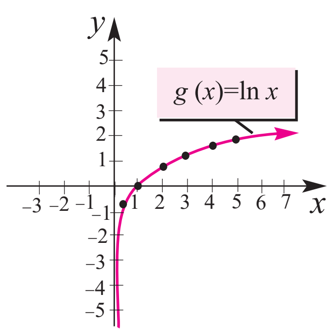
$f(x) : y = 5^x$	
x	y
–3	0,008
–2	0,04
–1	0,2
0	1
1	0
2	25
3	125

$f^{-1}(x) : x = 5^y$	
x	y
0,008	–3
0,04	–2
0,2	–1
1	0
0	1
25	2
125	3



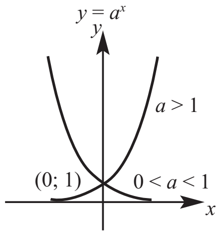
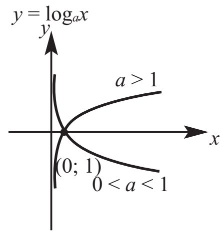
Əlverişli nöqtələr seçməklə $y = \ln x$ funksiyasının da qrafikinin qurulması məqsədəuyğundur. Qrafiklər qrafkalkulyatorlar vasitəsi ilə rahatlıqla qurula bilər. Bu zaman şagird onların daha çox çevrilmələrini görmək imkanı əldə edir və nəticədə düsturdakı hər bir həddin hansı dəyişmələrə səbəb olduğunu daha yaxşı başa düşür.

x	$g(x)$
	$g(x)=\text{In}x$
0,5	–0,7
1	0
2	0,7
3	1,1
4	1,4
5	1,6



Bu iki funksiyanın xassələrini müqayisəli göstərən cədvəlin qurulması məqsədəuyğundur.

Funksiyaların qrafikləri

Eksponensial funksiya	Logarifmik funksiya
	

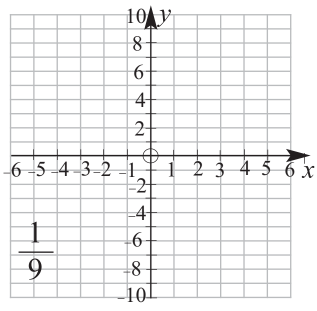
	Üstlü funksiya	Loqarifmik funksiya
Nümunə	$f(x) = 2^x$; $f(x) = e^x$	$g(x) = \log_2 x$; $g(x) = \ln x$
Təyin oblastı	bütün həqiqi ədədlər çoxluğu	bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu
Qiymətlər çoxluğu	bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu x artdıqca $f(x)$ artır x azaldıqca $f(x)$ x oxuna yaxınlaşır	bütün həqiqi ədədlər çoxluğu x artdıqca $g(x)$ artır x sıfra yaxınlaşdıqca $g(x)$ y oxuna yaxınlaşır
Əlverişli (referens) nöqtələr	$f(x) = 2^x$ $(-1;\frac{1}{2})$; $(0;1)$; $(1;2)$ $f(x) = e^x$ $(-1;\frac{1}{e})$; $(0;1)$; $(1;e)$	$g(x) = \log_2 x$ $(\frac{1}{2};-1)$; $(1;0)$; $(2;1)$ $g(x) = \ln x$ $(\frac{1}{e}; -1)$; $(1; 0)$; $(e; 1)$

İşçi vərəq 4

Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

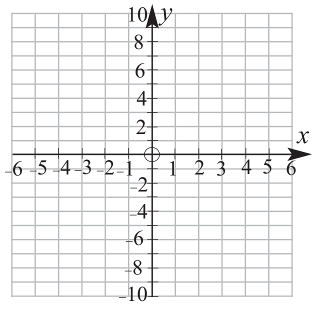
1) Funksiyaların qrafiklərini ən azı üç nöqtəsinin koordinatlarını və asimptotunu müəyyən etməklə qurun. Təyin oblastını, qiymətlər oblastını, asimptotunu yazın.

$y = \log_2(x + 2)$



Təyin oblastı: ________________
Qiymətlər çoxluğu: ______________
Asimptotu (ları): ______________

$y = 3(\frac{1}{2})^x + 2)$



Təyin oblastı: ________________
Qiymətlər çoxluğu: ______________
Asimptotu (ları): ______________

2) qrafiki (1; 1) və $(3; \frac{1}{9})$ nöqtələrindən keçən üstlü funksiyanın düsturunu $y = l \cdot a^x$ şəklində yazın. Düsturu loqarifmik şəkildə də yazın.

Dərs 139-141. Dərslik səh. 262-267. Loqarifmin xassələri. Loqarifmik şkala və məsələ həlli 3 saat

Məzmun standartı

2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

● *Hasilin, qismətin, qüvvətin logarifmının xassələrini bilir və tətbiq edir.*

● *Logarifmin bir əsasdan başqa əsasa keçmə düsturunu və loqarifmin xassələrini ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.*

● *Loqarifmik şkalanı real həyati situasiyalar üzərində təqdim edir və məsələləri həll edir.*

1-ci 2-ci saat. Loqarifmin xassələri öyrənilir.
Loqarifmin xassələrini qüvvətin uyğun xassələri ilə müqayisədə öyrədilməsi daha effektli olardı.

1. Hasilin loqarifmi	$\log_c xy = \log_c x + \log_c y$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
2. Nisbətin loqarifmi	$\log_c \dfrac{x}{y} = \log_c x - \log_c y$	$a^x : a^y = a^{x-y}$
3. Qüvvətin loqarifmi	$\log_c x^y = y \cdot \log_c x$	$(a^x)^y = a^{xy}$

! $\dfrac{\log_2 27}{\log_2 9}$ ifadəsini sadələşdirin, tapşırığını şagird $\log_2(27:9)$ kimi qəbul edərək cavabı $\log_2 3$ və ya yalnız 3 kimi yazır. Şagird $\log_2 8$ ifadəsinin qiymətini intuasiya ilə asanlıqla tapa bilər. Lakin loqarifmin mənasını dərindən dərk etmədiyindən yuxarıda göstərildiyi kimi səhvlər edir.

Verilmiş işçi vərəqlərdəki tapşırıqlarla logarfmin xassələrinin tətbiqi bacarıqlarının formativ qiymətləndirilməsi üçün istifadə etmək olar.

3-cü saat. Loqarifmik funksiyanın köməyilə çoxlu sayda həyati situasiya məsələlərinin modelləşdirməsi mümkündür. Onlardan bir neçə qrupunu göstərmək olar.

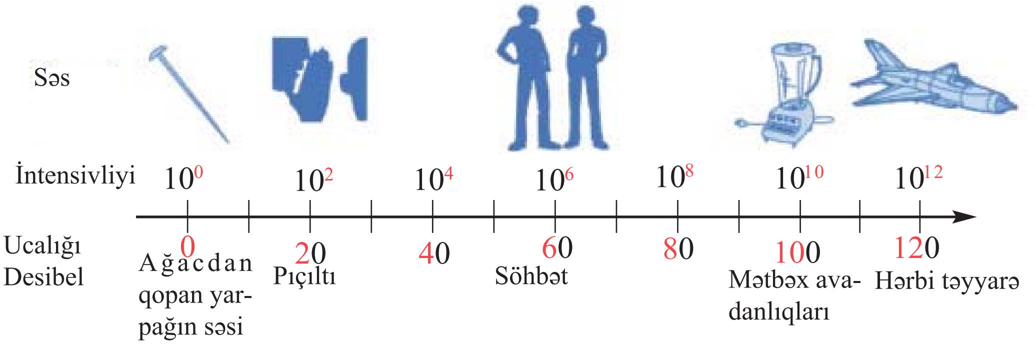
1. Mayenin (suyun) pH-ı: $pH = -\lg[H^+]$

2. Səsin desibeli - gurluğu; $L = 10\lg \dfrac{İ}{İ_0}$

3. Zəlzələnin amplitudu: $M = \lg \dfrac{A}{A_0}$

Loqarifləmə nəticəsində böyük ədədlər kiçik ədədlərə çevrilir. Bunu həm Ph şkalasından, həm səs desibeli şkalasından, həm də zəlzələnin amplitudunu göstərən Rixter şkalasından görmək olar.

Loqarifmik funksiya ilə ifadə olunan daha bir şkala nümunəsi səsin desibeli şkalası aşağıda göstərilmişdir. Səsin desibelinn bir vahid artımı onun intensivliyinin 10 dəfə artması deməkdir.



D.3 Zəlzələnin gücü $M=\lg\frac{A}{A_0}$ (Rixter) düsturu ilə hesablanır.

a) Baş vermiş zəlzələnin amplitudunun (A) maksimal qiyməti A_0 qiymətindən $10^{7,1}$ dəfə çox olmuşdur, yəni $\frac{A}{A_0}=10^{7,1}$. Onda Rixter düsturuna görə $M=\lg\frac{A}{A_0}=\lg 10^{7,1}=$ $=7,1$. Deməli, 7,1 bal gücündə zəlzələ baş verib.

b) 4,7 bal gücündə zəlzələnin seysmik dalğa amplitudu $\frac{A_1}{A_0}=10^{4,7}$, 4 bal gücündə zəlzələnin amplitudu $\frac{A_2}{A_0}=10^4$ münasibətini ödəyir.

Buradan $\frac{A_1}{A_2}=10^{4,7-4}=10^{0,7}\approx 5$

Yəni 4,7 bal gücündə zəlzələnin seysmik dalğa amplitudu 4 bal gücündə zəlzələdəkindən təxminən 5 dəfə çoxdur.

D 5. Bioloqlar filin ayaq izlərinin ölçüsünə görə onların yaşını təxmin edə bilirlər. Bunun üçün onlar $l=45-25,7e^{-0,09a}$ düsturundan istifadə edirlər. Ayaq izi 28 sm; 36 sm olan filin yaşını hesablayın.

Həlli: Verilənləri yerinə yazıb a dəyişəninə görə üstlü tənliyi həll edək.

1) $28=45-25,7\cdot e^{-0,09a}$
$25,7\cdot e^{-0,09a}=17$ $\quad e^{-0,09a}=0,6615$
$-0,09a=\ln 0,6615$ $\quad -0,09a\approx -0,413$
$a\approx 4,6$ il

2) $36=45-25,7\cdot e^{-0,09a}$
$25,7\cdot e^{-0,09a}=9$ $\quad e^{-0,09a}=0,350$
$-0,09a\approx -1,05$
$a\approx 11,7$ il

İşçi vərəq 5

Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

Səsin desibeli $L = 10\lg\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0}$ düsturu ilə müəyyən edilir. Məsələləri həll edin.

Nümunə. a) Hərəkətdə olan avtomobilin səsinin intensivliyi 10^{-4} vatt/m^2 olarsa, ucalığı neçə desibeldir?
b) Təyyarənin səsinin ucalığı 150 dB-dir. Təyyarənin səsinin intensivliyini tapın.

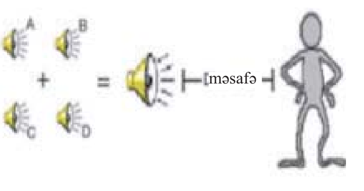
Həlli: a) Avtomobilin səsnin gurluğunu hesablayaq.
$I_1 = 10^{-4}$ vatt/m^2 və $I_0 = 10^{-12}$ vatt/m^2 $I_1/I_0 = 10^{-4}/10^{-12} = 10^8$; $I_1/I_0 = 10^8$

$$M = 10\ \lg 10^8 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ dB}$$

b) İndi isə təyyarənin səsinə uyğun intensivliyi hesablayaq
$150 = 10 \cdot \lg(I_2/I_0)$, olduğundan $\lg(I_2/I_0) = 15$, və ya $I_2/I_0 = 10^{15}$,
$I_2 = 10^{15} \cdot 10^{-2} = 10^{13}$ vatt/m^2

a) İntensivliyi $3{,}2\times10^{-3}$ vat/m^2 olan çəkic səsinin gurluğunu (ucalığını/) desibellə ifadə edin.
Ucalığı 120 dB olan səsin intensivliyini (I) I_0 kəmiyyəti ilə ifadə edin.
b) Konsertdə çalınan gitaranın səsinin intensivliyi 10^{-3} vatt/m^2 olarsa, gitaranın səsinin gurluğu neçə desibeldir?

e) Səsgücləndiricilərdən biri 60 dB, digəri isə 40 dB gücündədir. Birinci gücləndiricinin səsinin nisbi intensivliyi ikincidən neçə dəfə çoxdur?



f) Gurluğu 80 dB olan səsdən 45 dəfə kiçik olan səsin intensivliyini tapın.

Dərs 142-145. Dərslik səh. 268-274. Üstlü tənliklər. Loqarifmik tənliklər. 4 saat.

Məzmun standartı

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.
2.3.2.Üstlü və loqarifmik tənlikləri, brabərsizlikləri həll edir.

- *Üstlü tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir.*
- *Loqarifmik tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir.*

Logarifmin və üstlü funksiyaların xassələrinin tətbiqi zamanı şagirdlərin ən çox etdikləri səhvlərdən birini aşağıdakı nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

Məsələ. $P = 10\cdot(2)^{\frac{t}{60}}$ düsturu dovşanların çoxalmasını göstərir. Bu düstura görə dovşanların sayı hər 60 gündə iki dəfə artır. Bu qayda ilə onların sayı neçə gündən sonra 320 olacaq? Aşağıda bir doğru və bir səhv həll göstərilmişdir.

Səhv həll

$320=10\cdot(2)^{\frac{t}{60}}$

$\lg 320= \frac{t}{60} \lg 20$

$60 \lg 320= t \lg 20$

$t= \frac{60\lg 320}{\lg 20}$ $\quad t \approx 115{,}53$

Doğru həll

$P=10\cdot(2)^{\frac{t}{60}}$

$320=10\cdot(2)^{\frac{t}{60}}$

$32 =2^{\frac{t}{60}}$

$2^5=2^{\frac{t}{60}}$

$5= \frac{t}{60}$ $\quad t=300$

Göründüyü kimi, şagird tənliyin hər iki tərəfini 10-a bölmək əvəzinə 10-a, 2-yə vuraraq onları eyni qüvvət üstü ilə yazmışdır. Bu cür səhvlər situasiyası yaradılmaqla və müzakirə edilməklə qarşısı müəyyən qədər əvvəlcədən alına bilər.

Daha çox rast gəlinən səhvlərə aid başqa nümunəni nəzərdən keçirək.

$10^x = 50$ tənliyindəki ədədlərin 5-in vuruqları ilə ifadə olunma imkanı şagirdi $2^{5x} = 2^{25}$ kimi səhv həllə apara bilər. Bu məqamın da müzakirə olunmasına ehtiyac var.

Şagirdlərin loqarifmik və üstlü funksiyaların xassələrini hansı səviyyədə başa düşdüklərini qiymətləndirmək üçün aşağıdakı tapşırıqları istifadə etmək olar. Nəticələrə görə uyğun tapşırıqlar dərslikdən təkrar seçilib həll edilir.

Bu tapşırıqlar lövhədə yazıla bilər və ya proyektorla ekranda nümayiş etdirilə bilər və ya işçi vərəq şəklində paylana bilər.

$10^x=50$	$x^{\frac{2}{3}}=9$	$10\cdot 5^x=250$
$3^x=\frac{1}{9}$	$\log_5 x=4$	$9^{x+1}=27^x$
$\log_5 25=x$		$4^{x^2+4x}=2^{-6}$

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.4 b) $2^{x+4}+2^{x+2}=5^{x+1}+3\cdot 5^{x+2}$

Həlli: Tənliyin hər iki tərəfindən ortaq vuruqları mötərizə xaricinə çıxarmaqla

$2^{x+2}\cdot(2^2+1)=5^x\cdot(5+3)$ və ya

$5\cdot 2^{x+2}=5^x\cdot 8$ tənliyini alarıq.

Bu tənliyin hər iki tərəfini $5\cdot 8=40$-a bölsək, $2^{x-1}=5^{x-1}$ tənliyini alarıq.

Buradan $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1}=1$ və ya $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1}=\left(\frac{2}{5}\right)^0$ olduğundan $x=1$

D.5 a) $3\cdot 4^x+2\cdot 9^x=5\cdot 6^x$

Həlli: Tənliyin hər iki tərəfini 9^x-a bölməklə

$3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^x+2=5\cdot\left(\frac{6}{9}\right)^x$ və ya $3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}+2=5\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x$ tənliyini alırıq.

$\left(\frac{2}{3}\right)^x=t$ əvəz etməklə bu tənliyi $3t^2-5t+2=0$ tənliyinə gətiririk.

Onun kökləri $t_1=1$, $t_2=\frac{2}{3}$-dir.

Beləliklə, əvəzləmədən $\left(\frac{2}{3}\right)^x=1$, $x=0$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{2}{3}$, $x=1$

tapırıq, deməli, verilmiş tənliyin kökləri $x_1=0$; $x_2=1$-dir.

D.6 a) $125^x=5\cdot 5^3\cdot 5^5\cdot .....5^{17}$

Həlli: Verilmiş tənlikdən qüvvətin xassələrini tətbiq etməklə

$5^{3x}=5^{1+3+5+......17}$ tənliyini alarıq.

Sağ tərəfdə qüvvətin üstü 1-dən 17-yə kimi tək ədədlərin cəminə bərabərdir.

$1+3+5+......17=\left(\frac{1+17}{2}\right)\cdot 9=81$ olduğundan

sonuncu tənliyi $5^{3x}=5^{81}$ şəklində yaza bilərik.

Buradan, $3x=81$, $x=27$

D.9. Maddənin soyuması zamanı temperaturun zamandan aslılığını Nyuton düsturu $T=(T_O - T_r)e^{-rt} + T_r$ kimidir. Burada

T - maddənin baxılan andakı,

T_O isə başlanğıc andakı temperaturudur.

T_r - ətraf mühitin temperaturudur.

r - soyuma sürətidir

t - zamanı göstərir

Temperatrun 80°C olan suyun temperaturu 22°C olan otaqda 10 dəqiqədən sonra 60°C oldu.

a) r əmsalını tapın.

b) Neçə dəqiqədən sonra suyun temperaturu 35°C olar?

Həlli:

a) Verilənlərə görə T_O 80°C, $T_r = 22°C$, $T = 60°C$, $t = 10$ dəq. olduğunu düsturda nəzərə alaq.

$60 = (80 - 22)e^{-10} + 22$

Buradan $58e^{-10r} = 38$, $e^{-10r} = \frac{38}{58}$, $-10r \approx ln\frac{38}{58}$, $-10r = -0{,}42$, $r = 0{,}042$

b) $r \approx 0{,}04$ olduğunda düsturu $T = (T_O - T_r)\, e^{0{,}042t} + T_r$ şəklində yazaq, və neçə dəqiqdən sonra suyun temperaturunun 35°C olduğunu tapaq:

$35 = (80 - 22) \cdot e^{-0{,}04t} + 22$

$$58 \cdot e^{-0{,}042t} = 13, \quad e^{-0{,}042t} = \frac{13}{58}, \quad -0{,}042t = \ln\frac{13}{58}$$

$$-0{,}042t \approx -1{,}495 \qquad t \approx 35{,}4 \text{ dəqiqə.}$$

D.2 (səh 272) h) $\log_3(1+\log_3(2^x-7)=1$

Həlli: Loqarifin tərifindən istifadə edərək, verilmiş tənliyin həllini aşağıdakı ardıcıllıqla yerinə yetirək.

$1+\log_3(2^x-7)=3$

$\log_3(2^x-7)=2$

$2^x-7=3^2$

$2^x=16$, $2^x=2^4$, $x=4$

D.5 a) $x^{\log_2^{x-2}}=8$

Həlli:Verilmiş tənliyin hər iki tərəfini 2 əsasına görə loqarifmləyək:

$$\log_2 x^{\log^2 x}=\log_2 8$$

Buradan $(\log_2 x-2)\cdot\log_2 x=3$ tənliyini alarıq. Sonuncu tənlikdə $\log_2 x=t$ əvəz etsək, $t^2-2t-3=0$ kvadrat tənliyindən $t_1=-1$, $t_2=3$ tapılır.

Əvəzləməyə görə $\log_2 x=-1$ və $\log_2 x=3$ tənliklərini həll edərək alırıq ki, $x_1=\frac{1}{2}$ və $x_2=8$ verilmiş tənliyin kökləridir.

Məsələ. Vulkan püskürməsi zamanı yanmış ağacın kömüründə qalan karbon 14 maddəsinin 45%-i qalmışdır. Vulkan püskürməsi neçə il əvvəl baş vermişdir?

Karbon-14 izotopunun yarımparçalanma müddəti 5730 ildir. t ildən sonra qalıqdakı izotopun miqdarını $A(t) = A_0(\frac{1}{2})^{t/5700}$ düsturu ilə tapılır.

Məsələdə qalıqda 45% maddənin olduğu verilir, yəni $A(t) = 0{,}45A_0$

Bu iki tənlikdən $A_0(\frac{1}{2})^{t/5730} = 0{,}45A_0$ bərabərliyini yazmaq olar.

$$\frac{1}{2}^{t/5730} = 0{,}45 \qquad \frac{t}{5730}\lg\frac{1}{2} = \lg 0{,}45$$

$$\lg\frac{1}{2}^{t/5730} = \lg 0{,}45 \qquad t = 5730\,\frac{\lg 0{,}45}{\lg 0{,}5}$$

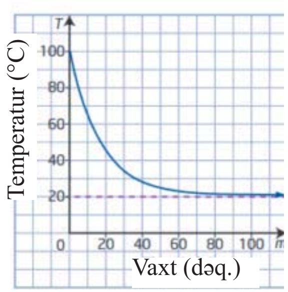
Məsələ. Bir fincan qaynadılmış suyun (100º) otaq temperaturuna qədər (20º) soyuması gözlənilir. Müşahidələr göstərir ki, temperatur zamandan eksponensial asılı olaraq hər beş dəqiqədə 25% aşağı düşür. Temperaturun zamandan asılı dəyişməsini $y = ab^x + c$ şəklində modelləşdirin.

Həlli: Temperaturun 25% azalması əvvəlkinin $\frac{3}{4}$ -ü qədər qalması deməkdir. Deməli, $y = ab^x + c$ tənliyində $b = \frac{3}{4}$, x həddi vaxtı ifadə edir və hər 5 dəqiqədə 25% azalır, $x = \frac{t}{5}$ olacaq. Temperaturu T ilə işarə etsək, zamandan asılılıq funksiyası T(t) olar, su otaq temperaturuna qədər soyuya bilər, yəni c = 20 olacaq. Bu funksiyanın düsturunu müəyyən etdiyimiz hədlərlə yazaq.

$T(t) = a\,(\frac{3}{4})^{\frac{t}{5}} + 20$, suyun ilkin temperaturu $t = 0$ olduqda T = 100°-dir və bu nöqtə y oxunu kəsmə nöqtəsidir. Bu qiymətləri tənlikdə yerinə yazaraq a-nı tapaq.

$100 = a\,(\frac{3}{4})^{\frac{0}{5}} + 20$; $100 = a + 20$; $a = 80$

Düstur $T(t) = 80\cdot(\frac{3}{4})^{\frac{t}{5}} + 20$ kimi olacaq.



D.18. a) Fil sümüyü qalığınadkı karbon 14-ün 36% - i yox olmuşdur. Bu fil neçə il əvvəl yaşamışdır.
Həlli: Fil sümüyündəki karbon 14-ün ilkin miqdarını mo qəbul etsək, şərtə görə bu miqdarın 64%-i, yəni $0,64m_o$ qədəri qalmışdır.

$m = m_o\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ düsturda (burada T = 5730) alırıq $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} = 0,64$

Buradan $\frac{t}{5730} = \log_{\frac{1}{2}} 0,64$ $\quad t \approx 3689$ il əvvəl.

D.21. Həlli: a) $N = N_o(1+r)^t$ düsturunda verilənləri nəzərə alaq:
$173 \cdot 10^6 = 151 \cdot 10^6 \cdot (1 + r)^{10}$
buradan $(1 + r)^{10} = \frac{173}{151}$
$1 + r = 1,0137 \quad r = 0,0137$
b) $N = N_o(1 + 0,0137)^t$ düsturda
$N_o = 173 \cdot 10^6$, $\quad N = 220 \cdot 10^6$ yazmaqla neçə ildən sonra əhalini 220 milyon olacağını tapırıq.
$1,0137^t = 1,2717 \quad t = \frac{\ln 1,2717}{\ln 1,0137} \approx 17,7$ il sonra

Dərs 146-150. Dərslik səh. 275-281. Üstlü bərabərsizliklər. Loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 5 saat

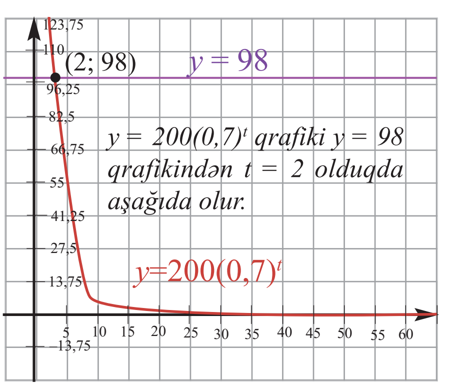
Məzmun standartı
2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.
2.3.2.Üstlü və loqarifmik tənlikləri, brabərsizlikləri həll edir.

- *Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizlikləri həll edir.*
- *Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizliklərin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.*

Bərabərsizliklər. Üstlü və loqarifmik bərabərsizliklərin həllinin də uyğun funksiyaların xassələrinin tətbiqi ilə həll edildiyi diqqətə çatdırılır. Loqarifmik tənlik və bərabərsizliklərin tətbiqi ilə məsələlər müzakirələrlə həll edilir.

Aşağıdakı kimi məsələ araşdırıla bilər.
Məsələ. Xəstəyə verilən dərmanın tərkibindəki kalsiumun sorulması
$A(t) = 200(0,7)^t$ düsturu ilə dəyişir. Həkimin tapşırığına görə xəstə qanda kalsiumun miqdarı 98 mq olana qədər tərkibində kalsium olan yemək yeməməlidir. Bu xəstə süd içmək üçün ən azı neçə saat gözləməlidir?

Xəstə eksponensial bərabərsizlikləri həll edə bilirsə, bunu müəyyən edə bilər.
$A(t) = 200(0,7)^t$ bərabərliyində $A(t)$ 98-dən az olmalıdır.
$200(0,7)^t \leq 98$ bərabərsizliyini həll etməklə bu vaxtı tapmaq olar.
$(0,7)^t \leq 0,49 \quad t > \log_{0,7}0,49$
Həm bərabərsizliyin, həm də tənliyin qrafik yolla həllinə müəyyən vaxt ayrılması tövsiyə edilir. Qrafik həll qrafkalkulyatorda yerinə yetirilməklə ev tapşırığı kimi də verilə bilər.



$200(0,7)^t \leq 98$ bərabərsizliyinin qrafik həlli $y = 200(0,7)^t$ və $y = 98$ qrafiklərinin kəsişmə nöqtəsinə görə tapıla bilər.

D.4. (səh. 276) Funksiyanın təyin oblastını tapın.

b) $y = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} - \left(\frac{9}{25}\right)^x}$

Həlli: Kvadrat kökün $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} - \left(\frac{9}{25}\right)^x \geq 0$ olduqda mənası var.

Burada x-ın mümkün qiymətlərini tapmaq üçün.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{9}{25}\right)^x \text{ və ya } \left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^{2x}$$

Bərabərsizliyini həll etmək lazımdır.

$\left(\frac{3}{5}\right)^x$ funksiyası azalan olduğundan alırıq ki;

$x + 2 \leq 2x$ olmalıdır. Onda $x \geq 2$. Beləliklə , verilmiş funksiyanın təyin oblastı $[2 : +\infty)$ aralığıdır.

D.3. (səh 278) 22) $|1 - \log_3 x^2| < 3$
Həlli: Verilmiş bərabərsizlik
$-3 < 1 - \log_3 x^2 < 3$ $(x \neq 0)$ ikiqat bərabərsizliyinin həllinə gətirilir.
buradan ardıcıl olaraq alırıq.

$$-4 < -\log_3 x^2 < 2$$
$$4 > \log_3 x^2 > -2$$
$$4 > 2\log_3|x| > -2$$
$$2 > \log_3|x| > -1$$
$$9 > |x| > \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} < |x| < 9$$

Beləliklə $\left(-9 : -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3} : 9\right)$ çoxluğu verilmiş bərabərsizliyin həlli olur.

İşçi vərəq 6

Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

Açıq şəkildə yazın.

$\log_{13}(8\cdot 5^4\cdot 9^3)$ $\log_7 \frac{8}{9^3}$ $\log_8 \frac{7^6}{3}$

$\log_7(d\cdot h\cdot n)$ $\log_6(b^2\cdot z^3)$ $\log_{11}(u\cdot q\cdot b)^{\frac{1}{3}}$

İfadəni $\log_a N$ şəklində yazın.

$3\log_{12} r+\log_{12} z$ $\log_4 z+\log_4 n$ $3\log_{15} n - 3\log_{15} x$

İfadələrin qiymətini tapın.

Məsələn: $\log_2 8+\log_3 9$ ifadəsinin qiymətini tapın

$\log_2 8+\log_3 9 = \log_2 2^3+\log_3 3^2$

$= 3 \log_2 2+2\log_3 3^2$

$= 3 \log_2 2+2\log_3 3$

$= 3\cdot 1+2\cdot 1=5$

$\log_a b^c = c\cdot\log_a b$

$\log_a a = 1$

$2\log_5 25-\log_4 16$	
Cavab	

$\log_9(\frac{1}{3})\cdot\log_7 49$	
Cavab	

$\frac{\log_3 27}{2\log_2 4}$	
Cavab	

$\log_6 36+5\log_9 81$	
Cavab	

$\frac{1}{2}\log_2 16-\log_4 64$	
Cavab	

$\log_5 125\cdot\log_2 32$	
Cavab	

$\frac{2\log_4 16}{\log_7 49}$	
Cavab	

$\frac{1}{3}\log_3 27+\log_8 64$	
Cavab	

İşçi vərəq 7

Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

1) Üstlü tənlikləri həll edin.

$5^x=625$

$4^x=64$

$2^{x+1}=\frac{1}{8}$

$9^x=3$

$8^x=2$

$3^{2x-1}=27$

$3^x=7$

$5^x=30$

$4^{x+1}=12$

$3^{2x}=5$

$7^{3x+1}=50$

$6^{x-3}=21$

$5^{3x-1}=15$

$8^{2x+1}=20$

$4^x=15^{x+1}$

$5^x=2^{x+2}$

$2^{x+1}=3^{x-1}$

$3^{2x+1}=5^{x+1}$

2) Üstlü bərabərsizlikləri həll edin.

$4^{x+3}<8^x$

$8^{2x-1}\leq 16^x$

$(\frac{1}{4})^{x+3} > \frac{1}{64}$

$(\frac{1}{9})^{2x-3} \leq (\frac{1}{27})^x$

İşçi vərəq 8

Adı________ Soyadı_______ Tarix_______

1) Loqarifmik tənlikləri həll edin

$\log_2(16+2b)=\log_2(b^2-4b)$

$\ln(n^2+12)=\ln(-9n-2)$

$\log_3 x+\log_3 8=2$

$\lg x-\lg 2=1$

$\lg 2+\lg x=1$

$\log_2 x+\log_2 7=\log_2 37$

$\log_8 2+\log_8 4x^2=1$

$\log_9(x+6)-\log_9 x=\log_9 2$

$\log_6(x+1)-\log_6 x=\log_6 29$

$\log_5 6+\log_5 2x^2=\log_5 48$

$\ln 2-\ln(3x+2)=1$

$\ln(3x-1)-\ln 7=2$

2) Loqarifmik bərabərsizlikləri həll edin

$\log_3(5x-1)> \log_3 7$

$\log_{0,1}(2x+3)\geq \log_{0,1}5$

$\log_2(x^2-x)< 1$

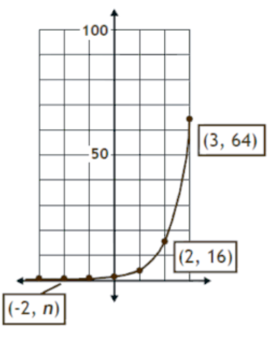
$\log_2(x-1)+ \log_2 3 > 3$

Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

№	Meyarlar	Qeyd
1	Üstlü funksiyanın qrafikini qurur, xassələrini təqdim edir	
2	Qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə həqiqi üstlü qüvvətin daxil olduğu ifadələri sadələşdirir	
3	Üstlü funksiya üzərində uyğun çevrilmələri yerinə yetirir	
4	Üstlü funksiyanın köməyilə müxtəlif situasiyaları (pul artımı, radioaktiv parçaıanma, əhalinin artımı və s.) modelləşdirir	
5	Loqarifmin mahiyyətini riyazi əməl olaraq başa düşür	
6	Loqarifmik şkala üzərində qurulmuş məsələləri həll edir	
7	Loqarifmik funksiyanın qrafikini qurur	
8	Loqarifmin xassələrini tətbiq edir	
9	Üstlü tənlikləri həll edir	
10	Loqarifmik tənlikləri həll edir	
11	Üstlü bərabərsizlikləri həll edir	
12	Loqarifmik, üstlü tənlik və bərabərsizliklərə aid məsələləri həll edir	

Dərs 151. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Qrafikə uyğun düsturu yazın. n-in qiymətini tapın.



2) $y = 2^x + 3$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu yazın.

3) $(-1; \frac{5}{2})$ nöqtəsi $y = l \cdot 5^x$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. l-nın qiymətini tapın.

4) Hansı ikisi eyni funksiyanı ifadə edir?

$y = 16(4)^x$ və $y = 2^{2x+4}$ $\quad$ $y = \frac{27}{64}\left(\frac{3}{4}\right)^{-x}$ və $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ $\quad$ $y = 25(5)^{-x}$ və $y = 5^{x+2}$

5) Tənlikləri həll edin.

$2^{x+1} + 0{,}5^{x-2} = 9$ $\qquad$ $4^{2x} - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$

6) Tənlikləri həll edin.

$4^{3x} = 12$ $\qquad$ $6^{x+2} = 18$ $\qquad$ $5^{4x-2} = 120$ $\qquad$ $2{,}4^{x+4} = 30$

7) Hesablayın.

$\log_2 16$ $\qquad$ $\log_4 \frac{1}{32}$ $\qquad$ $\log_{1/4} \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\log_4 \sqrt{8}$

8) Tənlikləri həll edin.

$\log_5 4 + \log_5 2x = \log_5 24$ $\qquad$ $3 \log_4 6 - \log_4 8 = \log_4 x$

9) Bərabərsizlikləri həll edin.

$0{,}04^{x+2} < 0{,}008$ $\qquad$ $\log_3(2x-5) \leq 2$

$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 > 0$ $\qquad$ $\log_{0,5}(x+1) > 2 \cdot \log_{0,25}(3-x)$

10) Funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu yazın.

a) $y = 2^{|x|} + 1$ $\qquad$ b) $y = 3^{x^2-1}$ $\qquad$ c) $y = \log_2(x^2 + 4)$

11) $y = 3^x - 2$ funksiyasının tərs funksiyasını tapın. Tərs funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu yazın.

12) Kimya laboratoriyasında təcrübə aparılan turşuda pH = 4,1 olduğuna görə hidrogen konsentrasiyasını $\text{pH} = -\lg(H^+)$ düsturuna görə hesablayın. Kalkulyatordan istifadə edin.

13) t ildən sonra heyvan qalığındakı karbon-14 izotopunun miqdarını $m = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Karbonun yarımparçalanma müddəti T = 5730 ildir. Karbon 14-ün 95% -ni itirmiş qalığın neçə yaşı var?

10. Məlumatlar proqnozlar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
5.1.1.Ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini (nəticələrini) fərqləndirir. 5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir	152-156	Külliyyat və seçim. Təsadüfi seçim və növləri. Məlumatın təqdimi	5	283
	157-158	Binomial açılışlar	2	293
	159-161	Bernulli sınaqları. Binomial sınaqlar. Ümumilədirici tapşırıqlar	3	297
	162	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	163-172	Ümumiləşdirici tapşırıqlar. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	10	304-312
	Cəmi		21	

Dərs 152-156. Dərslik səh. 283-292. Külliyyat və seçim. Təsadüfi seçim və növləri.Məlumatın təqdimi. 5saat

Məzmun standartı

5.1.1.Ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini (nəticələrini) fərqləndirir.

Riyazi lüğət: külliyyat, seçim, təsadüfi seçim, diskret məlumat, kəsilməz məlumat

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

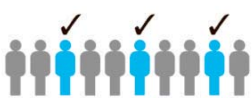
- *külliyyata görə seçimi müəyyən edir;*
- *seçimə görə aparılan araşdırmaları külliyyata tətbiq edir;*
- *seçimlərin növlərini nümunələr üzərində izah edir.*

Şagirdlərlə müasir dövrdə statistika və ehtimalın öyrənilməsinin əhəmiyyəti barədə söhbət edilir. Statistika məlumatlarla öyrənmə elmidir və bu elm sahəsi məlumatın toplanması, analizi, sistemləşdirilməsi, şərhini əhatə edir. Statistik araşdırmalar nəticəsində əldə edilmiş göstəricilər əsasında xüsusən tibb elminin müxtəlif sahələrində, əczaçılıq, genetika və s. sahələrində, dövlətin siyasətində, maliyyədə geniş tətbiq edilir. Son dövrlər ekoloji problemlər, məsələn qlobal istiləşmə haqqında verilən proqnozlar statistik araşdırmalara əsaslanır. Əgər statistika seçimə görə aparılan tədqiqat əsasında külliyyat haqqında proqnoz verirsə, ehtimal külliyyatdan seçilmiş elementlər haqqında proqnoz verir.

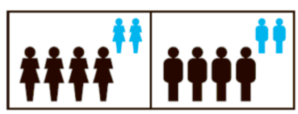
Külliyyatdan aparılmış seçimin növləri haqqında məlumat verilir. Şagirdlər nümunələr üzərində seçim texnikalarını təqdim edirlər.

- Sadə təsadüfi seçim
- Sistematik təsadüfi seçim
- Klaster təsadüfi seçim
- Təbəqəli təsadüfi seçim

Sadə təsadüfi seçim
Elementlərin hər birinin seçilmə şansı eynidir.
Uduşa düşəcək telefon nömrələrini kompüter təsadüfi olaraq seçir.



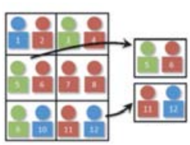
Sistematik təsadüfi seçim
Hər k-cı element seçilir.



Təbəqəli təsadüfi seçim
Külliyyat ən azı 2 qrupa (təbəqəyə) ayrılır. Qruplardan təsadüfi seçim aparılır.

Rahat seçim
Aidiyyatı elementlərdən seçim.
Sinif şagirdlərindən soruşulur Kimlər eyni qrupda işləmək istəyirlər?

Klaster seçim
Müəyyən qrup elementlərdən təsadüfi seçim



Məlumatın kəmiyyət və kateqoriyalarla ifadə olunmasına görə iki tipə ayrıldığı qeyd edilir. Burada bir məqama diqqət edilir. Hər iki halda nəticələr ədədi qiymətlərlə ifadə edilir. Araşdırmanın obyektinə görə məlumatlar bu cür iki qrupa bölünür. Məsələn, ən çox hansı rəngdə avtomobil satılır araşdırmasında araşdırma rəngə görə aparılır və bu kateqorial məlumatdır. “Alma ağacının son 5 ildə verdiyi məhsul” isə kəmiyyət tipli məlumatdır.

Şagirdlərin külliyyatdan və seçim anlayışlarını başa düşmələri üçün müxtəlif situasiyalar yaradılır. Seçim o zaman doğru olur ki, nümunələrin xarakteristikaları, keyfiyyətləri külliyyatın keyfiyyətlərini, xarakteristikalarını əhatə etsin.

Məsələn, təbəqəli seçimdə 8-ci sinifdə 180 nəfər və 10-cu sinifdə 120 nəfər oxuyursa, onlar arasından 20 nəfər seçilməlidirsə, hər sinifdən neçə nəfərin seçilməsi doğru olardı? Şagirdlərin ümumi sayı 300 nəfərdir. 8-ci sinifdən (180/300)×20 = 12, 10-cu sinifdən isə (120/300)×20 = 8 nəfər seçməliyik.

Klaster seçimlə təbəqəli seçimin fərqi nümunə ilə izah edilir. Klaster seçim: Hər hansı tədqiqat yalnız yuxarı sinif şagirdləri arasında aparılır. Hər bir yuxarı sinif şagirdinin təsadüfi seçilmə imkanı bərabərdir. Təbəqəli seçim: Seçim bütün məktəb şagirdləri arasında aparılır. Təmsilçi nümunələr eyni seçim imkanı ilə hər sinfdən seçilir.

Şagirdlərə müxtəlif situasiyalarda yanlış təmsilçi seçim nümunələri göstərmələri təklif edilir:

1. Heyvan dərisindən geyimlərin hazırlanması doğrudurmu?
2. Ekzotik heyvanları ev heyvanı kimi saxlamaq düzgündürmü?

1-ci sualla sorğu üçün dəri geyimlərin satıldığı mağazanın müştərilərindən seçim etmək, dəri geyimlərini geymiş şəxslərdən seçim etmək yanlış seçimdir.

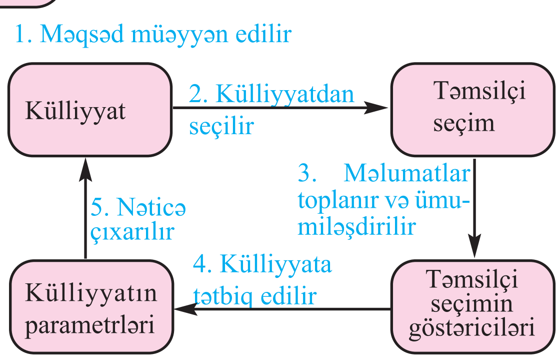
Sorğu zamanı sualın düzgün qoyulması da düzgün nəticələr əldə etməyə imkan verir.

Məlumatın təqdimi formaları müzakirə edilir.
* Tezlik cədvəli
* Barqraf
* Histoqram
* Səpələnmə diaqramı

Kiçik məlumat bazasında
* gövdə-budaq diaqramı

Məlumatın toplanması zamanı aşağıdakı məqamlar diqqət mərkəzində saxlanılır.
* Məlumatı toplayan şəxs
* Araşdırmanın aparıldığı külliyyat
* Təmsilçi seçimin müəyyən edilməsi
* Hansı sualla araşdırma aparılacaq
* Təmsilçi seçimin nəticələrinin küliyyata tətbiq edilməsi
* Araşdırma nəticəsində nə əldə edildi, məqsəd nə idi?

Başlanğıc



Dərs 157-158. Dərslik səh. 293-296. Binomial açılışlar. 2 saat.

Məzmun standartı

5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir

Riyazi lüğət binom, binomun qüvvəti, binomial açılış, Paskal üçbucağı

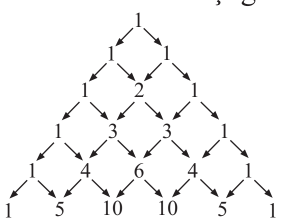
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

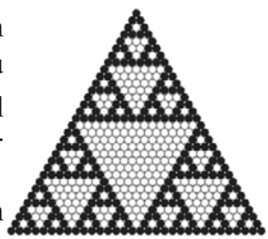
- *Binomun qüvvətinin açılış qanunauyğunluqlarını nümunələr üzərində göstərir.*
- *Binomial açılışda hədlərin əmsalını kombinezonla ifadə edir.*
- *Binomial açılışda hədlərin əmsalını paskal üçbucağı ilə əlaqələndirir.*

Binomial açılışlardakı qanunauyğunluqlar müzakirələrlə izah edilir, şagirdlərə bir neçə açılışı müstəqil yazmaları üçün vaxt verilir. Əmsalların kombinezonla ifadəsinin hər bir şagirdin başa düşdüyünə diqqət edilir. Paskal üçbucağı maraqlı xassələrə malikdir. Şagirdlər kiçik layihə işi kimi müstəqil araşdırmalar apararaq

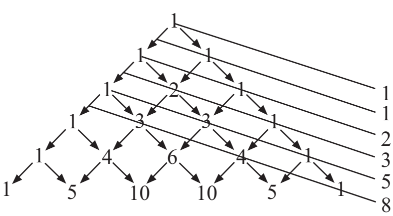


təqdimat hazırlaya bilərlər. Paskal üçbucağında **ədədlər simmetrik yerləşmişdir**. Təpədən (1) keçən düz xəttə görə soldakı ədədlərlə sağdakı ədədlər eynidir.

Paskal üçbucağının yan tərəfinə paralel xətlər boyu düzülmüş ədədlər 1, 3, 6, 10, 15, 21, . . . üçbucaq ədədlərdir. Yəni bu ədədlərin sayı qədər əşya ilə bərabərtərəfli üçbucaq quraşdırmaq olar.

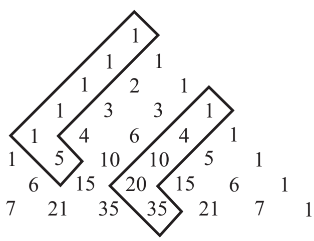


Paskal üçbucağında tək ədədlərin yerinə qara, cüt ədədlərin yerinə ağ rəngli dairələr çəkilsə, şəkildə göstərilən mənzərə alınır. Bu mənzərədə də maraqlı xassələr var. Məsələn, bütün qara cərgələrin nömrələri 0, 1, 3, 7, 15, 31, ... 2-nin tam qüvvətlərindən bir vahid azdır.



1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . .

Fibonaçi ədədləri də Paskal üçbucağında gizlənmişdir. Düz xətt boyunca hərəkət edib, istənilən anda 90° dönsəniz, rast gəldiyiniz ədəd düz yoldakı ədədlərin cəminə bərabərdir.



Şagirdlərin binomun elementləri ilə mümkün hadisələrin sayı arasında əlaqə yaratma bacarıqlarına diqqət edilir. Məsələn, 7 nəfərlik qrupda azı 3 qız olması şərti qoyulmuşdur. Azı 3-nün qız olması şərti 4, 5, 6, 7 nəfərində qız olma şərtini özündə əks etdirir. Deməli, bu məsələni həll etmək üçün $(q + o)^7$ binomunun uyğun hədlərinin cəmini tapmalıyıq.

$$(q + o)^7 = q^7 + 7q^6 o + 21q^5 o^2 + 35q^4 o^3 + 35q^3 o^4 + 21q^2 o^5 + 7qo^6 + o^7$$

$q^4 o^3, q^3 o^4, q^2 o^5, qo^6, o^7$ hədlərinin əmsalları bu mümkün variantları göstərir, yəni 3 oğlan 4 qız olmanın 35, 3 qız 4 oğlan olmanın 35, 2 qız 5 oğlan olmanın 21, bir qız 6 oğlan olmanın 7, 7 oğlan olmanın 1 variantı var. Mümkün halların sayı onların cəminə 35+35+21+7+1=99- a bərabərdir.

Dərs 159-161. Dərslik səh. 297-304. Bernulli sınaqları. 3 saat.

Məzmun standartı

5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir.

Riyazi lüğət binom, binomun qüvvəti, binomial açılış, Paskal üçbucağı

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *Bernulli sınaqlarının əsas şərtlərini təqdim edir.*
- *Bernulli sınaqlarını nümunələr üzərində təqdim edir.*
- *Bernulli sınaqları ilə binomial açılışların əmsalları arasında əlaqə yaradır.*

Bernulli sınağı (və ya binomial sınaq) yalnız aşağıdakı şərtlər ödənildikdə doğrudur.

- Hər bir sınağın yalnız iki nəticəsi var.
- Sınaqların sayı məlumdur.
- Sınaqlar asılı deyil.
- Hər sınaq bərabər ehtimallıdır.

Yalnız iki hadisə ilə nəticələnə bilən müxtəlif situasiyalar fikirləşilir. Məsələn, torbada iki rəng şar var. Burada Bernulli sxemi ilə proqnoz vermək olar. Torbada 3 rəng şar varsa, onların hər biri hadisə olaraq araşdırılırsa, burada Bernulli sxemi işləmir. Lakin şərt bir rəng şarın çıxması və çıxmaması üzərində qurularsa, Bernulli sxemi yenə işləyir. Yəni Bernulli sxemində uğurlu və uğursuz nəticə var.

Binomun açılışında eləcə də Bernulli sınaqlarına aid məsələ həllində kombinezonları hesablamaq lazım gəlir. Kombinezonların xassələrini qeyd etməklə aşağıdakı nümunənin həllinin araşdırılması məqsədəuyğundur.

Nümunə . ${}_nC_r + {}_nC_{r-1} = {}_{n+1}C_r$ olduğunu isbat edin.

Həlli:

Sol tərəfi sadələşdirək. ${}_nC_r + {}_{n+1}C_{r-1} =$

$$= \frac{n!}{r!\cdot(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!\cdot(n-r+1)!} =$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!\cdot r\cdot(n-r)!} + \frac{n!}{(n-r+1)\cdot(r-1)!\cdot(n-r)!} =$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!\cdot(n-r)!}\cdot\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{(n-r+1)}\right] =$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!\cdot(n-r)!}\cdot\left[\frac{n-r+1+r}{r\cdot(n-r+1)}\right] =$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!\cdot(n-r)!}\cdot\left[\frac{n+1}{r(n-r+1)}\right] =$$

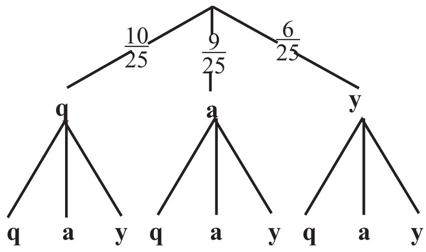
$$= \frac{n!(n+1)}{r\cdot(r-1)!\cdot(n-r)!(n-r+1)} =$$

$$= \frac{(n+1)!}{r!\cdot(n-r+1)!} =$$

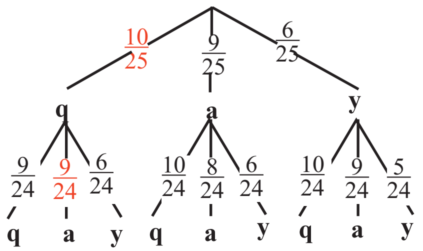
$$= {}_{n+1}C_r$$

$${}_nC_r + {}_nC_{r-1} = {}_{n+1}C_r$$

Məsələ 2. Saqqız avtomatında 10 qırmızı, 9 ağ və 6 yaşıl saqqız var. Lalə iki saqqız almaq istəyir. O avtomatın düyməsini basdıqda əvvəlcə qırmızı, sonra ağ saqqız gəlməsi ehtimalını budaqlanma diaqramını tamamlamaqla tapın.



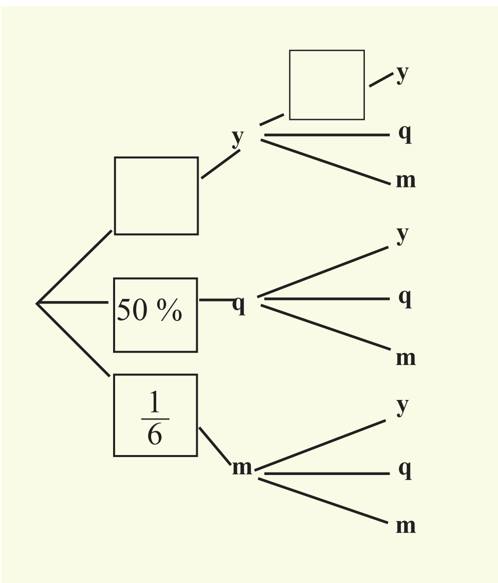
Həlli:



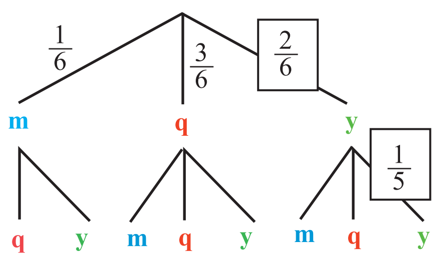
İlk olaraq qırmızı saqqızın çıxma ehtimalı $\frac{10}{25}$, sonra ağ saqqızın çıxma ehtimalı $\frac{9}{24}$ -dur.

$$P(q,a) = \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{90}{600} = \frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\ \%$$

Məsələ 1. Torbada yaşıl, qırmızı və mavi rənglərdə olmaqla 6 şar var. Torbanın içinə baxmadan iki şar çıxarılır. Bu hadisəyə uyğun budaqlanma diaqramı verilmişdir. İki boş qutuya uyğun ehtimalları yazmaqla diaqramı tamamlayın.



Həlli:



$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = 1$$

Bölmə üzrə qiymətləndirmə meyarları

N	Meyarlar	Qeyd
1	Külliyyatdan seçim texnikasını müəyyənləşdirir.	
2	Məlumatı təqdim etmək üçün uyğun qrafik formanı seçir.	
3	Binomun qüvvətinin açılışını yazır.	
4	Binomial açılışın əmsallarını hesablayır.	
5	Bernulli sxeminə görə ehtimala aid məsələləri həll edir.	

Dərs 162. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Gövdə-budaq diaqramına görə tapşırıqları yerinə yetirin.
a) ən böyük qiyməti müəyyən edin
b) ən kiçik qiyməti müəyyən edin
c) qiyməti ən azı 60 olan neçə məlumat var?
d) qiyməti 55-dən az olan neçə məlumat var?

3	8 9
4	0 3 6 7 7 8
5	1 3 4 5 5 6 7 9 9
6	2 2 5 6 7 7 8 8 9
7	0 0 1 2 4 5 6 8
8	
9	1

7| 0 → 70

2) Külliyyatı və seçimi göstərin.
a) Məktəb şagirdlərindən 20 nəfəri konfransda iştirak etmək üçün seçilmişdir.
b) Tamaşaçılardan 5 nəfəri təsadüfi seçimlə səhnəyə çağırıldı.
c) Telefon kitabçasındakı 5 ünvana zəng edildi.
d) Səhifədəki sözlərdən "ə" hərfi olan 5 söz qeyd edildi.

3) Universitetdə bir qrup tələbə apardığı araşdırmaya görə ölkədəki tələbələrin 38%-nin idmanla məşğul olduğu nəticəsini təqdim etmişlər. Onlar araşdırmanı oxuduqları universitetdə təsadüfi seçilmiş 500 nəfər tələbə arasında aparmışlar və nəticələrin doğru olduğunu düşünürlər. Siz necə düşünürsünüz? Fikirlərinizi əsaslandırın. Bu araşdırma üçün külliyyat və seçimi yazın.

4) 0, 1, 2, 8, və 9 rəqəmlərindən istifadə etməklə neçə üçrəqəmli ədəd yazmaq olar?

a) 100 b) 60 c) 48 d) 125

6) $(2x^2 + 3y)^4$ binomunun açılışında 3-cü həddini yazın.

7) n-i tapın

a) ${}_nP_3 = 120$ b) ${}_nC_2 = 4 \cdot {}_nC_1$

8) Qəpik pul 5 dəfə atılmışdır. Ən azı 4 dəfə xəritə üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalını tapın.

9) Həmidin hazırlaşmadığı 10 test sualının hər birinə 4 cavab seçimi var. Həmidin 6 suala təsadüfən düzgün cavab vermə ehtimalını tapın.

10) Basketbol komandasının oyunu udma ehtimalı $\frac{2}{3}$-dir. Komandanın növbəti 5 oyundan 3-nü udma ehtimalını hesablayın.

11) $(a + 1)^6$ binomunun açılışını yazın.

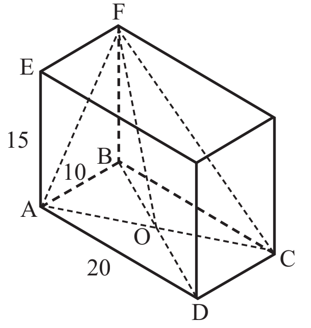
12) "Hansı sərinləşdirici içkini daha çox içirsiniz?" sualının cavabı yaş qruplarına görə aşağıdakı kimi olmuşdur.

	Kola	Limonad	Meyvə şirəsi
21 <	40	25	20
21 – < 40	30	35	30
40-dan >	20	30	25

a) Bu şəxslər arasından təsadüfi bir nəfər seçilsə, onun 40 yaşından böyük və meyvə şirəsi içən olması ehtimalını hesablayın.

b) Bu şəxslər arasından təsadüfi bir nəfər seçilsə, onun 40 yaşından kiçik, kola və ya limonad içən olma ehtimalını hesablayın.

Dərs 163-172. Dərslik səh. 304-312. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 10 saat



D.24. səh.227 Düzbucaqlı paralelepipedin ölçüləri AD = 20 sm, AB = 10 sm, AE = 15 sm-dir.

a) $\angle AFB$, $\angle BFO$, $\angle AFO$, $\angle BOF$, $\angle AOF$, bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

$\angle AFB$ üçün:

$\tan\angle AFB = \frac{AB}{BF} = \frac{10}{15}$ $\quad\angle AFB \approx 33°$

$\angle AFO$ üçün: $OA=OB=\frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{AB^2+AD^2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{20^2+10^2} = 5\sqrt{5}$ sm

$OF^2=OB^2+BF^2=(5\sqrt{5})^2+15^2=350$ $\quad OF= 5\sqrt{14}$ sm

$AF^2=AB^2+BF^2=10^2+15^2=325$ $\quad AF= 5\sqrt{13}$ sm

$OA^2=AF^2+OF^2-2(AF)(OF)\cos\angle AFO$

$125=325+350-2(5\sqrt{13})(5\sqrt{14})\cos\angle AFO$

$\cos\angle AFO = \frac{325+350-125}{2(5\sqrt{13})(5\sqrt{14})}$

$\angle AFO \approx 35°23'$

b) ΔABO, ΔBOF, ΔAOF üçbucaqlarının sahələrini tapın.

ΔAOF üçün

$S_{\Delta AOF} = \frac{1}{2}(AF)(OF)\sin\angle AFO = \frac{1}{2}(5\sqrt{13})(5\sqrt{14})\sin 35°23' \approx 97{,}4$ sm^2

c) B nöqtəsindən AOF müstəvisinə qədər ən qısa məsafəni tapın.

$\Delta ABC \sim \Delta AGB$

$\sin\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{BG}{AB}$

$\frac{20}{\sqrt{20^2+10^2}} = \frac{BG}{10}$

$BG=4\sqrt{5}$

$\tan\theta = \frac{BG}{BF}$

$\tan\theta = \frac{4\sqrt{5}}{15}$

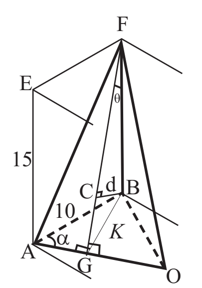
$\theta \approx 30{,}81°$

$\sin\theta = \frac{d}{BF}$

$d=BF\sin\theta$

$d=15\sin 30{,}81°$

$d\approx 7{,}682$

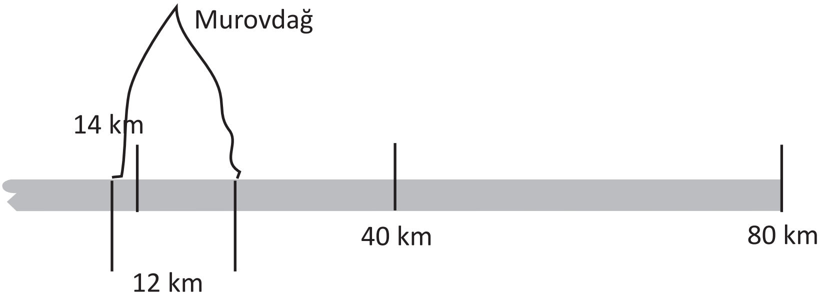


D.55. **Toğanalı-Kəlbəcər avtomobil yolu.** Tapşırıq Qarabağda aparılan quruculuq işlərinə şagirdlərin diqqətini cəlbetmə və bu sahədə daha çox məlumat toplama fəaliyyətini genişləndirmə baxımından əhəmiyyətlidir. Həmçinin tapşırıq Avropa ölkələrində geniş istifadə edilən Fermi məsələ tipinə aiddir. Fermi məsələləri şagirdin verilən situasiyaya uyğun məlum nisbi ölçü vahidi müəyyənləşdirmə bacarığı ilə həll edilir.

Toğanalı-Kəlbəcər avtomobil yolu. Göygöl və Kəlbəcər rayonlarını birləşdirən Toğanalı-Kəlbəcər-İstisu avtomobil yolunun layihə uzunluğu təxminən 80 km təşkil edir. Layihənin təxminən 14-cü km-dən Murovdağ silsiləsi başlanır və yüksəklik 1700 m-dən Murovdağ zirvəsinədək 3 250 m-ə qədər artır.
Burada qış fəslində güclü qar və şaxtalı hava şəraitində yolun təhlükəsiz istismarı mümkün olmaya bilər. Ona görə də çətin relyefə malik ərazidə 32 km-lik yolun tikilməsi əvəzinə bu hissədə Murovdağ silsiləsinin altından 12 km-lik tunel ilə keçilməsi daha məqsədəuyğun hesab edilib.

a) Aşağıda verilən şəklə görə tunelin hündürlüyünü və enini təxmin edin. Şəkildəki hansı detallardan istifadə etmək əlverişlidir?
b) Tunel qazılarkən çıxarılan torpağım həcmini təxmin edin. Bunun üçün siz hansı hesablamaları aparmalısınız?

Şagirdlərə mətndə verilən məlumatı sxematik təsvirlə təqdim etmə təklif edilə bilər.



a) Aşağıda verilən şəklə görə tunelin hündürlüyünü və enini təxmin edin.

Şəkildə iş maşını və yanında işçilərin olduğu görünür. Maşının hündürlüyünün işçinin boyundan 2 dəfədən çox olduğunu təxmin etmək olar. Orta boylu işçinin 1,75-1,80 m olduğunu demək olar. Tunelin hündürlüyünün 2,5 -3 maşın hündürlüyündə olduğunu düşünmək olar. Deməli, tunelin **hündürlüyü** təxminən 8-10 m olar. Maşının eni təxminən 3m-dir. Tuneldə 4 maşın yan-yana yerləşə bilər. Odur ki, tunelin eninin təxminən 12 m oldugunu demək olar.

b) Tunel qazılarkən çıxarılan torpağın həcmini təxmin edin. Bunun üçün siz hansı hesablamaları aparmalısınız?

Məslənin şərtində verilən və əldə etdiyimiz məlıumatlara görə bu sualın da cavabını təxmin etmək olar. Belə ki, qazılan torpaq həcmi ölçüləri 12 km, 12 m və 10 m olan paralelepiped şəkilli torpaq hissəsi qədər olacaq. 12000 x12x 10 = 1440000 m^3

Təxminetmə fəaliyyətini davam etdirmək olar. 1 milyon 440 min kub metr torpağı daşımaq üçün neçə yük maşını lazım olar? Şagirdlər müxtəlif maşınların yük tutumu barədə fikir yürüdürlər. Sonra bu məlumatı internetdə bir qədər dəqiqləşdirə və aşağıdakı kimi məlumatlar əldə edə bilərlər.

Zil	Kamaz	Boyük yuk maşını TONAR
6 ton	10 - 15 ton	30 - 40 ton
5 m^3	7 - 10 m^3	20 - 28 m^3

Təxminetməyə dair müzakirəni bir qədər də genişləndirmək olar. Kub metr və ton arasındakı əlaqəni müxtəlif materiallara görə neçə təsəvvür edirsiniz? Məsələn 1 m^3 həcmdə su, torpaq, qum, beton, dəmir, pambıq neçə ton olar? Maddələrin sıxlığı, onun həcmi və kütləsi arasında hansı əlaqə var? $m = \rho V$ düsturu yada salınır.

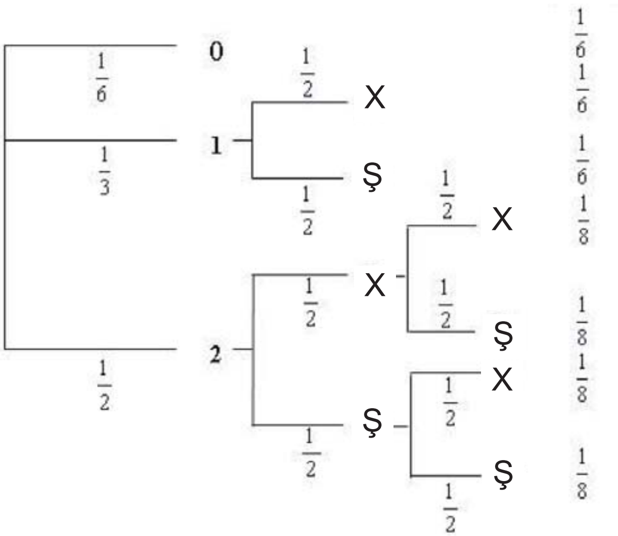
Fermi məsələləri fənlərarası əlaqənin yaradılması, daha geniş spektrdə məlumatlarla işləmə, situasiyanı genişləndirmə və dərinləşdirmə baxımından əlverişli tapşırıqlar olmaları ilə seçilirlər. Şagird fəaliyyəti zamanı malik olduğu məlumatlarla yanaşı yeni məlumatlat əldə etmə məcburiyyətində qalır. Odur ki, bu tip tapşırıqlar əvvəlcə ev tapşırığı kimi müstəqil iş olaraq verilir. Daha sonra isə sinifdə ümumsinif müzakirəsi ilə yerinə yetirilir. Müzakirə zamanı hər bir şagirdin mövzunu nə qədər dərindən araşdırdığı üzə çıxır.

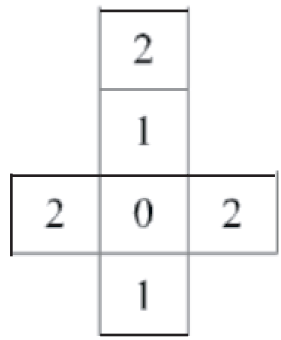
Enriko Fermi nəzəri və tətbiqi fizikaya böyük töhfələr vermiş, nüvə enerjisi sahəsində fundamental tədqiqatlar aparmış, ABŞ-a emiqrasiya etmiş italyalı alimdir.

Fermi hər zaman tələbələrinin təxminetmıə bacarıqlarına böyük əhəmiyyət verir, ilk baxışda məntiqsiz görünən suallar verirdi. Onun ən çox verdiyi suallardan biri “Sizcə Çikaqoda neçə pianosazlayıcısı olar” sualı idi.

Fermi məsələləri həmçinin böyük ədədlər üzərində, ədədin standart yazılışı üzərində hesablamalar aparmaq üçün də əlverişlidir.

D. 59. Oyun zərinin üzərindəki xalların sayı şəkildə göstərildiyi kimidir. Bu zər atılır. Düşən xalların sayı dəfə qəpik pul atılır. Uyğun budaqlanma diaqramı çəkin, mümkün halların sayını müəyyən edin.
Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın:
A. "Pulun yalnız xəritə üzü düşmüşdür"
B. "Pulun ən azı bir dəfə xəritə üzü düşmüşdür"
C. "Pulun şəkil üzü düşməmişdir."





A. "Pulun yalnız bir dəfə xəritə üzü düşmüşdür"

$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{12}$

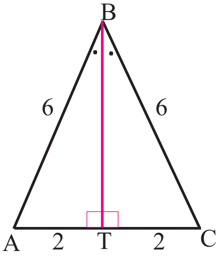
B. "Pulun ən azı bir dəfə xəritə üzü düşmüşdür"
Bu hadisə pulun xəritə üzünün düşdüyü istənilən halı əhatə edir.
$P(B) = P(A) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{24}$

C. "Pulun şəkil üzü düşməmişdir."

$P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$

Yoxlama: $P(C) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{13}{24} = \frac{11}{24}$

D. 33. Tərəfləri 4 dm, 6 dm, 6 dm olan üçbucağın tənbölənlərini tapın.



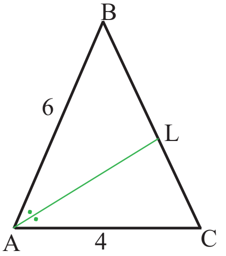
Həlli:Bərabəryanlı ABC üçbucağını və BT tənbölənini çəkək. Bərabəryanlı üçbucaqda təpədən çəkilən tənbölən həm median, həm də hündürlükdür.

ΔBTC -dan Pifaqor teoreminə görə

$BT = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (dm)

AL tənbölənini çəkək. Tənbölənin xassəsinə görə alırıq:

$$\frac{BL}{LC} = \frac{AB}{AC} \qquad \frac{BL}{LC} = \frac{6}{4} \qquad \begin{array}{l} BL = 6k \\ LC = 4k \end{array}$$



Digər tərəfdən BL + LC = BC

$6k + 4k = 6$

$10k = 6 \qquad k = 0{,}6$

BL = 3,6 (dm)

LC = 2,4 (dm)

ΔABC -dən kosinuslar teoreminə görə

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos\angle C$

Buradan $\cos\angle C = \dfrac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2 \cdot AC \cdot BC} = \dfrac{4^2 + 6^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \dfrac{1}{3}$

ΔALC -dən yenə kosinuslar teoreminə görə

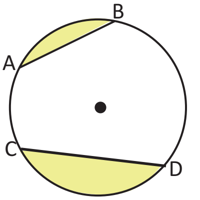
$AL^2 = AC^2 + LC^2 - 2 \cdot AC \cdot LC \cdot \cos\angle C = 4^2 + 2{,}4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2{,}4 \cdot \dfrac{1}{3} = 15{,}36$

$AL = \sqrt{15{,}36} = \sqrt{6 \cdot 2{,}56} = 1{,}6\sqrt{6}$ (dm)

Bərabəryanlı üçbucaqda oturacağa bitişik bucaqların təpələrindən çəkilən tənbölənlər bərabərdir.

Cavab: $4\sqrt{2}$ (dm), $1{,}6\sqrt{6}$ (dm), $1{,}6\sqrt{6}$ (dm)

D. 60. Diametri 10 sm olan dairədə AB = 6 sm, CD = 8 sm uzunluqda vətərlər çəkilmişdir.
Rənglənmiş seqmentlərin sahələrinin cəmini tapın.

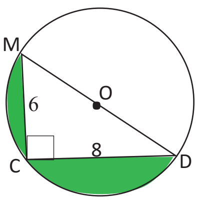


Həlli. Diametri 10 sm olan dairədə 8 sm uzunluqda CD vətərini və DM diametrini çəkək.

$\angle MCD = 90^\circ$ olduğundan Pifaqor teoreminə görə

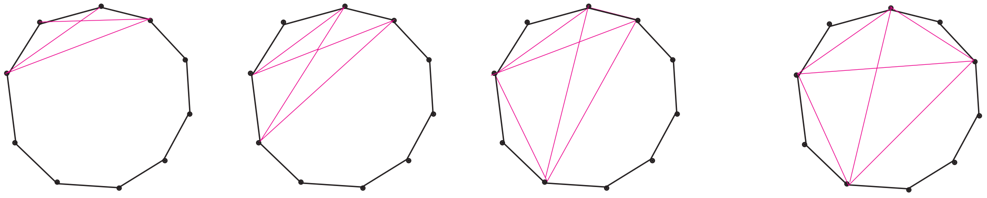
$MC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ sm

MC = AB alırıq. Bərabər vətərlərin dairədən ayırdıqları uyğun seqmentlərin sahələri də bərabər olduğundan tələb olunan sahə radiusu 5 sm olan yarımdairənin sahəsindən MCD düzbucaqlı üçbucağın sahəsini çıxmaqla tapılır.



$S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 12{,}5\pi - 24$ (sm^2)

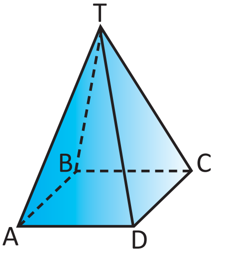
D. 61. Həlli: Qabarıq onbucaqlının istənilən dörd təpə nöqtəsini götürüb onları cüt-cüt birləşdirsək, alınan parçalardan ya 3-ü, ya 4-ü, ya 5-i, ya da 6-sı onbucaqlının diaqonalı olur.



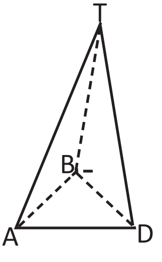
Bütün hallarda diaqonalların onbucaqlının daxilində yerləşən bir kəsişmə nöqtəsi var. Deməli, diaqonalların qabarıq onbucaqlının daxilində kəişmə nöqtələrinin sayı istənilən 4 təpə nöqtəsinin seçilməsi ilə təyin oluna bilər. Belə dördlüklərin sayı və deməli, diaqonalların kəsişmə nöqtələrinin sayı:

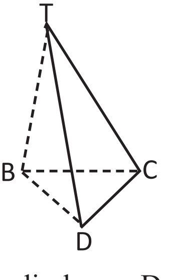
$${}_{10}C_4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210 \text{ olur.}$$

D 63. Düzgün dördbucaqlı piramidanın həcmi 32 sm^3, yan səthinin sahəsi 32 sm^2-dir. Oturacağın D təpə nöqtəsindən TAB yan üzünü özündə saxlayan müstəviyə qədər məsafəni tapın.



Həlli: Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağı kvadrat, yan üzləri konqruyent bərabəryanlı üçbucaqlardır. Şərtə görə yan səthinin sahəsi 32 sm^2 olduğundan bu üçbucaqların hər birinin sahəsi 32:4 = 8 (sm^2) olur.
Diaqonal kəsiyi verilmiş piramidanı hər birinin həcmi 16 sm^3 olan iki konqruyent üçbucaqlı piramidaya ayırır.



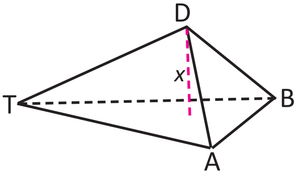


TABD piramidasını ABT üzü üstə yerləşdirək və D təpəsindən çəkilmiş hündürlüyü (x) tapaq.

$V_{TABD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABT} \cdot x$

$V_{TABD} = 16$ (sm^3), $S_{ABT} = 8$ (sm^2) olduğundan

$x = \frac{3 \cdot 16}{8} = 6$ (sm)



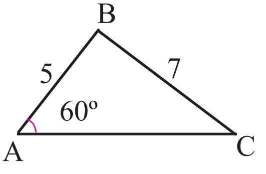
Dərs 172. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $f(x) = 2x - 1$ və $g(x) = x^2 + 2$ funksiyalarına görə mürəkkəb funksiyaları düsturla yazın. a) $f(g(x))$ b) $g(f(x))$

2) Fəzanın M nöqtəsindən müstəviyə çəkilmiş düz xətt müstəvi ilə 30°-li bucaq yaradır. Mailin proyeksiyası 2 sm olarsa, mailin uzunluğunu tapın.

3) Vahid çevrədən istifadə etməklə $[0; 2\pi]$ aralığında $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ bərabərliyini ödəyən dönmə bucaqlarını göstərin.

4) Verilənlərə görə üçbucağın naməlum bucaqlarını və tərəflərini tapın.



5) Fəzanın M nöqtəsi ABCD düzbucaqlısının bütün təpələrindən 26 sm məsafədədir. Düzbucaqlının tərəfləri 12 sm və 16 sm-dir. M nöqtəsindən düzbucaqlının müstəvisinə qədər məsafəni tapın.

6) $y = 3\sin 2x$ funksiyasının qrafikini 5 əsas nöqtəsinə görə qurun.

7) Amplitudu 4, dövrü π olan kosinus funksiyası yazın.

8) Düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq təpəsindən keçən müstəvi hipotenuza paraleldir. Katetlərin bu müstəvi üzərindəki proyeksiyaları $\sqrt{8}$ sm və $\sqrt{15}$ sm-dir. Hipotenuz müstəvidən 1 sm məsafədədirsə, müstəvi üzərindəki proyeksiyasını tapın.

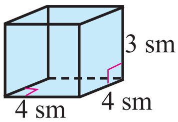
9) $\sin\alpha = 0{,}6$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ olduqda $\sin 2\alpha$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

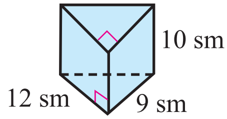
10) İfadənin qiymətini tapın: $\sin(2\cdot\mathrm{arctg}\sqrt{3})$

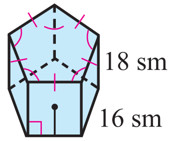
11) Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən və verilmiş aralıqda yerləşən dönmə bucaqları yazın.

a) 50°, $90^\circ \le \theta < 720^\circ$ b) $\frac{2\pi}{3}$, $-2\pi \le \theta < 2\pi$

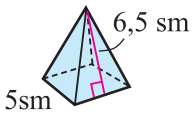
12) Düz prizmaların səthini və həcmini tapın.

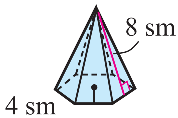


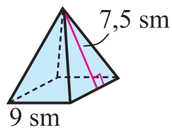




13) Düzgün piramidaların yan səthini və həcmini tapın.







14) (0; 1), (1; 3), (2; 9) nöqtələrini koordinat müstəvisi üzərində yerləşdirin, qrafiki bu nöqtələrdən keçən funksiyanın düsturunu $y = a^x$ şəklində yazın.

15) Həkim hüceyrələrin çoxalmasını müşahidə edir. O, müşahidə üçün 5 hüceyrə ayırdı və hüceyrələrin sayının aşağıdakı ardıcıllıqla dəyişdiyini aşkar etdi.

İlk 5 hüceyrə
1 saat sonra 10
2 saat sonra 20
3 saat sonra 40

Hüceyrələrin çoxalmasını göstərən düsturu $N(t) = l \cdot a^t$ şəklində yazın.

16) Hesablayın.

a) $\log_2(1 + \log_3 27)$ b) $\ln e^{-2}$ c) $\log_5 125$ d) $\log_3 9^4$

17) Loqarifmin xasələrini tətbiq edin.

a) $\lg (10x^3y)$ b) $\log_8(64x^2)$

18) Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizliyi həll edin.

a) $\frac{1}{2}\log_6 25 + \log_6 x = \log_6 20$ b) $\log_2 4 - \log_2 (x + 3) = \log_2 8$

c) $\log_{0,5} (x + 3) \geq \log_2 0,5$

19) Səsin ucalığını (desibellə) $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada I səsin intensivliyi (vatt/m^2), I_0 insan qulağının eşidə bildiyi ən alçaq səsin intensivliyidir (10^{-12}vatt/m^2 qəbul edilir). İki gücləndiricinin hər birinin yaratdığı səsin intensivliyi 10^{-5}vatt/m^2. Otaqda iki gücləndiricinin yaratdığı səsin ucalığı birinin yaratdığından neçə desibel yüksəkdir?

20) $y = 1 + \log_2 x$ funksiyasının tərs funksiyasını tapın. Tərs funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu yazın.

21) $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$ olarsa, $\log_3 30$ ifadəsini a və b ilə ifadə edin.

22) Seçimin tipini müəyyən edin. İbtidai siniflərdə oxuyan 496 nəfərdən 49 nəfər, 348 orta sinif şagirdlərindən 34 nəfər, 480 yuxarı sinif şagirdlərindən 48 nəfər təsadüfi olaraq seçilmişdir.
a) sadə b) təbəqəli c) klaster d) sistematik

23) Paskal üçbucağının verilən sətirindəki ədədləri kombinezonla ifadə edin.

1 5 10 10 5 1

24) Qəpik pul 5 dəfə atılmışdır. 3 dəfə xəritə üzünün düşmə ehtimalını tapın.

25) Atıcının bir atəşlə hədəfi vurma ehtimalı 0,6-dır. Beş atəşdən ikisində hədəfi vurma ehtimalını tapın.

26) Tənlikləri və bərabərsizliyi həll edin:
a) $3^{x+2} - 2 \cdot 3^{x+1} = 9$ b) $9^{2x-1} = 27^x$ c) $0{,}4^{x-3} \leq 0{,}16^x$

27) $2\sin^2 x - \sin x = 0$ tənliyinin $[0;2\pi]$ parçasında neçə kökü var?

28) $(x+3)^n$ binomunun açılışında binomial əmsalların cəmi 16 olarsa, n-i tapın və binomun açılışını yazın.

Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün
riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin (qrif nömrəsi 2022-065)
METODİK VƏSAİTİ

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova**
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

İxtisas redaktoru: **İbrahim Məhərov**
fizika-riyaziyyat elmləri üzrə fəlsəfə doktoru
Əbdürrəhim Quliyev
fizika-riyaziyyat elmləri üzrə fəlsəfə doktoru

Dil redaktoru: **Asəf Həsənov**
fizika-riyaziyyat elmləri üzrə fəlsəfə doktoru

Kompüter tərtibatı: **Fuad Qəhrəmanov**
Bədii tərtibat: **Leyla Bəşirova**
Korrektor: **Tərlan Qəhrəmanova**

Hesab-nəşriyyat həcmi: 14,1 . Fiziki çap vərəqi: 15.
Kağız formatı: 70×100 1/16. Kəsimdən sonra ölçüsü: 165×240.
Səhifə sayı: 240. Şriftin adı və ölçüsü: Calibri qarnituru, 11-12 pt.
Ofset kağızı. Ofset çapı. Sifariş . Tiraj 7150. Pulsuz. Bakı – 2022.

Əlyazmanın yığıma verildiyi və çapa imzalandığı tarix: 26.08.2022

Çap məhsulunu hazırlayan:
“Radius” MMC (Bakı, Binəqədi şossesi, 53)

Çap məhsulunu istehsal edən:

Pulsuz