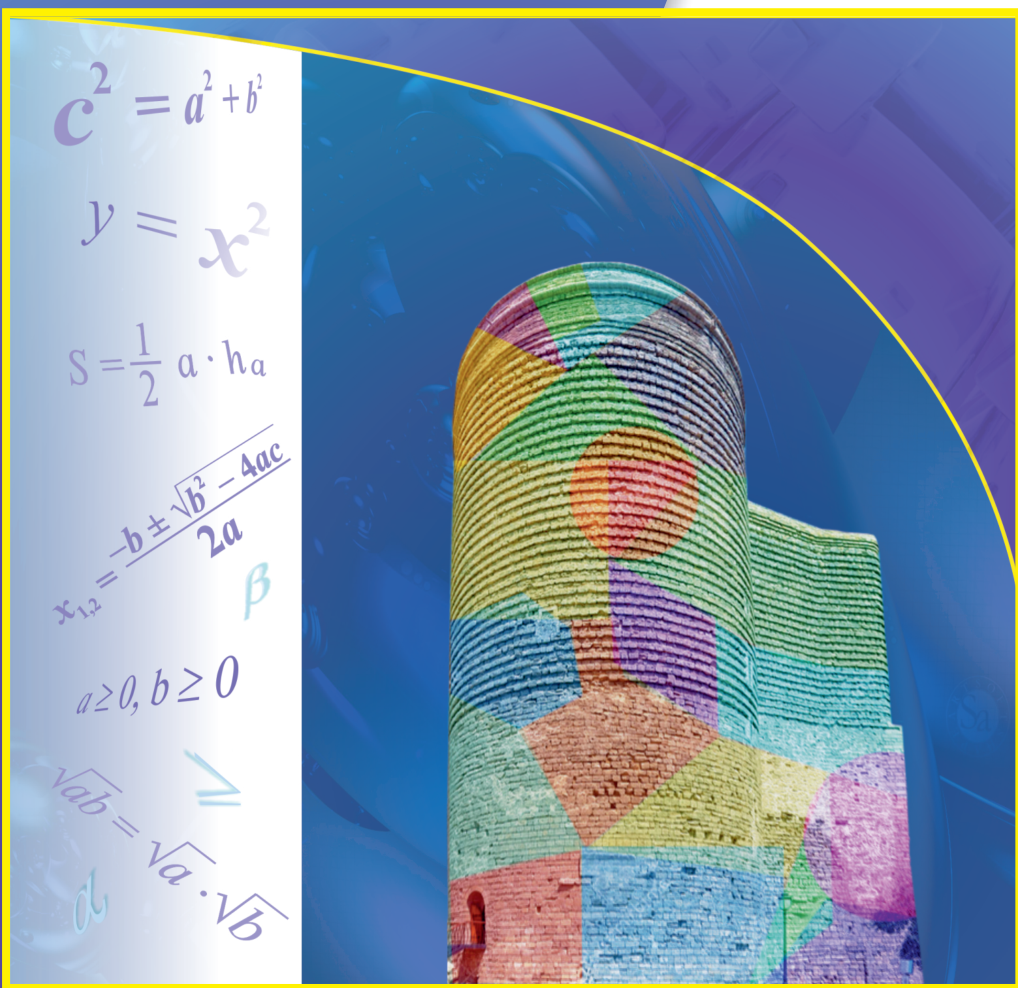
МАТЕМАТИКА

8

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ



Azərbaycan Respublikasının
Dövlət Himni

Musiqisi ***Üzeyir Hacıbəylinin,***
sözləri ***Əhməd Cavadındır.***

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadiriz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hərbə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştaqdır!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!

Найма Гахраманова
Магомед Керимов
Ильгам Гусейнов

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
учебника по предмету
МАТЕМАТИКА
для 8-го класса общеобразовательных школ

Замечания и предложения, связанные с этим изданием,
просим отправлять на электронные адреса:
radius_n@hotmail.com и derslik@edu.gov.az.
Заранее благодарим за сотрудничество!

RADİUS

Оглавление

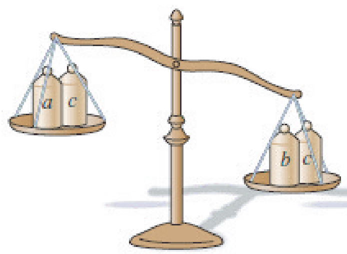
6. Площади фигур

7. Рациональные уравнения

8. Подобие фигур

9. Неравенства

10. Тригонометрические отношения. Метод координат. Преобразование фигур



11. Сбор и представление информации. Вычисление вероятности

Введение

Структура учебника

Учебник состоит из 11 разделов. В I разделе выполняются задания, формирующие навыки записи, чтения и сравнения иррациональных чисел, вычисления квадратного корня из произведения, отношения и степени, освобождения от иррациональности в знаменателе. В специальном блоке представлены прикладные задачи, при решении которых возникает необходимость извлечения квадратного корня, что позволяет представить, где в реальной жизни можно столкнуться с данным понятием.

Также в этом разделе развиваются навыки построения графиков функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Во II разделе изучается теорема Пифагора, ее применение при решении различных задач в жизни, формируется умение решать различные задачи при помощи прямоугольных треугольников. Многие из представленных задач отражают реальные жизненные ситуации и, на основе стандартов, требуют умения нарисовать соответствующий рисунок, а также связывать представленную информацию с геометрическими элементами.

III раздел охватывает навыки решения квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений последовательно представлено различными методами.

1) решение неполных квадратных уравнений:

- используя условие равенства нулю произведения при вынесении общего множителя;
- используя извлечение квадратного корня.

2) решение квадратных уравнений:

- разложением на множители;
- выделением полного квадрата;
- графическим методом;
- нахождение корней квадратного уравнения по формуле.

В данном разделе наряду с классическими задачами, сводящимися к решению квадратных уравнений рассматриваются задачи типа нахождения зависимости длины пути свободно падающего тела от времени, зависимости пути от времени, для тела брошенного вертикально вверх, а также много простых задач нового типа, связанных с изменением физических величин.

В IV разделе дается классификация четырехугольников, изучается параллелограмм и свойства различных видов параллелограмма. Большое внимание отводится задачам, в которых необходимо применять свойства параллелограмма и задачам на построение.

В V разделе изучаются рациональные выражения, формируются навыки умножения и деления, сложения и вычитания рациональных выражений, а также выполнение различных действий над рациональными выражениями.

В VI разделе вырабатываются навыки вычисления площадей фигур. Представлено много задач, в которых для нахождения площади фигуры, ее разбивают на треугольники.

В VII разделе изучается решение рациональных уравнений и классических задач приводимых к рациональным уравнениям, задач на - совместную работу, бассейн, скорость, а также отношения и проценты, вычисления вероятности и другие задачи реальных жизненных ситуаций, отражающих изменение величин.

В VIII разделе представлены признаки подобия треугольников, задачи на применение подобия, различные подходы доказательств соответствующих теорем.

В учебнике приводятся задачи, которые показывают, как изученное может применяться в реальных жизненных ситуациях и это мотивирует учеников к изучению данной темы.

В IX разделе вырабатываются навыки решения простых линейных неравенств. Решение неравенств исследуется на примерах реальных жизненных ситуаций. Особое внимание уделяется применению свойств неравенств и решению двойных неравенств. На передний план деятельности учащихся при составлении и решении задач с помощью неравенств, ставится умение учащихся мыслить и сопоставлять.

В X разделе вырабатывается умение находить неизвестные элементы прямоугольного треугольника, используя тригонометрические отношения. Связь данных понятий с реальными жизненными ситуациями помогает более четко понять и решать задачи, в которых надо найти высоту объекта или расстояние до него. В данном разделе также предусмотрены задачи на нахождение координаты середины отрезка, уравнения прямой, проходящей через две точки, а также представлены задачи на преобразование движения и преобразование подобия различных фигур.

XI раздел в рамках содержательного стандарта Статистика и вероятность охватывает ряд тем. Эти темы охватывают умение собирать и представлять информацию и давать прогноз. В данном разделе также рассмотрены примеры зависимых и независимых событий, решение задач на вычисление вероятности.

Для формирования умения и оценивания по разделу предусмотрены специальные рабочие листы.

Факторы, оказывающие положительное влияние на достижение высоких результатов обучения:

В большинстве случаев мотивация ученика для знакомства с новыми понятиями происходит посредством заданий исследовательского характера, Данные задачи имеют большое практическое применение, позволяют понять природу изучаемого материала и дают возможность наглядного представления. Таким образом важно:

1. Обеспечение организации урока и максимального участия всех учащихся на уроке.
2. Создание виртуальных или бумажных плакатов с объяснением новых понятий и размещение их в поле зрения учащегося на протяжении всего урока.
3. Вывод теоретического материала на классное обсуждение и объяснение на примерах.
4. Обращение внимания на то, как выполняют обучающие задания все учащиеся в классе и проведение формативного оценивания путём наблюдения.
5. В результате наблюдения выявление учащихся со слабыми способностями к обучению и подготовка для них простых заданий из учебника или при помощи программ-генераторов рабочих листов (worksheetgenerator), которые упоминаются в методическом пособии для учителя.
6. Объяснение заданий прикладного и творческого характера в классе и их частичное выполнение дома. Использование некоторых заданий как продолжительное домашнее задание в форме реферата.
7. Обеспечение самостоятельного обучения учеников и активного привлечения ро

Оценивание

Формативное оценивание. Одним из главных факторов повышения результатов обучения является организация регулярного и правильного формативного оценивания. Формативное оценивание является “дорожной картой” обучающегося, которая показывает насколько правильно организовано обучение.

При помощи этой карты можно вовремя “вмешаться” или “сойти с неправильного пути, вновь выбрать правильное направление и двигаться вперёд”. Для этого на пути необходимо правильно расставить направляющие метки.

1. В качестве “направляющих меток” можно использовать следующие средства и методы.

Пример:

4-ый уровень	3-ий уровень	2-ой уровень	1-ый уровень
Легко находит значение переменной, которая обращает выражение в знаменателе в нуль: - вынося общий множитель в знаменателе за скобку; - применяя формулы сокращенного умножения; - при необходимости, разложив трехчлен на множители	Находит значение переменной, которая обращает выражение в знаменателе в нуль: - вынося общий множитель в знаменателе за скобку; - применяя формулы сокращенного умножения - Затрудняется, если нужно разложить трехчлен на множители	Определяет простые случаи, при которых выражение в знаменателе является двухчленом и для нахождения ОДЗ необходимо вынести общий множитель за скобку	Понимает, что ОДЗ - все числа, кроме тех, которые обращают выражение в знаменателе в нуль

2. Для определения начальных навыков в конкретном случае применяются рабочие листы и оценочные таблицы.

Пример: пособие для учителя стр.22.

3. Для определения навыков по определенному стандарту предусмотрены рабочие листы Самооценивания.

Пример: пособие для учителя стр.35,36.

Суммативное оценивание: Проводится в конце основного раздела, не позже чем через каждые 6 недель. Для проведения суммативного оценивания в методическом пособии представлены задания и критерии. Эти задания можно использовать без изменений, сделав копию, изменить их количество или на основе критерий суммативного оценивания изменить сами задания.

Результаты обучения и интернет адреса

Следующие игры можно загрузить на планшет или компьютер по указанным адресам. Там же можно найти математические игры по различным темам.

Math Play: /www.math-play.com/Pythagorean-Theorem-Game.html
Kids Numbers: www.kidsnumbers.com/pythagorean-theorem-game.php
Quia Jeopardy: www.quia.com/cb/278769.html?AP_rand=1099674677
Game Pro Video:www.mathplayground.com/MathApprentice/GamePro.html

Интернет адреса рекомендуемые для формирования различных навыков:
http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio1.html
“Thinking Blocks 1” Моделирует и представляет отношения. **http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio2.html**
“Thinking Blocks 2” Моделирует и представляет деление заданных величин в заданном отношении. **http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio3.html**
“Thinking Blocks 3” Решает задачи на пропорцию по заданной разности.
http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio4.html
“Thinking Blocks 4” Решает задачи связанные с отношением трех величин.
http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio5.html
“Thinking Blocks 5” Решает задачи нахождения целого по заданному отношению.
http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.PYTH&lesson=html/video_interacives/pythagoras/pythagorasSmall.html “Exploring Pythagoras” (video interactive)
http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/object_interactives/surfaceArea/use_it.html
http://www.figurethis.org/challenges/c03/challenge.htm
“Figure This-which cylinder is bigger?”Use knowledge of volume to solve puzzle.
Демонстрируется для понимания теоремы Пифагора при помощи манипуляций, пикторально и математической записи.
Демонстрирует умение создавать и анализировать модели из одинаковых фигур при помощи повтора без пустот (паркетирование).
http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate/?version=1.5.0_13&browser=safari&vendor=Apple_Inc.&flash=9.0.115
“Parketlə”. Создает модели из правильных фигур.
http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/video_interactives/areavolume/areaVolumeSmall.html
Формирует умение находить моду набора данных и давать логический прогноз.
http://www.bbc.co.uk/schools/ks2bitesize/maths/activities/probability.shtml
По набору данных позволяет создать мнение о“возможных” и “невозможных” событиях.
Эти ресурсы имеют важное значение для формирования навыков в соответствии с содержательными линиями курса математики 8-го класса. Как видно, в соответствии с критериями стандартов содержательных линий особое место занимает систематическая деятельность, формирующая манипулятивные, пикторальные и абстрактные навыки учащихся.

Основные стандарты и подстандарты содержательных линий для 8-го класса

1. Числа и действия.

Учащийся:

1.1. Применяет числа, различные формы записи чисел и отношения между ними.

1.1.1. Читает и записывает иррациональные (определённые для квадратного корня) числа.

1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.

1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

1.2.Применяет математические действия, математические процедуры и связь между ними.

1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.2.Применяет свойства степени с целым показателем.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращённого умножения.

1.2.5.Применяет при решении различных задач свойства отношений и пропорций, формулы процента.

1.3.Выполняет вычисления, проверяет соответствие действительности полученных результатов.

1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.

2. Алгебра и функции

Учащийся:

2.1. Выражает в алгебраической форме различные проблемы в ситуациях и исследует их.

2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.

2.1.2. Решает простые задачи сводящиеся к составлению линейных неравенств, зависящих от одной переменной.

2.1.3.Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости на множестве действительных чисел или нет.

2.2.Выполняет алгебраические процедуры.

2.2.1.Выполняет действия над рациональными выражениями.

2.2.2. Решает квадратное уравнение.

2.2.3. Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам.

2.3. Выражает зависимость между величинами, встречаемыми в повседневной жизни, в виде функциональной зависимости.

2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

3. Геометрия

Ученик:

3.1. Знает признаки и свойства фигур, при помощи геометрического представления, воображения и логического умозаключения, применяет признаки параллелограмма.

3.1.1. Знает и геометрически представляет основные элементы четырёхугольника, связь между ними.

3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр от заданной точки до заданной прямой.
3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций для острого угла и находит их значение для некоторых углов.
3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.
3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.
3.2. Применяет геометрические преобразования и симметрию при решении проблемы в ситуациях.
3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур.
3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот.
3.2.3. Находит координаты середины отрезка, зная координаты концов, составляет уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

4. Измерения

Учащийся:
4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определённые инструменты для измерения.
4.1.1. Знает и умеет применять часто используемые международные единицы измерения (баррель, миль, фаренгейт).
4.2. Проводит вычисления используя средства измерения и вычислений.
4.2.1.Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его.

5. Статистика и вероятность

Учащийся:
5.1.Собирает, системаизирует, обрабатывает и представляет статистические данные.
5.1.1. Собирает информацию, определенную для двух параметров (например, информацию о росте и весе человека).
5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определённому признаку.
5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации.
5.1.4. Определяет, в простых случаях, связь между информацией, зависящей от двух параметров, и параметром.
5.2. Понимает основные понятия теории вероятности и умеет их применять.
5.2.1. Понимает является ли событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.
5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).
5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.

1. Квадратный корень. Действительные числа

Содержательный стандарт	№ урока	Тема	Количество часо	Учебник стр.
1.1.1. Читает и записывает иррациональные (определенные для квадратного корня) числа. 1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа. 1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу. 1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства. 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел. 1.2.2.Применяет свойства степени с целым показателем. 1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни. 1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения. 1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники. 2.1.3.Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости на множестве действительных чисел или нет. 4.1.1. Знает и умеет применять часто используемые международные единицы измерения (баррель, миль, фаренгейт).	1-2	Квадратные корни. Арифметический квадратный корень	2	7-10
	3-5	Действительные числа. Классификация чисел. Числовая ось. Приближенное значение квадратного корня.	3	11- 17
	6-7	Функции $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$	2	18-20
	8-9	Свойства арифметического квадратного корня. Квадратный корень из произведения и частного. Квадратный корень из степени.	2	21-23
	10-13	Применение свойств квадратного корня. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни. Освобождение знаменателя от иррациональности	4	24-27
	14-16	Степень с целым показателем. Степень с целым отрицательным показателем. Свойства степени с целым показателем. Стандартный вид числа.	3	28-31
	17-18	Обобщающие задания	2	32-33
	19	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	19	

Урок 1-2. Стр. 7-10 учебника. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень. 2 часа.

Содержательный стандарт. 1.1.1. Читает и записывает иррациональные числа.
1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.
1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.
1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.

Навыки учащегося:
- находит арифметический корень из числа;
- на примерах объясняет, что действие возведения в квадрат и извлечения квадратного корня являются взаимно обратными действиями.

1-й час. Задания из учебника выполняются при помощи обсуждения и ставится вопрос: При помощи какого действия можно найти сторону квадрата , если известна его площадь? До учеников доводится сведение, что эти числа, равные квадрату натурального числа, коротко называются полными квадратами (например, 4, 9, 16, 25, 64, ... и т.д.) Учащиеся определяют полные квадраты чисел, пытаются наизусть назвать квадраты некоторых двухзначных чисел.

Например, $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$ и т.д.

Впоследствии вопрос меняется: при возведении в квадрат каких чисел получились числа 25, 64, 81, 100, 121,... ? Еще раз подчеркивается, что для устного вычисления арифметического корня очень важно знать полные квадраты. На этих уроках вычисления производятся с малыми числами, поэтому не разрешается использовать калькулятор.

В задании **У.9** целесообразно использовать равенство $(\sqrt{a})^2 = a$

c) $\sqrt{x} - 1 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 + 1 \quad \sqrt{x} = 5 \quad (\sqrt{x})^2 = 5^2 \quad x = 25$

Проверка: $\sqrt{25} - 1 = 4$, $5 - 1 = 4$, $4 = 4$

d) $\sqrt{x} + 4 = 1$. Отсюда $\sqrt{x} = -3$. Так как арифметический квадратный корень не может принимать отрицательных значений, то нет таких значений *x,* которые удовлетворяют этому равенству.

Выполняя задания У.13., учащиеся понимают, что корень от суммы не равен сумме корней. Данное исследование проводится на примерах. Предлагается найти значение выражений $\sqrt{9+16}$ и $\sqrt{9} + \sqrt{16}$, а потом сравнить их.

2-ой час. Решение задач. Нахождение квадратного корня. Повторяются формулы нахождения площади квадрата и круга, которые затем применяются при решении задач. До недавнего времени многие задачи решались при помощи формул, с которыми учащиеся были незнакомы. Здесь же цель заключается в том, чтобы учащиеся могли производить вычисление квадратного корня.

В задании **У.18** для нахождения площади равностороннего треугольника, используется формула $S = \dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$. Найдем сторону равностороннего треугольника, площадь которого равна $9\sqrt{3}$.

Решение: $\dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{4} = 9\sqrt{3}$, $a^2 = 36$ $a = \pm 6$. Так как длина сторон треугольника положительные числа, то ответ: $a = 6$.

Задание У.18 является заданием типа пазл. Находим стороны данных квадратов H и D, после чего находим стороны соседних квадратов .

Оценивание. При этом в центре внимания находится умение вычислять квадратные корни малых чисел, строить график функции $y = x^2$, проверять, принадлежит ли точка графику квадратичной зависимости.

Урок 3-5. Стр. 11-17 учебника. Действительные числа. Классификация чисел.Числовая ось. Приближенное значение квадратного корня. 3 часа.

Содержательный стандарт. 1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.

1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.

1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

Умение учащегося:

- объясняет, что рациональное число можно представить в виде $\frac{m}{n}$, иррациональное число невозможно представить в виде $\frac{m}{n}$
- выбирает иррациональные числа из заданного множества чисел;
- определяет приблизительно расположение точки, соответствующей иррациональному числу на числовой прямой.

Методические рекомендации.

1. Вычисления при исследовании могут проводиться при помощи калькулятора. Учащиеся повторяют исследования Архимеда и ищут число, квадрат которого равен 3.

Различные числа, которые находятся между числами 1 и 2 возводят в квадрат и определяют какое из них ближе к 3. Каждый раз при этом они вычисляют разность между числом на калькуляторе и числом 3. Но при этом они никогда не получают ноль. Учащиеся обучаются нахождению квадратного корня при помощи калькулятора.

2. Подготавливается электронный или бумажный плакат, который на примерах представляет классификацию чисел. Повторяется определение рационального числа. Несколько рациональных чисел представляются в виде $\frac{m}{n}$.

3. Выискиваются пути для представления чисел π, 0,101001000100001, ... в виде $\frac{m}{n}$. Повторяются правила преобразования бесконечной десятичной периодической дроби в обыкновенную дробь, устанавливается, что это невозможно для бесконечной, но непериодической дроби. Таким образом, есть такие числа, которые невозможно представить в виде $\frac{m}{n}$, потому, что они бесконечны и в то же время не имеют периода.

4. Понимают, что числа $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π , ... являются иррациональными числами. Так же уделяется внимание нахождению корня из числа. Если число a не является квадратом натурального числа, то число $\sqrt{a}$ является иррациональным числом.

Иррациональные числа образуются не только при извлечении квадратого корня. Например, отмечается, что, число π не является квадратным корнем ни одного рационального числа.

Моменты, которые требуют особого внимания: особое внимание надо обратить на то, что между любыми двумя рациональными числами расположено бесконечное множество чисел. Учащимся предлагается найти несколько чисел, которые находятся между числами $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

Сначала найдем общий знаменатель: $\frac{2}{6} < x < \frac{3}{6}$

Умножим числитель и знаменатель дроби на 10: $\frac{20}{60} < x < \frac{30}{60}$

Учащиеся записывают числа, удовлетворяющие условию: $\frac{21}{60}, \frac{22}{60}, ..., \frac{29}{60}$.

На следующем этапе умножаем числитель и знаменатель на 100: $\frac{200}{600} < x < \frac{300}{600}$

Понятно, что в этот раз можно записать еще больше дробей. Аналогично, умножая числитель и знаменатель дроби на 1000, 10000 и т.д., можно перечислить все больше чисел и выявить, что их может быть бесконечно много. Такого типа задания играют пропедевтическую роль в понятии иррационального числа.

Моменты, которые требуют особого внимания. Объяснение производится при помощи измерения отрезков. Выясняется, сколько раз единичный отрезок может поместиться в данном отрезке. Рекомендуется подытожить представленное в учебнике дока зательство о том, что “Не существует рационального числа, квадрат которого равен 2”.

Проводится оценивание умения группировать данные числа. Учащиеся выполняют задания, в которых разбивают на группы рациональные и иррациональные числа, а рациональные числа в свою очередь вновь разделяют на группы. При этом обоснование надо строить на том,что рациональное число можно представить в виде $\frac{m}{n}$.

Соответствующие рабочие листы можно подготовить, используя ссылки. Эти интернет адреса рекомендуется довести до сведения как учащихся, так и родителей.

www.mathtutordvd.com/worksheets/prealgebra_vol1/a_Pre-Algebra_Vol1_Worksheet_1_Real_Numbers.pdf

http://www.polk.k12.ga.us/userfiles/50/Classifying-by-Coloring.pdf

Если задать в GOOGLE ключевое слово **aidentifying rational and irrational numbers worksheet**, то можно получить адреса интернет страниц, при помощи которых можно либо скачать готовые рабочие листы, либо создать их, задав следующие параметры генерирования: количество заданий на листе, расположение заданий, а так же изменяя параметры диапазона чисел.

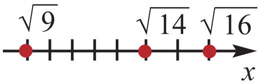
Оценивание. Оценивание проводится методом наблюдения. При этом учитываются следующие навыки: участие в устном опросе, выполнение заданий. Учащимся предлагается выполнить дополнительные задания по вышеуказанным интернет адресам.

2-ой час. Исследуется взаимно однозначное соотвтествие между точками на числовой оси. Используя числовую ось и квадратные корни находится приблизительное значение корня.

Нахождение приближенного значения квадратного корня в учебнике представлено на конкретном примере . Значение $\sqrt{14}$ находится следующим способом.

1) 9 < 14 < 16. Здесь числа 9 и 16 выбраны неслучайно. Эти числа выбрали потому, что квадратный корень каждого из них равен натуральному числа и квадратный корень данного числа находится между ними.

Тогда квадратный корень из 14 расположен между числами 3 и 4. Т.е. целая часть данного числа равна 3. Теперь мы должны найти дробную часть.
Тогда можно написать, что $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$.
Т.к. 16 – 9=7, отрезок, концы которого соответствуют числам $\sqrt{9}$ и $\sqrt{16}$, можно разделить на 7 равных частей. Так как число $\sqrt{9}$ расположена на 5 единичных отрезков левее точки $\sqrt{14}$, то $\sqrt{14} \approx 3\frac{5}{7}$



После этого проводится обобщение.
1. Определяется, между какими целыми числами расположена корень от числа.
2. Данные точки отмечаются на числовой прямой и находится расстояние между ними.
3. Отмечается точка, которая соответствует данному числу.
4. Определяется, в каком соотношении данная точка делит заданный отрезок.

Нахождение квадратного корня таким способом выявляет навыки умозаключения, сопоставления и выводов. Для закрепления материала учащимся на дом задается самостоятельно придумать и решить еще несколько примеров подобного типа. Задание может быть также групповым. Каждый участник группы составляет пример на приблизительное нахождение квадратного корня и вычисляет это число на числовой оси. После этого, правильность выполнения задания проверяется всей группой и представляется классу.

В задании У.2. на основе наблюдения оценивается умение заполнять таблицы. Рекомендуется создать таблицу с новыми данными и заполнить ее.

2-ой час. Учащиеся выполняют задания из учебника. При этом они понимают как в реальных жизненных ситуациях при решении задач применяется приблизительное нахождение квадратного корня.

Методические указания. При выполнении задания учащиеся должны внимательно прочитать текст задания и изложить его своими словами. В каждой задаче представлена жизненная ситуация и для того, чтобы показать, что учащийся ее понял, он должен уметь представить ее. Например, вычислить скорость автомобиля ,зная длину тормозной пути, вычислить расстояние от заданной точки до горизонта, если человек смотрит вдаль и т.д.

Урок 6-7. Стр. 18-20 учебника. Функции $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$. 2 часа

Содержательный стандарт.1.1.1. Читает и записывает иррациональные числа.
1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.
2.1.3.Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости от множества действительных чисел или нет

Навыки учащегося:
- строит график функции $y=x^2$;
- определяет квадратичную зависимость, если она есть между переменными величинами:
- строит график функции $y = \sqrt{x^2}$;
- определяет, между какими целыми числами расположена иррациональное число;
- Сравнивает иррациональные числа.

Интернет ресурсы. www.meta-calculator.com/online www.mathway.com/graph

Обучение. Каждый ученик должен выполнить построение параболы $y = x^2$ в тетради.

Определяется, что график данной функции симметричен оси y. Обнаруживается, что условием, обеспечивающим симметричность функции, является то, что одному заданному значению y соответствует пара значений x - одно положительное, другое противоположное отрицательное. Для любого значения y соответствующее значение x на оси абсцисс показывается приблизительно. Ученики строят на одной координатной плоскости графики зависимостей $y = 2x^2$ и $y = x^2$ и сравнивают их. Исследуется расположение параболы относительно осей x и y.

На втором этапе рекомендуется использование графического калькулятора. Задавая различные значения a, строятся графики различных функций.

Наблюдаются расположение на координатной плоскости графиков параболы $y = ax^2$ при $a > 0$, и при $a < 0$, а так же как при увеличении или уменьшении значения a график "сжимается" или "расширяется" относительно оси y.

2-ой час. При помощи калькулятора заполняется таблица и отмечается точка, координаты которой соответствуют числам из таблицы и строится график функции $y = \sqrt{x}$

Моменты, которые требуют особого внимания. Уделяется внимание тому, что при увеличении значения x, увеличивается соответствующее значение ординаты и делается вывод. Квадратный корень большего их двух положительных чисел больше. Так как $7 > 5$, поэтому $\sqrt{7} > \sqrt{5}$

Теперь определим знак разности $1{,}4 - \sqrt{2}$.

При решении данного задания учащиеся чаще используют то, что $\sqrt{2} \approx 1{,}4$

Полученная разность при этом равняется нулю. На самом деле квадрат 1,4 равен 1,96 и тогда $1{,}4 - \sqrt{2} = \sqrt{1{,}96} - \sqrt{2} < 0$

Так как уменьшаемое меньше вычитаемого, то разность отрицательна.

Урок 8-9. Стр. 21-23. учебника. Свойства арифметического квадратного корня. Квадратный корень из произведения и частного. Квадратный корень из степени. 2 часа.

Содержательный стандарт. 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойства арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни, при помощи формул сокращенного умножения.

Навыки учащегося:

- находит корень из произведения и отношения;
- вычисляет численное значение выражения, содержащего квадратный корень из произведения и частного.
- находит квадратный корень из степени;
- находит численное значение выражения, содержащего квадратный корень из степени.

Нахождение квадратного корня из произведения и частного исследуется вместе со всем классом. Особое внимание следует уделить навыкам устного счета.

Ученикам дается рекомендация разложить подкоренное выражение на множители так, чтобы хотя бы один из множителей являлся полным квадратом. Например, для достижения результата надо написать $50 = 25 \cdot 2$.

У.6. b) $\sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{25 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

У.7. В данном задании при $a \geq 0,\ b \geq 0$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Учащиеся сами должны доказать это равенство.

Предположение	Обоснование
1. $a \geq 0,\ b \geq 0$	1. Дано
2. $\sqrt{a} \geq 0,\ \sqrt{b} \geq 0$	2. Арифметический корень есть неотрицательное число.
3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$	3. Произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно
4. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$	4. По тождеству, степень произведения равна произведению степеней $(\sqrt{a})^2 = a$
5. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$	5. Согласно тождеству $(\sqrt{a})^2 = a$ и $(\sqrt{b})^2 = b$
6. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	6. Согласно определению арифметического квадратного корня.

2-ой час.

Вновь подчеркивается, что арифметический квадратный корень не может быть отрицательным и объясняется тождество $\sqrt{a^2} = |a|$

При $a \geq 0$, по определению арифметического квадратного корня ясно, что $\sqrt{a^2} = a$. При $a < 0$, $\sqrt{a^2} = -a$, и это равенство учащиеся часто понимают неверно. Им кажется, что такое равенство невозможно, т.к. арифметический квадратный корень не может равняться “отрицательному числу”.
Здесь надо повторить понятия противоположного числа и абсолютного значения. Отметим, что модуль отрицательного числа равен не самому числу, а числу, противоположному данному. Например равенство $|-5| = 5$ нельзя писать сразу. Разумнее делать следующую запись $|-5| = -(-5) = 5$

У.22. Упростите

выражение, стоящее под знаком модуля отрицательно

a) $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} = |\sqrt{2}+1| + |\sqrt{2}-3| =$

выражение, стоящее под знаком модуля положительно

$= \sqrt{2} + 1 + (-\sqrt{2} + 3) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 3 = 4$

Решая задания такого типа, надо правильно определять знак разности.

У.23-а). При $x > 1$, сторону квадрата с площадью $(1 - x)^2$ можно найти по формуле $a = \sqrt{S}$. Имеем: $\sqrt{(1 - x)^2} = |1 - x| = x - 1$

Оценивание. В центре внимания остаются навыки представления в рациональной форме заданного выражения для нахождения квадратного корня и выполнение действий.

Урок 10-13. Стр. 24-27 учебника. Применение свойств квадратного корня. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня. Преобразование выражений, содержащих квадратный корень. Освобождение знаменателя от иррациональности. 4 часа.

Содержательный стандарт: 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.
1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.
1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.

Навыки учащегося: - упрощает выражения, содержащие квадратные корни;
-упращает выражения, вынеся множитель из под корня или внеся множитель под знах корня.
- рассуждает рациональным или иррациональным будет сумма или разность двух иррациональных чисел (или рационального и иррационального числа)
-применяет различные методы при освобождении от иррациональности;
-вычисляет численное значение выражения, содержащие квадратные корни.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы №1.

1-ый час. Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя подь знак корня. Изученное на данном уроке основывается на теореме о корне произведения. Объяснения проводимых преобразований проводится на коркретных примерах.

Моменты, которые требуют особого вимания. Для того, чтобы не потерять знак "–" при внесении под корень отрицательного числа, сначала данное число представляют в виде произведения положительного числа и –1, после чего положительный множитель вносится под корень, а знак "–" записывается перед знаком корня.
В задании **У.3.** используются следующие формулы: при $a > 0$ справедливо $a = \sqrt{a^2}$, при $a < 0$, справедливо равенство $a = -\sqrt{a^2}$.

a) $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12}$ b) $-4\sqrt{5} = -1 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{80}$

У.7. Определите знак разности
a) $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = \sqrt{7^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{98} - \sqrt{75} > 0$

У.8. Надите целую часть числа.
a) $7\sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$
Понятно, что $\sqrt{81} < \sqrt{98} < \sqrt{100}$
т.е. $9 < \sqrt{98} < 10$. Можно сказать что, число $\sqrt{98}$ находится между 9 и 10.

2-ой и 3-й час. Действия над подобными корнями напоминают упрощение подобных членов. Если подкоренные числа не одинаковые, то для упрощения данного выражения надо вынести множитель из-под знака корня.

У.10. Найдем целую часть числа а) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$.

$\sqrt{2}$ и $\sqrt{18}$ не являются подобными.

Поэтому, сначала запишем $18 = 2 \cdot 9$, а затем упростим.

$5\sqrt{2} + \sqrt{18} = 5\sqrt{2} + \sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \cdot 2} = \sqrt{128}$

Зная, что $\sqrt{121} < \sqrt{128} < \sqrt{144}$ имеем, что целая часть числа равна 11.

У.13. Рекомендуется перед тем как выполнять данное задание повторить правила умножения одночлена на многочлен и многочлена на многочлен.

У.18. Задание можно выполнить двумя способами: 1-ый способ - вычислить значение выражения, подставив данное значение в выражение; 2-ой способ- сначала выполнить преобразование заданного выражения, а затем подставляем полученное значение и вычисляем.

У.18. а) $x^2 - 4x + 5,\ x = \sqrt{5} + 2$

Запишем заданное выражение в виде $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1$ и принимая во внимание значение переменной получим:

$(\sqrt{5} + 2 - 2)^2 + 1 = (\sqrt{5})^2 + 1 = 6.$

У.20. Сократите дробь.

d) $\dfrac{4 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{8} + 2} = \dfrac{4 + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 2} = \dfrac{\cancel{2}(2 + \sqrt{2})}{\cancel{2}(\sqrt{2} + 1)} = \dfrac{\sqrt{2}\,\cancel{(\sqrt{2} + 1)}}{\cancel{(\sqrt{2} + 1)}} = \sqrt{2}$

4-ый час. Освобождение знаменателя от ирациональности.

Сначала подчеркивается и на соответствующих примерах показывается каким числом может являться сумма и произведение двух иррациональных чисел. Записываются и обсуждаются следующие равенства $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$, $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$. Вводится понятие сопряженного иррационального множителя. Для примера показывается, что $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ и $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ являются сопряженными множителями. В частности, сопряженным множителем для $\sqrt{5}$ является $\sqrt{5}$. Помимо того, что сопряженные множители можно использовать для освободения знаменателя от иррациональности, иногда они используются для обратных целей.

У.23. Сравним числа $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$ и $b = \sqrt{7} - \sqrt{6}$.

Сначала запишем данные числа в следующем виде, умножив и разделив на сопряженные выражения.

$$a = \sqrt{8} - \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{8} + \sqrt{7})}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$$

$$b = \sqrt{7} - \sqrt{6} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$$

Знаменатель дроби $\dfrac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$ больше знаменателя дроби $\dfrac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$, тогда $a < b$.

Рабочий лист №1
Иррациональные числа

Имя______________ Фамилия_________________ Дата____________

1. Вычислите.

$\sqrt{49}\cdot\sqrt{49} =$ $\quad(\sqrt{16})^2 =$ $\quad\sqrt{32\cdot 8} =$ $\quad-\sqrt{36}-\sqrt{81} =$

$\sqrt{91-27} =$ $\quad\sqrt{\dfrac{490}{10}} =$ $\quad-\sqrt{288}:\sqrt{2} =$ $\quad\sqrt{0{,}49}+\sqrt{0{,}01} =$

$(6\sqrt{5})^2 =$ $\quad(5\sqrt{3})^2 =$ $\quad(-3\sqrt{5})^2 =$ $\quad(-0{,}1\sqrt{20})^2 =$

2. Вынесите множитель из-под знака корня.

A) $\sqrt{18}$ B) $\sqrt{50}$ C) $\sqrt{48}$ D) $\sqrt{60}$

3. Упростите.

$\sqrt{10}\cdot\sqrt{20}$ $\quad\sqrt{75r^3}$ $\quad3\sqrt{8}\cdot 2\sqrt{7}$ $\quad7\sqrt{63m^3p}$

$3\sqrt{25t^2}$ $\quad\sqrt{2ab^2}:\sqrt{10a^5b}$ $\quad5\sqrt{81q^5}$ $\quad\sqrt{4c^3d^3}:\sqrt{8c^3d}$

4.Вычислите.

$5\sqrt{0{,}16}-0{,}2\sqrt{144}$ $\quad0{,}1\sqrt{400}+0{,}8\sqrt{\dfrac{1}{16}}$ $\quad\sqrt{98}+\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{200}$

5. Между какими двумя целыми числами расположены числа?

$\sqrt{22}$ $\quad\sqrt{123}$ $\quad\sqrt{92}$ $\quad\sqrt{54}$ $\quad\sqrt{11}$ $\quad\sqrt{1001}$

6. Упростите.

$(\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}+5)$ $\quad(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{18})$ $\quad(\sqrt{2}-7)^2$

7. Освободите знаменатель от иррациональности.

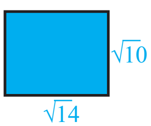
$\dfrac{3}{3+\sqrt{5}}$ $\quad\dfrac{5}{2-\sqrt{6}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-3}$

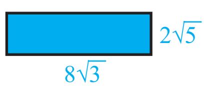
$\dfrac{1}{4+\sqrt{12}}$ $\quad\dfrac{4}{6-\sqrt{7}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{5}+2}{2\sqrt{3}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2y}}$

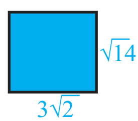
8. Число k находится между числами –5 и – 4. Между какими двумя последовательными целыми числами находятся следующие числа:

a) $-k$ b) $\dfrac{1}{k}$ c) $k+5$ d) $-k+5$

9. Найдите площадь и периметры прямоугольников







10. Отметьте знаком ✓ к какому числовому множеству относятся данные числа?

N - натуральные числа

Z - целые числа

R - действительные числа

Q - рациональные числа

	N	Z	Q	R
$(\sqrt{5})^2$				
0,25				
$\sqrt{120}$				
0,6(3)				

Урок 14-16. Стр. 26-29 учебника. Степень с целым показателем. Степень с целым отрицательным показателем. Свойства степени с целым показателем. Стандартный вид числа. 3 часа

Содержательный стандарт.
1.2.2. Применяет свойства степени с целым показателем.
4.1.1.Распознаёт наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, миля, фаренгейт) и может использовать их.

Навыки учащегося:
- находит значение числового выражения, применяя свойства степени с целым показателем;
- упрощает выражение с переменной, применяя свойства степени с целым показателем;
- записывает в стандартном виде очень большие и очень маленькие положительные числа, применяя свойства степени с целым показателем;
- решает задачи с числовыми данными в виде степени с целым показателем.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы № 2, № 3, № 4.

Обучающие задания.

1-ый час. Объяснения, представленные в обучающем блоке, рассматриваются вместе с учениками. В центре внимания остается умение записывать степень с отрицательным показателем в виде дроби и наоборот, представлять дроби в виде степени с отрицательным показателем. Применение таких же навыков формируется на выражениях, содержащих переменную (У.7, У.8, У.18).

В задании **У.6.** ученик объясняет на примерах, верно ли условие или нет. Проверить, что а) если $a > 0$ и n-целое число, то $a^n < 0$ **неверно.**

Например, при $a = 5$, $n = 2$ имеем $5^2 = 25$, при $a = 5$, $n = –2$ имеем $5^{–2} = 1/25 = 0,04$. В каждом из двух случаев $a^n > 0$.

Проверку других пунктов ученик должен выполнить аналогичным образом.

Уровень выполнения обучающих заданий проводится наблюдением.
Особое внимание следует обратить на то, что по определению степени с целым показателем $a \neq 0$.
До сведения учащихся доводится, что при неположительных значениях n выражение 0^n не имеет смысла. Предпочтения отдается вычислениям над характерными заданиями. После выполнения вычислений заданий с отрицательным целым показателем, рассматриваются свойства степени с натуральным показателем. Свойства степени с целым показателем исследуется вместе с учащимися на примерах. Учащиеся понимают, что свойства степени с целым показателем и степени с натуральным показателем идентичны. В **У.15.** для любых целых чисел $a \neq 0$, $b \neq 0$, для любого целого числа n требуется доказать следующе равенство

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.Данная формула позволяет сократить промежуточные вычисления.

2-ой, 3-ий часы. Стр. 27, 28, 29 учебника. Свойства степени с целым показателем. Стандартный вид числа. Свойство степени с отрицательным целым показателем изучается вместе с учащимися на конкретных примерах. Уровень выполнения обучающих заданий проводится при помощи наблюдения. В итоге приходим к пониманию, что числа в стандартном виде наиболее часто используются для записи научной информации.

Для того, чтобы проверить умение распознавать число, записанное в стандартном виде среди записей одного и того же числа, можно задать следующие вопросы “Покажите, что числа $225\cdot10^{-6}$, $2{,}25\cdot10^{-4}$, $2250\cdot10^{-7}$ являются различными видами записи одного и того же числа”, “Какую из записей можно считать записью числа в стандартном виде?”

Рабочие листы можно загрузить с сайта **http://www.mathworksheets4kids.com/scientific-notations.html** в формате PDF или самостоятельно с сайта **http://www.math-aids.com/Radicals/Scientific_Notation.html**

Примечание. В иностранной литературе запись вида $a\cdot10^n$ при $1\le a<10$ не считается “стандартным видом числа” как это принято, а используется термин “научный вид числа”. Стандартный вид числа - это цифровая запись. Поэтому для поиска ресурсов по данной теме используйте ключевое слово **scientific notation worksheets.**

В заданиях **У.22. və У.25.** выполняются действия над числами представленными в стандартном виде.

3-ий час предусмотрен для решения задач со степенью с целым показателем и стандартным видом числа. Ученик наглядно понимает, что очень большие и очень маленькие положительные числа используются в различных направлениях науки.

Сначала каждая задача прочитывается в классе, после чего учащиеся демонстрируют знания по заданной теме. Проводится исследование где были получены данные знания - на уроках или самостоятельно. Создается мотивация для самостоятельного обучения.

Подчеркивается важность самостоятельного обучения для формирования мировоззренческих и творческих качеств личности.

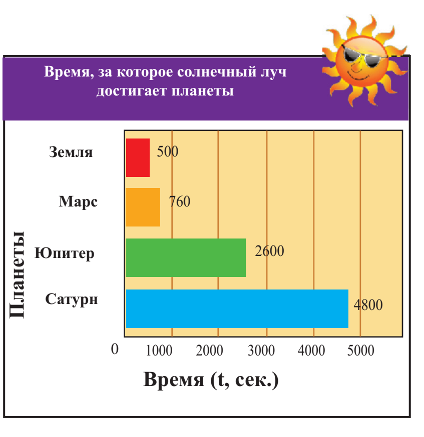
У.26 При решении данного задания до сведения учащихся доводится, что плотность вещества вычисляется по формуле $\rho=\dfrac{m}{V}$ (здесь ρ - плотность, m -*масса*, V - объем).

У.30 При решении данного задания целесообразно дать информацию о том, что такое морская миля.

У.33 При выполнении данного задания рекомендуется подготовить таблицу, отображающую расстояние между планетами, при помощи интерактивной доски или в виде плаката. Результаты, полученные при решении, сравниваются с фактическими данными.

Расстояние от Солнца до планет

Планеты	Расстояние
Меркурий	57 910 000 км
Венера	108 200 000 км
Земля	149 600 000 км
Марс	227 940 000 км
Юпитер	778 330 000 км
Сатурн	1 424 600 000 км
Уран	2 873 550 000 км
Нептун	4 501 000 000 км
Плутон	5 945 900 000 км



Рабочий лист № 2
Самооценивание
Степень с целым показателем

Имя________________ Фамилия__________________ Дата________

Навыки	Объясняет соответствующие навыки на заданных примерах. Самостоятельно записывает еще 2 примера	Если есть затруднения, обращается к повторению заданий	Результат
Выражает степень с отрицательным показателем в виде степени с натуральным показателем.	$(-0{,}5)^{-4} =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$	Стр. 28, №1-10	
При вычислении использует свойства степени с отрицательным целым показателем.	$\frac{4^{-3} \cdot 8^{-4}}{16^{-5}} =$	Стр. 28, №11-19	
Записывает числа в стандартном виде.	$1590000 =$ $0{,}000032 =$	Стр. 30, №20-21	
Выполняет действия над числами в стандартном виде.	$8 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-4}$	Стр. 30, №22-25	

Рабочий лист №3

Степень с отрицательным целым показателем

Имя________________ Фамилия__________________ Дата________

1) Вычислите.

$6^{-2} =$ $\quad 2^0 =$ $\quad (-5)^{-2} =$ $\quad 4^{-3} =$ $\quad (-1)^{-90} =$

$0{,}3^{-2} =$ $\quad 0{,}4^{-1} =$ $\quad 0{,}6^{-2} =$ $\quad (-10)^{-5} =$ $\quad 100^{-3} =$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} =$ $\quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} =$ $\quad \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} =$ $\quad \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} =$ $\quad \left(-\frac{9}{7}\right)^{-2} =$

2) Запишите выражение в виде дроби .

$6\,n^{-3} =$ $\quad 2\,m^{-2} =$ $\quad 3\,x^{-3} =$ $\quad 4\,r^{-3} =$ $\quad 6\,m^{-4}\,n^{-2} =$

$2\,x^{-2}\,y^4 =$ $\quad 4\,yx^{-1} =$ $\quad u^3\,v^{-1} =$ $\quad 5u^2\,v^{-1} =$ $\quad 7\,x^{-2}\,y^{-2} =$

3) Упростите. Ответ запишите в виде выражения со степенью с натуральным показателем.

$(2\,b^4)^{-1} =$ $\quad (3m)^{-2} =$ $\quad (2x^4y^{-3})^{-1} =$ $\quad (x^2y^{-1})^2 =$

$$\frac{2m^{-2}}{3m^{-2}\,n^{-2} \cdot 5m^3\,n^{-1}} = \qquad \frac{6x^3\,y^{-5} \cdot (-9\,x^5y^5)}{4x^4\,y^5} = \qquad \frac{(2a^0 \cdot 2a^{-1}b^{-2})^{-3}}{-2a^{-2}b^{-1}} =$$

Рабочий лист №4

Стандартный вид числа

Имя________________ Фамилия__________________ Дата_______

1) Запишите число в стандартном виде.

0,000006 =	5400000 =	0,009 =
0,0000002 =	2000000 =	$71 \cdot 10^3 =$
48900 =	0,0000009 =	$0{,}63 \cdot 10^{-4} =$
$33 \cdot 10^{-3} =$	0,000216 =	$0{,}15 \cdot 10^{-2} =$

2) Запишите цифрами числа, представленные в стандартном виде.

$8{,}9 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^5$	$8{,}04 \cdot 10^2$
$2{,}66 \cdot 10^4$	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	$7{,}75 \cdot 10^{-1}$	$8{,}3 \cdot 10^7$
$9{,}5 \cdot 10^7$	$1{,}71 \cdot 10^7$	$4{,}9 \cdot 10^{-3}$	$3{,}8 \cdot 10^2$
$7{,}5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^0$	$8{,}4 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-5}$

3) Выполните сложение и вычитание чисел, представленных в стандартном виде.

$(1{,}2 \cdot 10^5) + (5{,}35 \cdot 10^6) =$

$(6{,}91 \cdot 10^2) + (2{,}4 \cdot 10^3) =$

$(9{,}70 \cdot 10^6) + (8{,}3 \cdot 10^5) =$

$(3{,}67 \cdot 10^{-2}) - (1{,}6 \cdot 10^{-1}) =$

$(8{,}41 \cdot 10^{-5}) - (7{,}9\ \ 10^{-6}) =$

$(1{,}33 \cdot 10^{-5}) - (4{,}9 \cdot 10^{-4}) =$

4) Выполните умножение и деление чисел, представленных в стандартном виде.

$(4{,}3 \cdot 10^8) \cdot (2 \cdot 10^6) =$

$(6 \cdot 10^3) : (1{,}5 \cdot 10^{-2}) =$

$(1{,}5 \cdot 10^2) : (8 \cdot 10^{-1}) =$

$(1{,}2 \cdot 10^{-1}) \cdot (4{,}5 \cdot 10^{-3}) =$

5) Вычислите.

a) $\dfrac{7{,}8 \cdot 10^3}{1{,}3 \cdot 10^4} =$

b) $\dfrac{8{,}1 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^2} =$

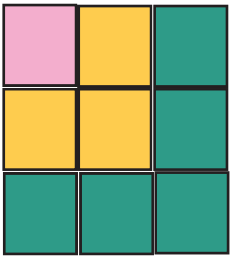
c) $\dfrac{6{,}48 \cdot 10^5}{(2{,}4 \cdot 10^4) \cdot (1{,}8 \cdot 10^{-2})} =$

d) $\dfrac{(1{,}2 \cdot 10^{-4}) \cdot (9 \cdot 10^7)}{5{,}4 \cdot 10^{-2}} =$

Урок 17-18. Стр. 32-33 учебника. Обобщающие задания. 2 часа

Решаются задачи, где нужно вычислить квадратные корни. Эти задания охватывают следующие навыки: различает рациональные и иррациональные числа, сравнивает их, вычисляет корень из произведения, частного и степени, упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

Задания на самооценивание выполняются после 5-7 минутного обсуждения в классе. Обсуждаются вопросы, задаваемые учениками. После этого задания выполняются самостоятельно.



У.9. Если внимательно рассмотреть рисунок, то можно увидеть, что $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$.
Если захотим продолжить, то ,
$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$ и т.д.
Обобщив, узнаем следующее
$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ldots\ldots + (2n - 1) = n^2$, а это было известно еще математикам, жившим очень давно.
Т.о. сумму нечетных чисел от 1 до заданного числа можно представить как квадрат натурального числа.
Следовательно, возраст учителя Лалы по математике может быть равен квадрату некоторого числа (за исключением детского и пенсионного возраста) $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$

У.10. а) Если $b + \sqrt{b} - 3 = 0$, то найдите значение выражения $2b^2 - 14b + 1$

$$b + \sqrt{b} - 3 = 0 \Rightarrow \sqrt{b} = 3 - b \Rightarrow (\sqrt{b})^2 = (3 - b)^2 \Rightarrow$$
$$b = 9 - 6b + b^2 \Rightarrow b^2 - 7b + 9 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 14b + 18 = 0$$

Отсюда получаем, что $2b^2 - 14b + 1 = -17$.

b) Если $a + b = 2\sqrt{6}$, $ab = 2$, то найдите $|a - b|$.

Т.к. $|a - b|^2 = (a - b)^2$, то $|a - b| = \sqrt{(a - b)^2} = \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = \sqrt{(a + b)^2 - 4ab} =$
$= \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 4 \cdot 2} = \sqrt{24 - 8} = \sqrt{16} = 4$.

У.17. При решении данного задания надо особое внимание обратить на то, насколько правильно учащиеся могут выражать и записывать подкоренное выражение в виде определенного квадрата и правильно применять формулу квадратного корня из степени, применять понятие абсолютного значения числа.

d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 + 2\cdot2\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 2\cdot2\sqrt{3}} =$
$= \sqrt{2^2 + 2\cdot2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} - \sqrt{2^2 - 2\cdot2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} =$
$|2 + \sqrt{3}| - |2 - \sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

У.18. а) $(\sqrt{2} - 1)^{-2} + (3 + 2\sqrt{2})^{-1} = \dfrac{1}{(\sqrt{2} - 1)^2} + \dfrac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + \dfrac{1}{3 + 2\sqrt{2}} =$

по определению степени с целым отрицательным показателем

$= \dfrac{3 + 2\sqrt{2}}{(3 - 2\sqrt{2})\cdot(3 + 2\sqrt{2})} + \dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})\cdot(3 - 2\sqrt{2})} = \dfrac{3 + 2\sqrt{2}}{9 - 8} + \dfrac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} =$

числитель и знаменатель каждой дроби умножаются на сопряженные выражения

упрощение

$= 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$

Рабочий лист №5

Навыки	Выполняет заданные примеры и записывает ещё 2 примера	При затруднении воспользуйтесь повторением следующих заданий.	Результат
Находит квадратный корень числа, которое является полным квадратом	$\sqrt{3600} =$ $\sqrt{4^2+33} =$	Стр.8-9, № 1 - 6	
Находит приблизительное значение квадратного корня	$\sqrt{38} \approx 6{,}16$	Стр .16, №22- 23	
Находит корень из произведения и частного	$\sqrt{12}\cdot\sqrt{75} =$; $\dfrac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}} =$	Стр .21-22, №1-8	
Упрощает выражения, содержащие квадратные корни	$3\sqrt{2}(2-5\sqrt{32})-2\sqrt{18} =$	Стр .25-26, №1-13	

№	Критерии оценивания	Примечание
1.	Находит квадратный корень из неотрицательных чисел	
2.	На примерах показывает, что действие возведения в квадрат и нахождение квадратного корня являются взаимно обратными действиями	
3.	Представляет на примерах , что любое рациональное число можно представить в виде $\frac{m}{n}$ и, что любое иррациональное число представить в таком виде невозможно	
4.	Определяет приблизительное расположение точки, соответствующей иррациональному числу	
5.	Сравнивает иррациональные числа	
6.	Находит корень из произведения и частного для положительных чисел	
7.	Представляет различные методы освобождения знаменателя от иррациональности	
8.	Упрощает выражения, содержащие квадратные корни	
9.	Решает задачи, связанные с квадратными корнями	
10.	Находит численное значение выражений, применяя свойства степени с целым показателем.	
11.	Записывает числа в стандартном виде.	

Урок 19. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Сколько чисел являются иррациональными? $2\sqrt{9}$; 1,2(3); $\frac{1}{3}$; $\sqrt{3}$; $(\sqrt{2})^2$; π; 0,(1)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2. Вычислите: $(2\sqrt{0,25})^2 - \sqrt{2\frac{1}{4}}$

3. Какое выражение не имеет смысла?

A) $-\sqrt{25}$ B) $\sqrt{(-5)^2}$ C) $\sqrt{-4\cdot(-25)}$ D) $\sqrt{-25^2}$

4. Установите соответствие.

1. $\sqrt{8} - 3$
2. $\sqrt{5} - 2$
3. $\sqrt{1\frac{7}{9} - 1\frac{1}{3}}$

A) положительное число

B) отрицательное число

C) равно нулю

D) рациональное число

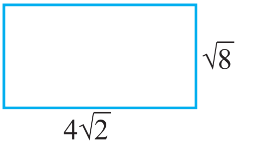
5. Упростите выражение $\sqrt{a^2} + 2a$ при $a < 0$

A) a B) 0 C) $-a$ D) $3a$

6. Между какими двумя последовательными числами находится число $\sqrt{19}$?

A) 3 и 4 B) 5 и 6 C) 2 и 3 D) 4 и 5

7. Дан прямоугольник со сторонами $\sqrt{18}$ и $\sqrt{2}$.



1) Найдите периметр и площадь данного прямоугольника.

2) Сравните площади данного прямоугольника и квадрата, периметр которого равен периметру данного прямоугольника. Что и на сколько больше?

3) Сравните периметр данного прямоугольника и квадрата, площадь которого равна площади данного прямоугольника.

8. Выразите $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ через a, если $\sqrt{5} - \sqrt{3} = a$.

9. Установите соответствие.

1. $a > b$ 2. $a < b$ 3. $a = b$

A) $a = \sqrt{16+9}$, $b = \sqrt{16} + \sqrt{9}$

B) $a = \sqrt{25-9}$, $b = \sqrt{25} - \sqrt{9}$

C) $a = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, $b = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

D) $a = 4\sqrt{\frac{1}{2}}$, $b = 2\sqrt{2}$

10. Расположите числа в порядке возрастания: $2\sqrt{5}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{23}$, $2\sqrt{3}$, $8\sqrt{0{,}25}$

11. Найдите значение выражения $\sqrt{8+2a}$, при $a = 8{,}5$.

12. Вычислите: $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 6\sqrt{2} - \sqrt{98}$

13. Найдите значение выражения: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

A) 1 B) –1 C) 3 D) –2

14. Какое высказывание верно?

A) Каждое иррациональное число можно представить в виде периодической десятичной дроби

B) Сумма двух иррациональных чисел всегда иррациональное число

C) Каждое рациональное число можно представить в виде конечной десятичной дроби

D) Сумма двух иррациональных чисел может быть рациональным числом

15. Найдите значение выражения, освободив от иррациональности знаменатель каждой дроби.

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

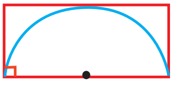
16. Вычислите: $\sqrt{\dfrac{46^2-18^2}{28}}$

A) 8 B) $2\sqrt{7}$ C) $7\sqrt{2}$ D) 32

17. Вычислите сумму: $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 1

18. Площадь полуокружности на рисунке равна 54м^2.
Найдите площадь прямоугольника. Примите $\pi \approx 3$.



A) 72 м^2 B) 36 м^2 C) 64 м^2 D) 81 м^2

19. Найдите значение выражения $x^2 - y^2$, если $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$,

20. Найдите значение выражения $\dfrac{3^{-5} \cdot (3^{-4})^3}{(3^5)^{-3} \cdot 3^{-3}}$.

21. Установите соответствие.

1. 0, 00012
2. 0, 00008
3. $5 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-8}$

A) порядок –4
B) порядок –3
C) значащая часть – 4
D) порядок –5

22. 1 миля приблизительно равна 1,6 км. Что из следующих не является выражением 4500 миля в километрах?

A) $7{,}2 \cdot 10^4$ B) $72 \cdot 10^3$ C) 72 000 D) 7 200

23. Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^{-16}) : (4 \cdot 10^{-12})$ и запишите его в стандартном виде.

A) $5 \cdot 10^{-4}$ B) $5 \cdot 10^{-3}$ C) $5 \cdot 10^4$ D) $5 \cdot 10^{-5}$

2. Теорема Пифагора

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часо	Учебник стр.
3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов	20-21	Теорема Пифагора	2	34-37
	22-26	Применение теоремы Пифагора	5	38-44
	27	Обобщающие задания	1	45
	28	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	9	

Урок 20 - 21. Стр. 34-37 учебника. Теорема Пифагора. 2 часа

Содержательный стандарт. 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов

Навыки учащегося: -находит третью сторону прямоугольного треугольника, зная две другие стороны;
- демонстрирует понимание факта Пифагоровых трек на примерах

1-ый час. Мотивация. Выполняют практическое занятие из учебника. При этом учащиеся выполняют задания группами. Обобщаются полученные результаты. Учащиеся выявляют, что площадь квадрата со стороной c, вырезанного из 2-го картона, равна сумме площадей квадратов со сторонами a и b, вырезанных из первого картона со стороной $a + b$ и записывают равенство $c^2 = a^2 + b^2$. На 4-ом шаге по рисунку видно, что c является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами a и b. Рекомендуется заранее подготовить плакаты с рисунками прямоугольного треугольника и теоремой Пифагора в виде формулы или словесно.

Обучение. Обобщаются результаты практической работы, зачитываются формулы на плакате. Ещё раз отмечается большое практическое значение теоремы Пифагора.

У.1. и У.2. В заданиях каждый учащийся должен по заданным значениям двух сторон найти значение неизвестной стороны прямоугольного треугольника.

У.3. Дано: ΔABC

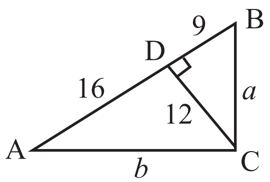
$\angle C = 90^0$

$CD \perp AB$

$CD = 12, BD = 9, AD = 16$

$AC = b = ?$

$BC = a = ?$



a) По теореме Пифагора из Δ BCD имеем
$BC^2 = CD^2 + BD^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225, \qquad BC = 15$
По теореме Пифагора из Δ ACD имеем
$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400, \qquad AC = 20$

b) В Δ ABC по теореме Пифагора должно выполняться равенство
$AB^2 = AC^2 + BC^2$, $AB = AD + DB = 16 + 9 = 25$
$AC = 20, \qquad BC = 15, \qquad 25^2 = 20^2 + 15^2$, $625 = 625$ равенство верно

У.4. В данном задании рекомендуется, чтобы каждый учащийся самостоятельно доказал теорему Пифагора в виде двухстолбчатой таблицы. Каждый шаг представляется в математической форме.

2-ой час. На этом уроке дается информация о теореме, обратной для теоремы Пифагора и Пифагоровых тройках. Доказательство обратной теоремы представлено в заданиях следующих уроков. Здесь особое внимание направлено на определению. Пифагоровых троек.

Моменты, требующие особого внимания! Если числа a, b, c - Пифагоровы числа, тогда отрезки длиной ak, bk, ck так же составляют прямоугольный треугольник. Действительно, $(ak)^2 + (bk)^2 = k^2a^2 + k^2b^2 = k^2(a^2+b^2) = k^2 \cdot c^2 = (kc)^2$

У.11 При выполнении этого задания надо рассмотреть 2 случая. В 1-ом случае 7 и 10 являются катетами, тогда длина гипотенузы находится так $c = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$

Во 2-ом случае один из катетов - 7, а гипотенуза - 10. Тогда $b = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{51}$

У.12 Как проверить перпендикулярность фонарного столба поверхности земли? Если столб перпендикулярен поверхности земли, то прикрепив веревку длиной 5 м к вершине столба, получим, что расстояние от конца веревки до точки, где столб вкопан в землю, при любом случае будет равно:

$b = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{16} = 4$ м. Если это расстояние будет больше или меньше 4 м, то значит столб не перпендикулярен поверхности земли.

Урок 22-26. Стр. 38-44 учебника. Применение теоремы Пифагора. 4 часа

Содержательный стандарт. 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов

Навыки учащегося:
- применяет теорему Пифагора для решения практических задач;
- выполняя измерения, определяет прямой угол;
- решает задачи, применяя свойства особых прямоугольных треугольников;
- решает задачи, применяя обратную теорему Пифагора;
- выполняются прикладные задания из учебника.
- по заданным сторона проводит классификацую треугольников по углам;

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №1

Выполняются задания из учебника прикладного характера.
Исследуются пифагоровы тройки. Учащиеся должны понять, что треугольник, строны которого равны данным числам, является прямоугольным.

У.1. Дано $\Delta\,PQS$

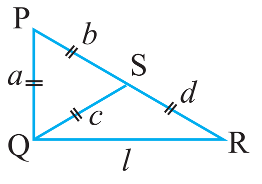
$a = b = c = d$

1) Докажите

$\angle\,PQR = 90^0$

2) при $a = 1$

$l = ?$



Решение: $\Delta\,PQR$ равносторонний треугольник

$\angle\,PQS = \angle\,QPS = \angle\,PSQ = 60^0$

Тогда $\angle\,QSR = 120^0$ (в $\Delta\,QSR$ внешний угол при вершине S равен 60^0)

$\angle\,SQR = \angle\,SRQ = (180^0 - 120^0) : 2 = 30^0$ ($\Delta\,QSR$ - равнобедренный)

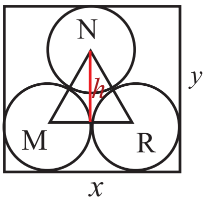
Таким образом получаем, $\angle\,PQR = \angle\,PQS + \angle\,SQR = 60^0 + 30^0 = 90^0$

2) Так как $a = 1$, то $b = d = 1$.

PQ = a = 1. Так как PR = $b + d = 2$, то из $\Delta\,PQR$ по теореме Пифагора имеем:

$$l = QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

У.4. Диаметр каждого мяча 6 см. По рисунку



$\Delta\,MNR$ равносторонний.

MN = NR = MR = 3 + 3 = 6 см.

По теореме Пифагора найдём высоту h

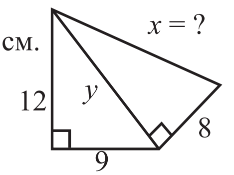
$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ м}$$

Длина касательной, проведенной к стороне, обозначенной через x, равна диаметру двух шаров: $x = 6 + 6 = 12$ см. Для того, чтобы найти длину стороны y, найденное выше значение h увеличим на удвоенное значение радиуса $y = 3\sqrt{3} + 6$. Получили $x \neq y$. Следовательно, основание коробки не имеет квадратную форму.

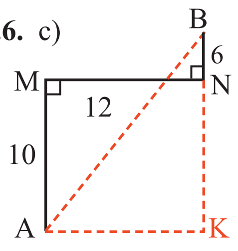
У.5 а) Гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 12 см равна $y = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$, тогда для стороны y гипотенуза x равна.

$$x = \sqrt{y^2 + 8^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$$

Т.е. неизвестные стороны треугольников равны 15 см и 17 см.



У.6. с)



По рисунку найдем AB.

Проведем AK || MN, BK || AM

В $\Delta\,ABK$

AK = MN = 12

BK = BN + NK = BN + AM = 6 + 10 = 16

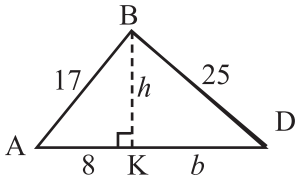
$$AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$$

У.9 2) Если Пифагоровы тройки будут $x, y, y + 1$, тогда:

$x^2 + y^2 = (y + 1)^2$ $\qquad$ $x^2 + y^2 = y^2 + 2y + 1$

$x^2 = 2y + 1$ $\qquad$ $x^2 = y + y + 1$

Т.е. в этом случае квадрат 1-го члена тройки равен сумме двух других чисел.



У.10. 2) По теореме Пифагора

Из Δ ABK $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$

Из Δ BKD

$KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$

AD= AK + KD = 8 + 20 = 28 и периметр ABD равен

P = AB + BD + AD = 17 + 25 + 28 = 70.

2-ой час. Решение задач на применение теоремы Пифагора. Вместе с учащимися выполняется исследование вида треугольника в зависимости от длины сторон.

Моменты, требующие особого внимания:

Если стороны удовлетворяют равенству $a^2 + b^2 = c^2$, то этот треугольник прямоугольный, в противном случае он либо остроугольный, либо тупоугольный.

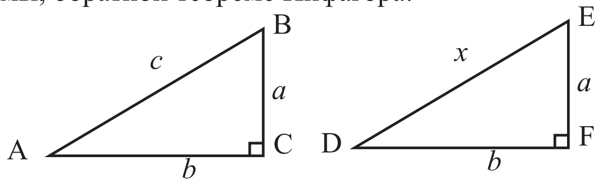
У.12. b) Так как $\angle C = 90°$, то $AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$. Значит, так как $\angle C > 90°$, то должно быть $AB > 13$. Сдругой стороны из неравенстватреугольника $AB < 12 + 5$, т.е. должно быть $AB < 17$. Значит, $13 < AB < 17$. Длина стороны AB может принимать следующие целые значения 14; 15; 16.

У.13. Доказательство теоремы, обратной теореме Пифагора:

Дано:

Δ ABC, $c^2 = a^2 + b^2$

Доказать: $\angle C = 90°$



Начертим прямоугольный треугольник DEF с катетами, равными a и b DEF и обозначим гипотенузу через x.

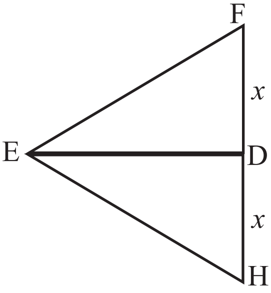
1. $x^2 = a^2 + b^2$	1. В Δ DEF по теореме Пифагора
2. $c^2 = a^2 + b^2$	2. Дано
3. $c = x$	3. Свойство транзитивности равенства
4. Δ ABC ≅ Δ DEF	4. Δ-ки конгруэнтны по признаку CCC
5. $\angle C = 90°$	5. В конгруэнтных Δ-ках соответствующие углы конгруэнтны $\angle C \cong \angle F$
6. Δ ABC прямоугольный треугольник	6. Так как угол C прямой

3-ий час. Исследуются зависимости между сторонами и углами в особых видах прямоугольных треугольников.

Моменты требующие особого внимания. На практике довольно часто встречаются равнобедренные прямоугольные треугольники с углами $45°; 45°; 90°$ и прямоугольные треугольники с углами $30°; 60°; 90°$. Поэтому необходимо знать отношения между сторонами в этих особых случаях.

У.20. 2) Дано:
$\angle E = 30°$ $\angle D = 90°$

Докажите: гипотенуза в 2 раза больше меньшего катета, больший катет в $\sqrt{3}$ раза длиннее



Для Δ EFD построим конгруэнтный Δ EHD

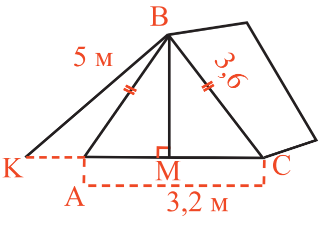
Т.к. Δ EFH равносторонний, то $EF = EH = FH = 2x$

По теореме Пифагора

$ED = \sqrt{EF^2 - FD^2} = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = x\sqrt{3}$.

Значит, $FD : ED : EF = 1 : \sqrt{3} : 2$. Теорема доказана

4-ый час. У.25. Т.к. $AB = AC$, $BM \perp AC$, то $AM = MC = 1{,}6$ м. $AB = 3{,}6$. Тогда из Δ ABM имеем



$BM^2 = AB^2 - AM^2 = 3{,}6^2 - 1{,}6^2 =$

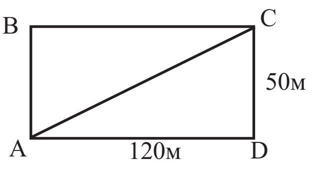
$= (3{,}6 - 1{,}6)\,(3{,}6 + 1{,}6) = \;=2 \cdot 5{,}2 = 10{,}4$

Из ΔKBM $KM = \sqrt{KB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - 10{,}4} =$

$= \sqrt{25 - 10{,}4} = \sqrt{14{,}6} \approx 3{,}82$ м

Самое близкое расстояние до палатки: $KA = KM - AM = 3{,}82 - 1{,}6 \approx 2{,}2$ м

У.27. Если размеры парка 90×120, тогда длина диагонали $AC = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150$ м.



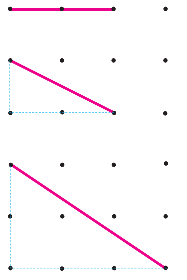
Если Эльчин идет со скоростью $\upsilon = 1{,}5$ м/сек, то для того, чтобы пройти по диагонали от одного угла до другого, потребуется $t_1 = \dfrac{150}{1{,}5} = 100$ сек.

Длина периметра парка равна $P = 2 \cdot (90 + 120) = 420$ м и Эльчин проходит этот путь за $t_2 = \dfrac{420}{1{,}5} = 280$ сек.

$$t_2 - t_1 = 280 - 100 = 180 \text{ сек} = 3 \text{ минут.}$$

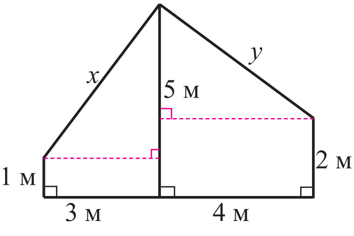
5-ый час. Решаются задачи, в которых не пользуясь линейкой требуется найти длину отрезка, изображенного на листе в клетку, Так же решаются задачи на построение отрезков заданной длины.

Особое внимание надо уделить умению учащихся изображать на листе бумаги в клетку по отрезку, равному гипотенузе, прямоугольный треугольник. Ученик, считая клетки находит длины катетов и по теореме Пифагора вычисляет длину гипотенузы.

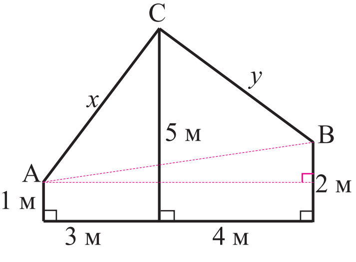


У.32. а) Если длину каждой клетки на листе принят за единицу, то можно отчетливо увидеть, что длина первого отрезка равна 2 единицам. Тогда длины второго и третьего отрезков можно найти, применяя теорму Пифагора: $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$; $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
b) Пострить треугольник из отрезков длины которых равны 2; $\sqrt{5}$; $\sqrt{13}$ возможно, так как они удовлетворяют неравенству треугольника: $\sqrt{13} < 2+\sqrt{5}$.
c) Так как $2^2+(\sqrt{5})^2 = 4+5 = 9 < (\sqrt{13})^2$, то треугольник, построенный из данных отрезков тупоугольный.

У.33. Данное задание дает возможность лучше понять сущность построения отрезков, длины которых равны $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$, представленных на рисунках в учебнике. Учащимся предлагается вновь построить их в тетрадях.



У.34. 1) На схеме рисунка конструкции проведем вспомогательные линии. По теореме Пифагора длина каждой из двух балок равна 5 метров: $x = y = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ (м)



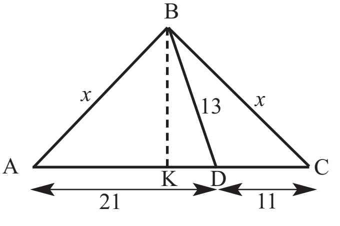
2) Из схмы 2-го рисунка $AB = \sqrt{(3+4)^2+1^2} = \sqrt{50}$.
Согласно предыдущему пункту AC = BC = 5. Как видно, справедливо равенство $AC^2 + BC^2 = AB^2$.
Т.е. угол между балками равен 90°.
3) Длины всех железных балок конструкции 25 м (1 + 3 + 4 + 2 + 5 + 5 + 5). По условию, надо вычислить сколько всего метров будет использовано, если будет потеряно 2% материала, т.е. надо найти число 98% которого равно 25:
$25 \cdot 100 : 98 \approx 26{,}01$ (м)

У.35. Данное задание рекомендуется объяснить при помощи коллективного обсуждения. Дается информация о спирали Теодора.

У.36. В данном задании при решении используется спираль Теодора. Учащиеся, последовательно применяя теорему Пифагора вычисляют длины требуемых сторон.

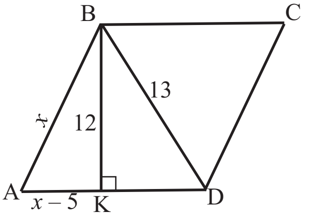
Урок 27. Стр. 45 учебника. Обобщающие задания. 1 час.

У.3 4) В ΔABC введем обозначения как показано на рисунке и проведем высоту BK. Так как $AC = AD + DC = 21 + 11 = 32$, то $AK = KC = 16$. Тогда $KD = KC - DC = 16 - 11 = 5$. Из ΔBKD по теореме Пифагора $BK = \sqrt{BD^2 - KD^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$.



Тогда из ΔABK по теореме Пифагора получим: $AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$.

У.6 По данным рисунка найдем сторону ромба. Введем обозначения, как показано на рисунке. Из ΔBKD по теореме Пифагора получим,
$KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$
Обозначим строну ромба через x.
$AB = x$, $AK = x - 5$.Из ΔABK по теореме Пифагора можем написать: $x^2 = (x - 5)^2 + 12^2$.
Отсюда $x = 16{,}9$.

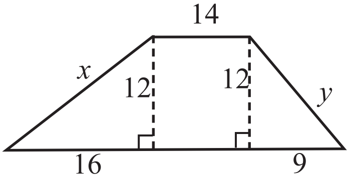


У.7. Классифицируйте треугольник по углу при заданных сторонах

1) $a = 4$ $\quad a^2 + b^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 < 7^2$
$b = 4$ $\quad a^2 + b^2 < c^2$
$c = 7$ Т.е. треугольник со сторонами 4; 4; 7 - тупоугольный треугольник

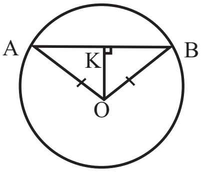
3) $a = 20$ $\quad a^2 + b^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 = 25^2 > 21^2$
$b = 15$ $\quad a^2 + b^2 > c^2$ остроугольный треугольник
$c = 21$

У.9. По данным найдите периметр трапеции
Найдем боковую сторону трапеции
$x = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$, $\quad y = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$
$P = 20 + 14 + 15 + 14 + 9 + 16 = 88$ мм



У.10
Дано:
$AB = 12$ см
$OK \perp AB$
$OK = 8$ см
$R = ?$

Обозначим центр окружности точкой O и соединим эту точку с точками A и B.
$R = OA = OB$
Так как ΔAOB равнобедренный, то высота OK является также и медианой.



$$AK = KB = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Из ΔAOK по теореме Пифагора находим:

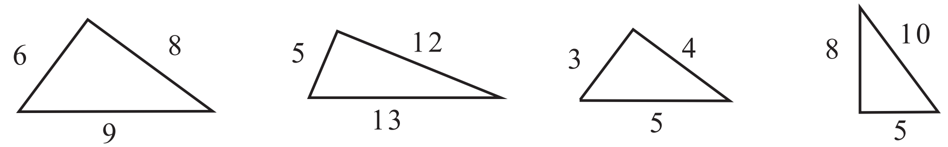
$$AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Ответ: $R = 10$ см

Рабочий лист №1
Теорема Пифагора

Имя________________ Фамилия___________________ Дата____________

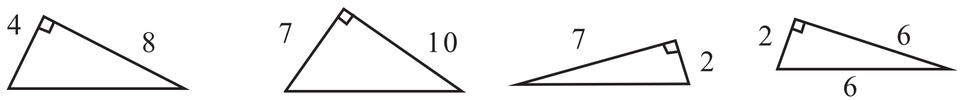
1) Являются ли треугольники на рисунке прямоугольными?



2) Какие из следующих троек являются пифагоровыми тройками? Для каждой пифагоровой тройки запишите еще две тройки.

5, 12, 13 8, 15, 17 7, 24, 25 6, 7, 15

3) Найдите приблизительное значение третьей стороны прямоугольного треугольника с точностью до десятых



4) Решите задачу, выполнив соответствующий рисунок:

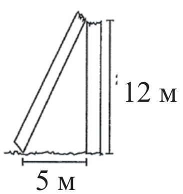
а) Лестница длиной 13 м находится на расстоянии 5 м от стены. На какой высоте лестница приставлена к стене?

b) Найдите длину лестницы, если она находится от стены на расстоянии 5 м и касается стены на высоте 10 м

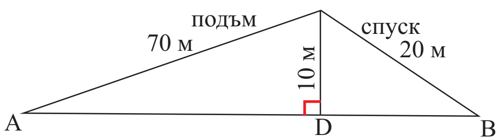
с) Лестница длиной 15 м касается стены на высоте 12 м. На каком расстоянии находится лестница от стены?

5) Представьте себе, что отрезок, соединяющий точки А и В, проходит через озеро. Для того чтобы обойти озеро, надо пройти 560 км на север и 420 км на восток. На сколько меньше был бы ваш путь, если бы вы шли напрямую?

6) Ветка дерева сломалась и приняла положение, показанное на рисунке. По данным рисунка найдите высоту дерева. Ответ округлите до десятых.



7) По данным рисунка найдите расстояние между точками А и В по прямой. Ответ округлите до десятых.



Самооценивание

Имя ______________________ Дата __________

Фамилия ______________________

Понимаю задание

Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу

Знаю как выполнить задание, но не уверен в результатах некоторых вычислений

Понимаю задание и могу решить его

Навыки				
Определяет прямоугольный треугольник по заданным сторонам				
Находит неизвестные стороны прямоугольного треугольника по теореме Пифагора				
Решает задачи с пифагоровыми тройками				
Применяет теорему Пифагора при решении задач в реальных жизненных ситуациях				

Примечание. Поставьте знак √ в ячейку, соответствующую вашему ответу

Критерии суммативного оценивания по разделу

Имя ______________________ Дата __________

Фамилия ______________________

№	Критрии оценивания	Примечание
1.	Применяет теорему Пифагора при решении практических задач	
2.	Применяет Пифагоровы тройки при решении практических задач	

Урок 28. Суммативное оценивание по разделу

1. Какие числа составляют Пифагоровы тройки ?

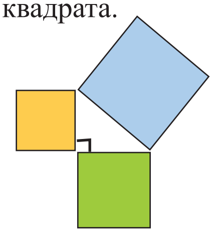
A) $\{0,8; 0,6; 1\}$ B) $\{12; 16; 20\}$ C) $\{1; 2; \sqrt{5}\}$ D) $\{3; 6; 7\}$

2. Какие тройки выражают стороны прямоугольного треугольника?
A) $\{2; 3; 4\}$ B) $\{6; 7; 8\}$ C) $\{9; 10; 11\}$ D) $\{3; 6; 3\sqrt{5}\}$

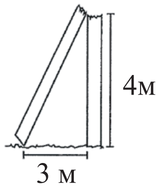
3. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 1,5 см и 2 см

4. Установите соответствие. a, b - катеты прямоугольного треугольника, P - периметр.
1. $a = 5$ см, $b = 12$ см 2. $a = 9$ см, $b = 12$ см 3. $a = 8$ см, $b = 15$ см
A) P = 36 см B) P = 30 см C) P = 32 см D) P = 40 см

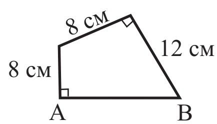
5. Общая площадь квадратов на рисунке 200 м^2. Найдите площадь большего квадрата.



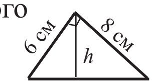
6. Столб разломался и принял положение, показанное на рисунке. По данным рисунка найдите высоту столба.



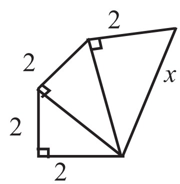
7. Найдите расстояние между точками A и B
A) 10 B) 8 C) 14 D) 12



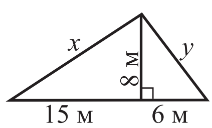
8. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 см и 8 см. На какие отрезки делит гипотенузу высота, проведенная из вершины прямого угла?
A) 3, 6 и 6,4 B) 5 и 5 C) 4 и 6 D) 2 и 8



9. По рисунку найдите x:
A) 6 см B) 10 см C) 4 см D) 8 см



10. На рисунке показана конструкция, которая использовалась при сборке спортивного зала.
1) Найдите длину железных балок x и y конструкции.
2) Определите вид угла между этими балками.
3) Сколько всего метров железных балок использовано для сборки конструкции, если при работе теряется 4% материала. Результат округлите до сотых.



3. Квадратные уравнения

Содержательные стандарты	№ урока	Тема	Количество часов	Стр. учебника
1.2.5.Применяет при решении различных задач свойства отношений и пропорций, формулы процента. 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации 2.2.2. Решает квадратное уравнение 2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции 4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определенные инструменты для измерения 4.2.1.Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его	29-30	Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения	2	47-49
	31-33	Решение квадратных уравнений методом разложения на множители	3	50-54
	34	Решение квадратных уравнений методом выделения полного квадрата	1	55-56
	35-36	Решение квадратных уравнений графическим методом	2	57-58
	37-39	Решение квадратных уравнений. Формула корней квадратного уравнения	3	59-62
	40-41	Теорема Виета	2	63-65
	42-44	Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям. Решении задач с помощью квадратных уравнений	3	66-68
	45-46	Обобщающие задания	2	69-70
	47	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	Всего:		**19**	

Урок 29-30. Стр. 47-49 учебника. Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. 2 часа.

Содержательный стандарт. 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.
2.2.2. Решает квадратное уравнение.
2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

Навыки учащегося:
- упрощает выражения, входящие в уравнение и приводит его к виду $ax^2 + bx + c = 0$;
- демонстрирует понимание понятий неполное квадратное уравнение и приведенное квадратное уравнение при помощи примеров;
- решает неполное квадратное уравнение;
- составляет квадратное уравнение вида $ax^2 + b = 0$ для решения задач, соответствующих реальным жизненным ситуациям ;
- решает задачи, используя зависимость между путем и временем свободно падающего тела.

Изучаются общий вид квадратного уравнения, приведенное квадратное уравнение, коэффициенты и т.д. Используя задания в учебнике, учащиеся составляют квадратные уравнения. Практическое занятие дает возможность пронаблюдать изменение переменной согласно формуле $h = -4{,}9t^2 + h_0$.Число 4 показывает высоту, на которой находится мяч в начальный момент, а также является высотой скольжения. Исследуется решение уравнения вида $ax^2 + b = 0$. Выявляется факт, что при решении данного уравнения появляется необходимость вычислять квадратный корень. При помощи квадратных уравнений можно решить большой спектр задач из реальной жизни. В качестве примера можно привести достаточно много геометрических задач. Например, движение по вертикали (движение тела, брошенного вертикально вверх или свободно падающего тела) и т д. Ниже приводится решение некоторых задач и методические рекомендации, на которые нужно обратить внимание.

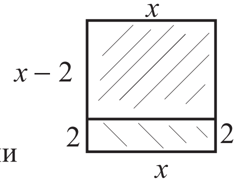
2-ой час. У.7 а) $2x^2 + (k-2)x - (k+6) = 0$

Чтобы квадратное уравнение было неполным, хотя бы один из указанных - второй коэффициент или свободный член, должен равняться нулю. Нет такого значения *k,* которое превращает в нуль сразу оба коэффициента. Поэтому, нулю должен быть равен или второй коэффициент, или свободный член. В результате обсуждения ученики делают такой вывод:

1) $k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2$ 2) $-(k + 6) = 0 \Rightarrow k = -6$

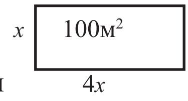
1) При $k = 2$ получаем уравнение $2x^2 - 8 = 0$. Корни: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$.
2) При $k = -6$ получаем уравнение $2x^2 - 8x = 0$. Корни: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$.

У.11. Дано: сторона квадрата x, стороны оставшейся части равны x и $x-2$
Что надо найти? Стороны квадрата.



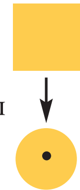
$S_{кв}=x^2$, $S_{полосы}= 2x$
$S_{ост.} = x(x-2)$
По условию, $S_{ост.} = 2 \cdot S_{полосы} \Rightarrow x(x-2) = 2 \cdot 2x$
$x^2-2x = 4x$; $x^2 - 6x = 0$; $x(x-6) = 0$, так как по смыслу задачи $x \neq 0$, получаем, что $x - 6 = 0$. Отсюда $x = 6$.

У.12. 2) Если ширину прямоугольника обозначить через x, тогда длина будет $4x$. Площадь прямоугольника будет равна $x \cdot 4x = 100$, $x^2 = 25$, $x = \pm 5$; $x = 5$. Т.е. ширина прямоугольника равна 5 м, а длина $4 \cdot 5 = 20$ м. Тогда периметр будет равен $P = 2(20 + 5) = 50$ м



3) $S = 16\pi$ см; $S = \pi R^2$; $R = ?$ $16\pi = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = 16 \Rightarrow R = 4$ см

У.13-2) Площадь квадрата со стороной a равна a^2, площадь круга радиусом r вычисляется по формуле πr^2.



$\pi r^2 = a^2; r = \dfrac{a}{\sqrt{\pi}}$ При выполнении данного задания рекомендуется, чтобы результаты каждого шага учащиеся представляли в устной форме.

В учебника даны задачи на движение тела в вертикальном направлении. Движение свободно падающего тела происходит за очень маленький промежуток времени. Для парашютиста, прыгуна в воду, свободно падающего тела эти секунды имеют исключительно важную роль. Поэтому такого типа задания широко представлены в данной теме.

У.14 Данное задание учащиеся могут исследовать при помощи графика. Это может быть подготовкой для будущих уроков.

Решается уравнение $-4{,}9t^2 + 60 = 0$; $-4{,}9t^2 + 120 = 0$; $-4{,}9t^2 + 250 = 0$. При этом отмечается, что время может отмечаться только положительным числом

Урок 31-33. Стр. 50-54 учебника. Решение квадратных уравнений методом разложения на множители. 3 часа.

Содержательный стандарт. 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.2. Решает квадратное уравнение.
2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.
4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определенные инструменты для измерения
4.2.1.Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его

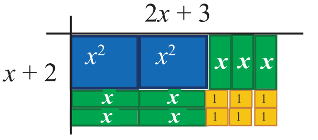
Навыки учащегося:
- разлагает квадратный трехчлен на множители при помощи алгебраических карт или соответствующих рисунков;
- используя условие $mn = c$, $m + n = b$, разлагает квадратный трехчлен на множители
- решает квадратное уравнение, применяя различные методы разложения на множители;
- решает задачи при помощи квадратного уравнения используя метод разложения на множители.

1-ий час У.1. Для решения этой задачи рекомендуется обратить внимание на следующие моменты.

1) в произведение $(x+4)(x+3)$ множители являются сторонами прямоугольника,

2) произведение $(x+4)(x+3)$ или равносильный ему трехчлен $(x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$, выражает площадь прямоугольника со сторонами $x + 4$ и $x + 3$. А значит может выполнить рисунок площади в следующей последовательности.

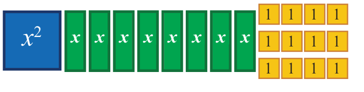
Очень важно научиться раскладывать трехчлен на множители при помощи алгебраических карт. Для этого занятия необходимо вырезать алгебраические карты из цветной бумаги. При этом учащиеся отчетливо видят, что сам трехчлен является выражением для площади, а множители - сторонами. Это формирует умение логического и творческого мышления, так как ему необходимо построить четырехугольник, по принципу сборки пазла.



Площадь является суммой площадей различных алгебраических крат:
$x^2 + x^2 + x + x + x + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2x^2 + 7x + 6$.

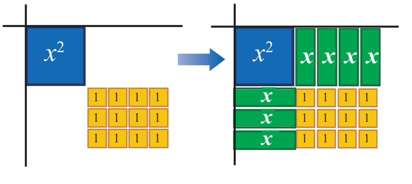
Площадь представлена в виде произведения сторон $(x+2)(2x+3)$.
Это выражение равно $2x^2 + 7x + 6 = (x+2)(2x+3)$.
Рекомендуется решать задачи на постороение моделей при помощи алгебраических карт на каждом уроке. Моделирование может быть организовано в виде работы в группах. Например, в течении 5-и минут члены группы должны создать как можно больше моделей разложения трехчлена типа $ax^2 + bx + c$ на множители. Подводя итог, убедимся, что если алгебраические карты - модели площади разложения трехчлена на множители, то для трехчлена вида $x^2 + \mathrm{b}x + c$ эту модель построить еще проще.

1. Сначала разместите карту x^2
2. Разместите единичные карты, исследуя все возможные варианты.
3. Заполните пустую площадь картами x так, чтобы получился прямоугольник.

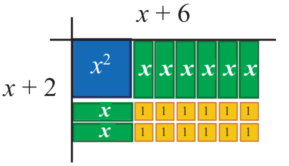


Используя это правило, разложим трехчлен $x^2 + 8x + 12$ на множители, при помощи модели площади.

Сначала разложите карту x^2. Затем 12 единичных карт разложите в виде прямоугольника, размерами 3×4. В этом случае одна карта x останется лишней.

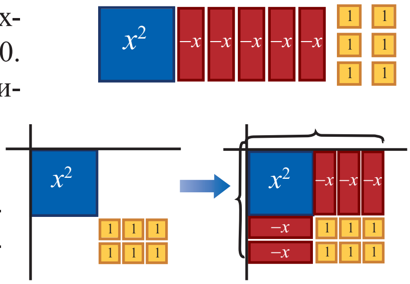


Попробуйте расположить единичные карты в виде прямоугольника 2×6 и после этого разместите 8 карт x. Стороны полученного прямоугольника равны $(x+2)$ и $(x+6)$, в таком случае площадь равна $(x+2)(x+6)$:
$x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$



Аналогичным образом можно разложить трехчлен $x^2 + bx + c$ на множители при $b < 0$, $c < 0$. На рисунке представлено разложение на множители трехчлена $x^2 - 5x + 6$:

$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$



Особое внимание в заданиях **У.2** и **У.3** уделяется процессу выполнения решения всеми учащимися в классе.

Предположения для применения: для того, чтобы произведение двух множителей равнялось нулю, надо, чтобы равнялся нулю хотя бы один из этих множителей

2-ой час. Решение уравнения $x^2 + bx + c = 0$ методом разложения на множители. Вместе с учениками исследуется следующий пример:

$(x+3)(x+4) = x^2 + 3x + 4x + 3\cdot 4 = x^2 + (3 + 4)x + 3\cdot 4 = x^2 + 7x + 12$

В общем виде это можно записать, как $x^2 + \underbrace{(m + n)}\, x + m \cdot n$

$$x^2 + \quad bx \quad + \quad c,$$

$$b = m + n, \quad c = mn.$$

Таким образом, для разложения трехчлена $x^2 + bx + c$ на множители надо найти такие числа m и n, чтобы их сумма была равна b, а произведение - c. Равенство $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ верно только в том случае, если $b = m + n$, $c = mn$

1) если c - положительное число, то m и n имеют одинаковые знаки. Будут ли они положительного или отрицательного знака, зависит от знака b. Например, в уравнении $x^2 - 13x + 12 = 0$ b - отрицательно, а c - положительно. Значит, оба числа m и n отрицательны. Из множителей числа 12 в сумме абсолютное значение 13 могут дать лишь множители 12 и 1. Их знаки должны быть отрицательными

$x^2 - 13x + 12 = (x-12)(x-1)$

2) если знак c отрицателен, то m и n имеют разные знаки. В этом случае какой знак имеет множитель с большим абсолютным значением зависит от b. В уравнении $x^2 - 3x - 40 = 0$ $mn = -40$. Так как b отрицательно, то берём множители -8 и 5: $x^2 - 3x - 40 = (x - 8)(x + 5)$. Если бы уравнение было бы таким: $x^2 + 3x - 40 = 0$, тогда брали бы -5 и 8: $x^2 + 3x - 40 = (x + 8)(x - 5)$.

У.12. Если нарисовать рисунок, соответствующий задаче, то площадь закрашенной части можно найти, сложив различные части. Тогда получится уравнение:

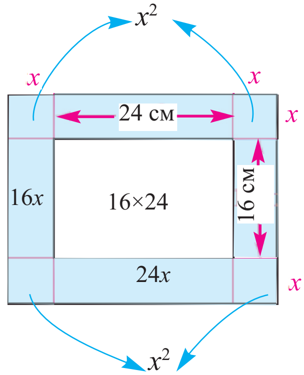
$4\cdot x^2 + 2\cdot 24x + 2\cdot 16x = 276 \Rightarrow$

$4x^2 + 80x = 276 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 20x - 69 = 0$

Числа произведение которых равно -69, а сумма 20 являются 23 и -3. Записав уравнение в виде $(x + 23)(x - 3) = 0$ находим: $x = -23$ или $x = 3$.

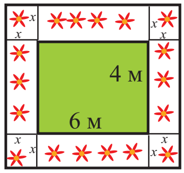
-23 не может быть решением данной задачи.

Значит, ширина полосы равна 3 м.



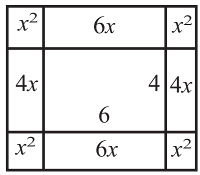
Требуемую площадь можно найти как разность двух площадей.
При этом получится уравнение, приведённое выше
$(16 + 2x)(24 + 2x) – 16 \cdot 24 = 16 \cdot 24 = 276$

У.13. Составим уравнение согласно условию: площадь существующей части цветника равна площади расширенной части. Здесь x показывает ширину цветника.



$4x^2 + 2 \cdot 6x + 2 \cdot 4x = 24$
$4x^2 + 20x – 24 = 0$
$x^2 + 5x – 6 = 0$
$(x + 6)(x – 1) = 0 \quad x = – 6, \ x = 1.$
Ширина полосы цветника равна 1 м.

Оценивание. Проводится оценивание умения решать уравнения вида $x^2 + bx + c = 0$. Для учащихся с низкими способностями к обучению рекомендуется подготовить рабочие листы с простыми уравнениями, которые можно решать разложением на множители. Можно отправить интернет адреса для создания рабочих листов родителям.



3-й час. Обучение. Исследование решения уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$ методом разложения на множители рекомендуется начать с простых примеров. Учащиеся должны представлять разложение трехчлена на множители как стороны прямоугольника.
У.15 и **У.16** Надо обратить внимание на то, чтобы эти задания обучающего типа выполнялись всеми учащимися.
На доске можно записать решение двух уравнений из задания **У.17**

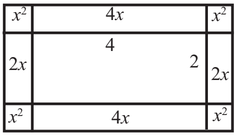
$2x^2 – 3x – 9 = 0$
$5x^2 + 3x + \ 4 = 0$

В 1-ом задании нам надо найти два таких числа, чтобы их произведение было равно $2 \cdot (–9)= –18$, а сумма была равна (–3). Среди множителей числа 18 рассмотрим множители 3 и 6, а затем установим знаки: –6 и 3.

$$2x^2 – 3x – 9 = 2x^2 – 6x + 3x – 9 = 2x\,(x – 3) + 3\,(x – 3) = (x – 3)\,(2x + 3)$$

2-ой пример: найдем два числа, произведение которых равно $4 \cdot 5 = 20$, а сумма равна 3. Множители числа 20: ±4 и ±5, ±2 и ±10, ±1 и ±20. Никакие из них не дают в сумме 3. Т.е. левую часть уравнения $5x^2 + 3x + \ 4 = 0$ невозможно разложить на множители при помощи целых чисел.

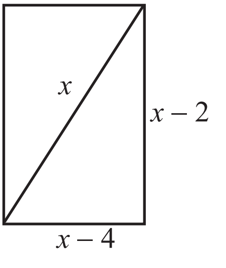
У.19. Дано: $S_{стекла} = 8м^2$; $S_{рамки} = 7м^2$
Необходимо найти: Ширину рамки
Решение: Такого типа задания были выполнены на предыдущих уроках. Сначала представим схематический рисунок задачи. Примем ширину рамки за x. Увеличим размеры окна 2×4 и получим $(2+2x)\times(4+2x)$. Зная, что площадь щебеке станет 7 м^2, составим следующее квадратное уравнение.



$4x^2 + 2\cdot 2x + 2\cdot 4x = 7$
$4x^2+12x-7=0 \Rightarrow 4x^2+14x-2x-7=0$
$2x(2x+7)-(2x+7)=0 \Rightarrow (2x-1)(2x+7)=0$. Тогда $2x-1=0$ или $2x+7=0$.
Отсюда $x_1 = 0{,}5$, $x_2 = -3{,}5$
– 3,5 не удовлетворяет условию задачи. Таким образом, ширина рамки 0,5 м.

Задания на странице 54 учебника охватывают умение решать как уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, так и уравнение вида $x^2 + bx + c = 0$ и развивают такие виды деятельности как умозаключение, сопоставление и умение находить решения проблем. Наряду с умением решать, надо развивать умение учащихся самим составлять задачи.

У.23. Следующая задача - старинная китайская задача, решение которой представлено во многих учебниках. Задача встречается в записях древнего китайского математика Шиу Чанг Суан Шу.
Задача решается при помощи теоремы Пифагора.



$(x-4)^2 + (x-2)^2 = x^2$
$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 4x + 4 = x^2$
$x^2 - 12x + 20 = 0$
$x^2 - 2x - 10x + 20 = 0$
$x(x-2) - 10(x-2) = 0$
$(x-10)(x-2) = 0$
$x - 10 = 0$ $\qquad$ $x - 2 = 0$
$x = 10$ ch′ih, $x = 2$ ch′ih, $x = 2$ ch′ih - не удовлетворяет условию ($x-2=0$, $x-4<0$)
Значит, $x = 10$ ch′ih $\approx 10 \cdot 30$ см $= 300$ см $= 3$ м
Размеры двери $x-2 = 8$ ch′ih, $x-4 = 6$ ch′ih, т.е. приблизительно 2 м 40 см и 1м 80 см

У.24. Данное задание можно использовать для формативного оценивания. Учащиеся должны самостоятельно составить задачу, соответствующую рисунку. Мы уже решали задачи на расширение площади, но в данном задании надо обратить внимание на то, что в данном случае дается информация о части площади, которая была вначале. Например, если стороны сада (парка) изменить как показано на рисунке, то площадь увеличится в 2 раза, на $\frac{2}{3}$, добавленная часть имеет площадь 80 м^2 и т.д.

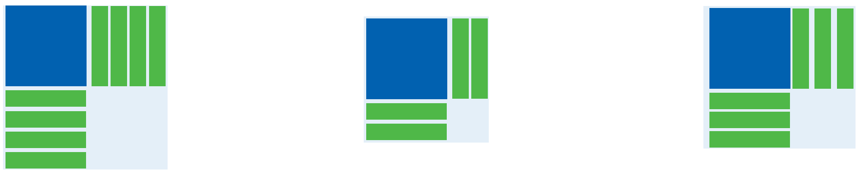
Урок 34. Стр. 55-56 учебника. Решение квадратных уравнений методом выделения полного квадрата. 2 часа.

Содержательный стандарт 1.2.5.Применяет при решении различных задач свойства отношений и пропорций, формулы процента.
2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.
2.2.2. Решает квадратное уравнение.

Навыки учащегося

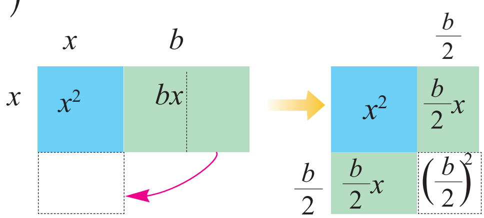
- решает квадратное уравнение методом выделения полного квадрата:
- манипулятивно: при помощи алгебраических карт на модели площади;
- пикториально: изображая модели при помощи рисунков;
- абстрактно: при помощи составления математической модели.
- применяет метод выделения полного квадрата при решении различных задач.

Исследование 1. Представляется модель площади в виде электронного или бумажного плаката.



Учащимся задают вопросы: Какие алгебраические карты можно увидеть на рисунках в форме квадрата? Место для каких карт осталось пустым? Сколько единичных алгебраических карт необходимо для полного квадрата? Выслушиваются мнения учащихся. Для каждой модели в трехчлене
$x^2 + 8x + \square$ $\quad x^2 + 4x + \square$ $\quad x^2 + 6x + \square$ определяется неизвестный член.
Трехчлен $x^2 + 8x + 16$ можно представить в виде полного квадрата так $(x+4)^2$

Исследование 2. В модели $x^2 + bx$ для представления ее в виде квадрата была добавлена площадь $\left(\frac{b}{2}\right)^2$.



В соответствии с моделью, эту площадь можно представить так:

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Проводится обсуждение исторических материалов из учебника об Аль-Хорезми. Отмечается, что Аль-Хорезми был автором многих исследований по следующим наукам: математика, астрономия, география, история. Учащимся рекомендуется при помощи Интернета или других источников найти новые факты о нем.

В задании У.3. d) сначала запишем уравнение $x^2+2x-3=0$ в форме $x^2+2x=3$
К обеим частям прибавим *1*. Получится $x^2+2x+1=3+1$.
$(x+1)^2=4 \Rightarrow (x+1)^2-4=0 \Rightarrow (x+1-2)(x+1+2)=0 \Rightarrow (x-1)(x+3)=0$
$x-1=0$ или $x+3=0$
$x=1$ $\qquad\qquad x=-3$
Корни уравнения –3 и +1.
h) $x^2-20x+36=0 \Rightarrow x^2-20x=-36$
Для представления в форме полного квадрата к обеим частям прибавим 100,
тогда $x^2-20x+100=-36+100 \Rightarrow (x-10)^2=64$
Отсюда получается, что $x-10=\pm 8$; $x_1=18$, $x_2=2$.
Т. о., корни уравнения 2 и 18.

Урок 35-36. Стр. 57-58 учебника. Решение квадратных уравнений графическим методом . 2 часа.

Содержательный стандарт 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.2. Решает квадратное уравнение.
2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

Навыки учащегося:

- решает уравнения типа $ax^2+bx=0$, $ax^2+c=0$, $ax^2+bx+c=0$;
- понимает решение уравнения, как абсциссу точек пересечения для функций $y=ax^2$ и $y=kx+b$
- исследует корни квадратного уравнения, строя графики соответствующих функций в одной и той же координатной плоскости;
- при помощи графического калькулятора строит графики соответствующих функций и представляет их.

Учащиеся должны потренироваться в построении графиков функций $y=x^2$ и $y=kx+b$ при помощи электронных средств. Иногда возникает беспокойство по поводу того, что электронные средства для построения графиков будут препятствовать умению строить графики на бумаге и учащийся не будет глубоко понимать сущность графиков. Однако здесь вне внимания остается один аспект задачи. Можно сравнить построение графика функции при помощи электронных средств с набором текста при помощи электронных средств.Учащийся вводит функцию в соответствующую часть меню и на экране сразу видит график. Вместе с тем учащийся может строить графики функции, вычислив для любого значения x соответствующее значение y и отметив точки с этими координатами на координатной плоскости. Выполняемая работа зависит от цели урока. При помощи графического калькулятора можно построить график на расширенной плоскости, что позволит провести анализ функции. Применение технологий позволяет сделать процесс обучения более эффективным, а более простой способ обучения создает положительную мотивацию и открывает возможность для формирования более широких навыков.

Решение уравнения $ax^2 = bx + c$ исследуется при помощи функций $y = ax^2$ и $y = bx + c$, графики которых построены на одной координатной плоскости.

Корнем квадратного уравнения является абсцисса x точки пересечения прямой и параболы.

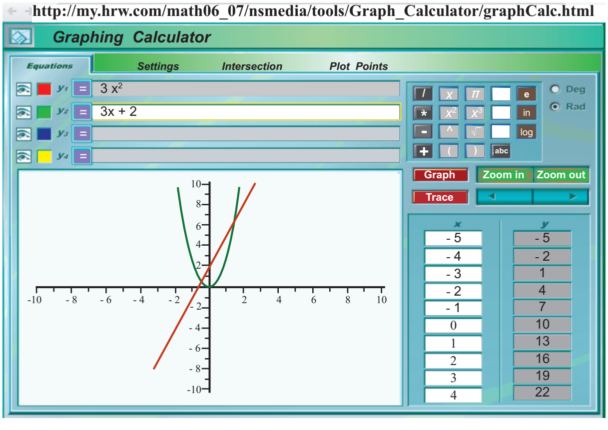
Можно воспользоваться самым простым графическим калькулятором по ссылке ttp://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

Информация о меню программы:

Меню ***Equations*** позволяет вводить уравнения (функции)

Кнопка ***Graph*** позволяет при нажатии на неё увидеть построенный график.

Меню ***İntersection*** позволяет увидеть на экране координаты точек пересечения.



Меню ***Plot Points*** позволяет увидеть на экране точки, отмеченные в таблице.

Меню ***Settings*** позволяет пользователю при помощи меню составить таблицу значений точек и построить график.

Многие задания, данные в учебнике, представлены в виде рисунков, на которых изображены графики квадратичной зависимости. Наиболее отчетливо это видно в задании **У.6.** Высота h_0 выражает рост человека, бросающего мяч. Особое внимание надо уделить на соответствие данных задачи формуле.

Обсуждается симметричность графика функции $y = ax^2$ и устанавливается, что для каждого значения y соответствует пара - одно положительное и одно отрицательное значения. Таким образом приходим к выводу, что график функции $y = ax^2$ проходит симметрично оси y.

Урок 37-39. Стр. 59-62 учебника. Решение квадратных уравнений. Формула корней квадратного уравнения. 3 часа.

Содержательный стандарт 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.2. Решает квадратное уравнение. 4.2.1.Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его

Навыки учащегося:
- решает квадратные уравнения по формуле;
- высказывает мнение по поводу корней уравнения, согласно знаку дискриминанта;
- составляет квадратные уравнения при решении задач.

Повторяются методы решения квадратных уравнений - разложения на множители, метод выделения полного квадрата, графический метод. Доводится до сведения, что каждый из них имеет какие-либо ограничения и его нельзя применять ко всем уравнениям. Например, если при разложении трехчлена на множители не получаются целые числа, то этот метод в данном случае считается неудобным. В общем случае, для решения существует формула, по которой можно решить любое квадратное уравнение.

Методические рекомендации. 1. Рекомендуется развесить плакаты с формулой нахождения корней уравнения и информацией, как знак дискриминанта влияет на существование действительных корней.

Формула корней квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Формула корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, при $a \neq 0$

Введем значение $D = b^2 - 4ac$, $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Наличие корней квадратного уравнения зависит от знака D. D называется дискриминантом (определителем) квадратного уравнения.

1) Если $D < 0$, то уравнение не имеет действительных корней.

2) Если $D = 0$, то уравнение имеет один (или два равных корня) корень:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3) Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных корня: $x_1 \neq x_2$

2. Несколько учащихся с различными способностями к обучению представляют как они понимают формулу устно.

“Второй коэффициент с противоположным знаком ± квадратный корень от разности квадрата этого коэффициента и учетверенного произведения первого и последнего коэффициентов, поделенная на удвоенное произведение первого коэффициента”. Чтобы изучение этой формулы было более интересным, можно найти в Интернете песню. Ученики 8-го класса уже достаточно хорошо знают английский язык и это может быть хорошей мотивацией к изучению.

http://www.brightstorm.com/math/algebra/quadratic-equations-and-functions/the-quadratic-formula/

http://www.youtube.com/watch?v=-gwz6d9NYz0

http://www.youtube.com/watch?v=6-1o1WzZ9Tc

3. При решении квадратных уравнений отдельным ученикам предоставляется возможность представить решение устно или провести устное вычисление. Все эти упражнения развивают мышление не только у отдельных учащихся, но и обеспечивают активное участие и обучение математике всего класса в целом.

4. Решите одно и то же уравнение различными методами

Например, $x^2 - 5x + 6 = 0$

Разложение на множители: два числа, произведение которых равно 6, а сумма –5 равны, -3 и -2. Т.е. $(x - 3)(x - 2) = 0$; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$

Выделение полного квадрата: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 5x + (2{,}5)^2 - (2{,}5)^2 + 6 = 0$

$(x - 2{,}5)^2 - (0{,}5)^2 = 0$; $(x - 2{,}5 - 0{,}5)(x - 2{,}5 + 0{,}5) = 0$

$(x - 3)(x - 2) = 0$; $x_1 = 2, x_2 = 3$

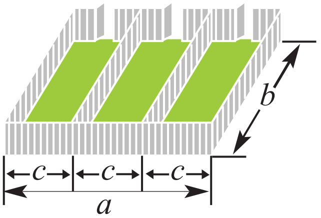
Применяя формулу: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \qquad x_1 = 2;\ x_2 = 3$$

У.25. По условию, стороны прямоугольного участка равны $a = 3c$ и b, а так же $a \cdot b = 300$,

$2(a + b) = 80$, $a + b = 40$.

Числами, сумма которых равна 40, а произведение 300, являются числа 10 и 30. Значит размеры загороженного участка равны 10 м и 30 м.



Оценивание. Методом наблюдения проводится формативное оценивание умения решать квадратные уравнения по формуле, решать задачи при помощи квадратных уравнений и составлять задачи. Особое внимание уделяется умению решить одно и тоже квадратное уравнение различными способами. Рекомендуется при помощи программных средств Worksheet generator создать рабочие листы для учащихся с разным уровнем способностей к обучению. При помощи ссылки http://www.math.com/students/worksheet/algebra_sp.htm linki можно создать рабочие листы на решение более сложных линейных и квадратных уравнений. Рекомендуется ознакомить родителей с содержанием данной ссылки.

Урок 40-41. Стр. 63-65 учебника. Теорема Виета. 2 часа.

Содержательный стандарт.

2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.

2.2.2. Решает квадратное уравнение.

Навыки учащегося:

- решает квадратные уравнения, применяя теорему Виета;
- составляет квадратное уравнение по корням;
- упрощает выражения, содержащие значение корней заданного квадратного уравнения.

Теорема Виета исследуется вместе с учениками.

Для приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = q$

При применении теоремы Виета исследуются сходство и различие при нахождении корней квадратного уравнения методом подбора и решением квадратного уравнения методом разложения на множители. Выслушиваются мнения учеников. Проводится обобщение. Значение обоих методов одинаково. Однако, теорема Виета учитывает знаки корней уравнения. А при разложении на множители используется свойство равенства нулю одного из множителей.

Внимание! Для применения теоремы Виета сначала надо представить уравнение в виде приведенного квадратного уравнения.

У.3. 3) $3x^2+bx+12=0,\ x_1=2,\quad x_2$ -? b - ?

По теореме Виета для приведенного уравнения $x^2+\dfrac{b}{3}x+4=0$

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{3} \\ x_1\cdot x_2=4 \end{cases}$$

Приняв $x_1=2$, получим: $2\cdot x_2=4,\ \ x_2=2$.
Из первого уравнения $4=-\dfrac{b}{3}\Rightarrow b=-12$

У.4. Если корни уравнения $x^2-3x-5=0$ равны x_1 и x_2, , то $\begin{cases} x_1+x_2=3 \\ x_1\cdot x_2=-5 \end{cases}$

b) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3^2-2\cdot(-5)=9+10=19$,

c) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=3^3-3\cdot(-5)\cdot 3=72$

У.6. a) Составьте квадратное уравнение, корни которого равны 3 и 4.
$-p=x_1+x_2=3+4=7\Rightarrow\quad p=-7$
$q=x_1\cdot x_2=3\cdot 4=12\ \Rightarrow\quad q=12$
Запишем в уравнении $x^2+px+q=0$ вместо p и q полученные числа $x^2-7x+12=0$

2-ой час. Задания выполняются при помощи применения теоремы Виета.

У.8. 1) x_1 и x_2 корни квадратного уравнения $x^2-7x+10=0$. Найти $(3x_1-2)(3x_2-2)$

$$\begin{cases} x_1+x_2=7 \\ x_1\cdot x_2=10 \end{cases}\qquad \begin{aligned} &(3x_1-2)(3x_2-2)=9x_1x_2-6x_1-6x_2+4=9x_1x_2-6(x_1+x_2)+4= \\ &=9\cdot 10-6\cdot 7+4=90-42+4=52 \end{aligned}$$

У.14. 2) x_1 и x_2 корни уравнения $x^2-5x+n=0$.

Зная, что $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=3$, найдите n и решите уравнение.

Возведём обе части равенства $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=3$ в квадрат:
$x_1+2\sqrt{x_1x_2}+x_2=9$.
Учитывая, что по теореме Виета $x_1+x_2=5,\ \ x_1\cdot x_2=n$ имеем:
$5+2\sqrt{n}=9$. Отсюда $\sqrt{n}=2$, $n=4$. Тогда уравнение примет вид $x^2-5x+4=0$.
Корни этого уравнения: $x_1=1$, $x_2=4$.

Оценивание. Проводится оценивание умения решать квадратные уравнения по теореме Виета, составлять квадратные уравнения по заданным корням, упрощать более сложные выражения и находить их значения.

Рабочий лист №1
Решение квадратных уравнений

Имя____________ Фамилия _______________ Дата___________

1) Распределите неполные квадратные уравнения по 3-м группам

1. два действительных корня	2. один действительный корень	3. нет действительного корня
$2x^2 + 28 = 20$	$-2x^2 = -12$	$-5x^2 = -100$
$x^2 - 36 = 0$	$x^2 - 12 = 37$	$3x^2 + 82 = -24$
$4x^2 = 0$	$2x^2 + 24 = 24$	$2x^2 = 56 - 75$

2) Решите уравнения выбранным методом. Если корень не является целым числом, то запишите, между какими последовательными целыми числами он находится.

$x^2 - 4x + 3 = 0$	$x^2 - 7x + 10 = 0$	$x^2 - 5x - 6 = 0$
$x^2 + 6x + 5 = 0$	$x^2 + 10x - 24 = 0$	$x^2 - 9x = 10$
$4 - x(x - 3) = 0$	$x(x + 7) - 2 = 28$	$2x^2 - x = 12 + x$
$3x^2 - 5x = 36 - 2x$	$7 = x(8 - x)$	$9 = x(6 - x)$
$2x(x + 1) = 12$	$x(x - 2) + 2 = 1$	$3x(x - 10) + 80 = 5$

3) В прямоугольном треугольнике один из катетов больше другого на 7 ед., а гипотенуза длиннее большего катета на 2 ед. Найдите стороны треугольника.

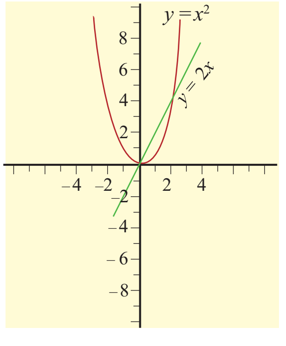
4) Сумма целого числа и числа, обратного данному, равна $\frac{26}{5}$. Что это за число?

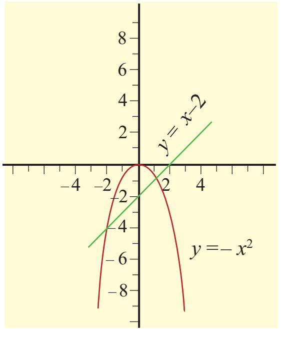
5) Число a равно квадрату числа b, а их сумма $a + b = 132$. Найдите эти числа.

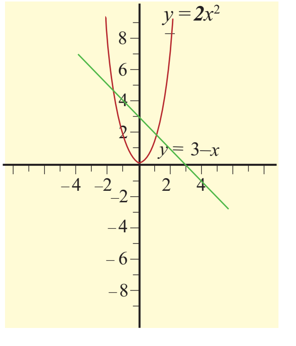
6) Байрам на 3 года старше Бахтияра. Произведение их возрастов равно 154. Найдите возраст Байрама и возраст Бахтияра.

7) Ширина прямоугольника на 25 м меньше длины. Площадь равна 900 м^2. Найдите длину и ширину прямоугольника.

8) Решение какого квадратного уравнения изображено на графике? По графику составьте квадратное уравнение и запишите его корни. Проверьте решение при помощи другого метода.







Рабочий лист №2
Решение квадратного уравнения

Имя______________ Фамилия __________________ Дата_____________

1) Составьте квадратное уравнение по корням

a) 1;–1 b) –2;4 c) 0,2; 3 d) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$

2) Произведение двух чисел равно 24, а среднее арифметическое 5. Найдите эти числа.

3) Сумма двух чисел равна 5, а произведение – 84. Найдите эти числа.

4) x_1 и x_2 корни квадратого уравнения $x^2 + 5x - 3 = 0$. Найдите:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$.

Квадратные уравнения. Теорема Виета
Самооценивание по рабочему листу № 2

Имя______________ Фамилия __________________ Дата_____________

Понимаю задание

Понимаю задание, но не могу его выполнить

Знаю как выполнить задание, но сомневаюсь в некоторых вычислениях

Понимаю задание и выполняю его

Навыки				
Составляет квадратное уравнение по корням				
Составляет квадратное уравнение, зная произведение и сумму корней				

Урок 42-44. Стр. 66-68 учебника. Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям. Решение задач с помощью квадратных уравнений. 3 часа

Содержательный стандарт.
2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.
2.2.2. Решает квадратное уравнение.
4.2.1.Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его

Навыки учащегося:
- составляет квадратное уравнение при решении задач и решает его;
- оценивает корни квадратного уравнения в соответствии с условием;

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист

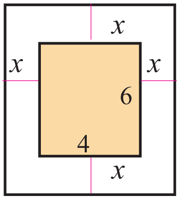
1-ый час. Выполняя задания из учебника на странице 66, решение уравнений сводят к решению квадратных уравнений методом введения новой переменной
У.4. $(m + 1) \cdot x^2 + (2m - 1) \cdot x + m - 1 = 0$
Здесь учащиеся должны обратить внимание на следующий момент.
1) Если $m + 1 = 0$, тогда уравнение станет линейным и имеет один корень. Т.е. если $m+1 = 0 \Rightarrow m = -1$.
2) Если $m+1 \neq 0$, то для того, чтобы квадратное уравнение имело один корень (или два равных корня) надо, чтобы дискриминант был равен нулю.
$D = (2m - 1)^2 - 4 \cdot (m+1)(m - 1) = 0 \quad 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4 = 0 \quad -4m + 5 = 0$
$m = 1{,}25$. Таким образом, при $m = 1$ и $m = 1{,}25$ уравнению удовлетворяет единственное число.
2-ой урок. 3-ий час. Выполняется решение задач с применением квадратных уравнений. На примере решения задания из учебника, еще раз подчеркивается 4 основных этапа решения задач.
У.5. (стр 67) По условию задачи видим, что корабли, вышедшие из порта, движутся под прямым углом.
$x^2 + (x + 8)^2 = 40^2$. Отсюда $x^2 + 8x - 768 = 0$
$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16 + 768} = -4 \pm 28, \quad x_1 = 24, \qquad x_2 = -32$
Второй корень не рассматривается, т.к. он отрицателен.
Ответ: $v_1 = x_1 = 24$ км/ч, $v_2 = x + 8 = 24 + 8 = 32$ км/ч

Урок 45-46. Стр. 69-70 учебника. Обобщающие задания. 2 часа.

Этот урок является обобщающим. Рекомендуется заранее подготовить схему методов решения квадратного уравнения на компьютере и заполнить ее вместе с учащимися.

Обобщающие задания охватывают навыки умения решать квадратные уравнения различными способами и применения квадратных уравнений при решении задач. Данные задания могут быть использваны для формативного оценивания.
У.10. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2 - x - 1 = 0$.
а) Состевьте квадратное уравнение корнями которого являются числа $\dfrac{1}{x_1}$ и $\dfrac{1}{x_2}$
В зависимости от уровня класса задание можно выполнить по разному.

Сначала найдем корни уравнения: $x_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. Тогда $\dfrac{1}{x_1} = \dfrac{2}{1+\sqrt{5}}$, $\dfrac{1}{x_2} = \dfrac{2}{1-\sqrt{5}}$. Избавимся от иррациональности в знаменателе получим: $\dfrac{1}{x_1} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$, $\dfrac{1}{x_2} = -\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$. Сумма чисел $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ и $-\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ равна -1, произведение также равно -1. Искомое уравнение: $x^2+x-1=0$.



У.12. Площадь ковра, который находится на одинаковом расстоянии от каждой стены в комнате, равна половине площади комнаты. Зная, что размеры ковра равны 4 м×6 м, найдите площадь комнаты. Решение задачи дополните рисунком.
Каждый учащийся должен нарисовать соответствующий рисунок. Это остается в центре внимания учителя. Оценивается как учащиеся могут применять простейшие пространственные представления в реальных жизненных ситуациях. Уравнение для нахождения общей площади комнаты: $(4 + 2x)(6+2x) = 2\cdot4\cdot6$

У.14. Если время за которое камень достигает воды обозначить через t, то приняв в формуле $\dfrac{gt^2}{2}$, при $g \approx 10$ м/сек^2 получим, что глубина в метрах равна $5t^2$. С другой стороны, глубина колодца равна расстоянию на которое звук распространяется за время $(4{,}25–t)$ секунд. Отсюда получаем уравнение $t^2 = 320\cdot(4{,}25 - t)$. Проблеме задачи соответствует корень $t = 4$. Тогда глубина колодца: $5\cdot 4^2 = 80$ м.

У.16 1) Подставив $t = 8$ в формулу $h = -5t^2 + 1600$ находим, что в данный момент парашютист находится на высоте 1280 метров.

2) Подставив $h = 1100$ в формулу $h = -5t^2 + 1600$ находим, что в течении $t = 10$ парашютист находится в свободном полете.

Критерии оценивания по разделу

	Навыки
1.	Решает неполные квадратные уравнения, применяя свойство равенства нулю произведения и находя квадратный корень
2.	Решает квадратные уравнения при помощи разложения трехчлена на множители
3.	Решает квадратное уравнение методом выделения полного квадрата
4.	Решает квадратное уравнение графически
5.	Решает квадратное уравнение при помощи формулы нахождения корней квадратного уравнения
6.	Решает уравнения, приводимые к квадратным
7.	Решает задачи при помощи квадратных уравнений

Урок 47. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. При каких значениях a уравнение $(a^2-25)x^2+3ax+2=0$ является квадратным уравнением?

A) $a=\pm5$ B) $a\neq\pm5$ C) $a=5$ D) $a\neq-5$

2. Найдите сумму коэффициентов первого члена и свободного члена квадратного уравнения $3x-2x^2-1=0$

3. Установите соответствие для квадратного уравнения (D - дискриминант) $ax^2+bx+c=0$

1. $a=2,\ b=-7,\ c=3$ 2. Приведенное квадратное уравнение 3. $D<0$

A) $x^2-x-3=0$ B) $2x^2-7x+3=0$ C) $3x^2-7x+2=0$ D) $2x^2-x+3=0$

4. При каком значении k уравнение $x^2+(k-1)\,x-k=0$ является неполным квадратным уравнением? Запишите уравнение при соответствующих значениях k и решите его

5. Найдите сумму корней уравнения $3x^2-27x=0$

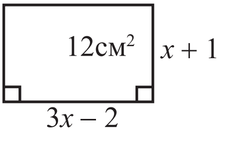
6. Найдите произведение корней уравнения $x^2-5=0$.

7. Решите уравнение $\dfrac{x^2-3x}{2}+5x=4$

A) 1; 8 B)1; -8 C) -1; -8 D) -1; 8

8. Площадь прямоугольника равна 12 см^2, а стороны $3x-2$ и $x+1$. Найдите: a) значение x;

b) периметр прямоугольника.



9. При каких значениях b уравнение $x^2+4bx+64=0$ имеет два равных корня?

A) ± 4 B) ± 8 C) 8 D) 4

10. При каком значении n один из корней уравнения $3x^2+nx-12=0$ равен 1?

11. Произведение двух последовательных натуральных чисел равно 156. Найдите эти числа.

12. Ученики VIII^a класса обменялись друг с другом фотографиями. Сколько учеников в классе, если количество фотографий равно 380 ?

A) 25 B) 30 C) 24 D) 20

13. При каком значении x значение трехчлена $3x^2+7x-5$ равно значению двучлена $4x+1$?

14. Разность корней уравнения $x^2 - 6x + q = 0$ равна 4. Найдите q.

A) 6 B) 5 C) 4 D) 12

15. На соревнованиях по шахматам было сыграно 105 партий. Сколько шахматистов принимало участие в соревнованиях, если каждый сыграл с другим по одной партии?

A) 20 B) 25 C) 22 D) 15

16. x_1 и x_2 корни уравнения $3x^2 + x - 1 = 0$. Найдите значения вражения:
a) $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$; b) $x_1^2 + x_2^2$.

17. Объем выпускаемой продукции предприятия каждый год увеличивается на один и тот же процент. Найдите процентный рост за год, если за два года объём выпущенной продукции увеличился в 4 раза.

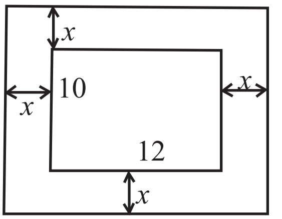
A) 200 % B) 70 % C) 100 % D) 125 %

18. Покажите приведенное квадратное уравнение, корни которого равны квадрату корней уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$

A) $x^2 - 9x + 4 = 0$ B) $x^2 - 4x + 9 = 0$

C) $x^2 + 3x + 2 = 0$ D) $x^2 - 5x + 4 = 0$

19. Сад имеет форму прямоугольника, длина которого 12 м, а ширина - 10 м. Его размеры увеличили со всех сторон на одинаковую величину, после чего площадь стала равна 224 м^2. На сколько метров увеличили размеры сада?



A) 4 м B) 3 м C) 5 м D) 2 м

20. Установите соответствие для корней квадратного уравнения

1. $x_1 = 2,\ x_2 = 6$
2. $x_1 = -2,\ x_2 = -6$
3. $x_1 = 2, x_2 = -6$

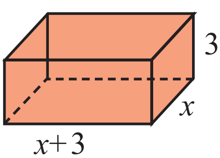
A) $x^2 + 8x + 12 = 0$
B) $x^2 - 8x + 12 = 0$
C) $x^2 + 4x - 12 = 0$
D) $x^2 - 4x - 12 = 0$

21. Размеры коробки в форме прямоугольного параллелепипеда на рисунке выражены в дециметрах.

a) Определите размеры коробки, если ее объем равен 12 дм^3.

b) Найдите площадь полной поверхности коробки.

c) Сколько всего квадртных дециметров картона потребуется для изготовления коробки, если при работе теряется 5% материала?



4. Четырехугольники

Содержательный стандарт.	Урок №	Тема	Количество часо	Учебник стр.
3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически. 3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр от заданной точки до заданной прямой. 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма. 4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определённые инструменты для измерения. 4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом заданной задачи и реализует его.				
	48-49	Четырехугольники. Внутренние и внешние углы четырехугольника	2	71-74
	50-52	Параллелограм	3	75-78
	53-55	Частные виды параллелограмма. Прямоугольник, ромб, квадрат	3	79-82
	56-58	Применение свойств параллелограмма. Средняя линия треугольника.	3	83-85
	59-61	Трапеция. Средняя линия трапеции	3	86-89
	62-63	Обобщающие задания	2	90-91
	64	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	17	

Урок 48-49. Стр. 71-74 учебника. Четырехугольники. Внутренние и внешние углы четырехугольника. 2 часа

Содержательный стандарт. 3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.

Навыки учащегося:
- различает выпуклые и невыпуклые четырехугольники;
- представляет геометрически основные элементы четырехугольника;
- решает задачи, связанные с внутренними и внешними углами выпуклого четырехугольника;

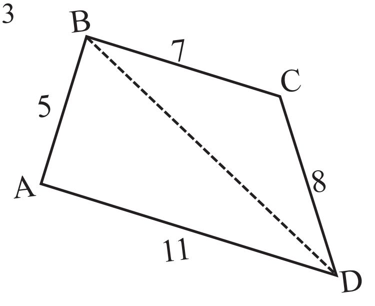
Дополнительные ресурсы и оборудование. Выпуклые и невыпуклые четырехугольники, изображение с отличающими элементами, слайды с изображением внутренних и внешних углов четырехугольника.

1-ый час

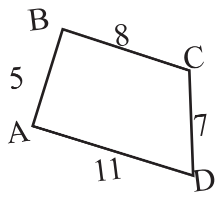
Мотивация. Учащимся предлагается начертить в тетради 4 точки, так, чтобы никакие три из них не были расположены на одной прямой, и последовательно соединить их. Проводится обсуждение. Какая фигура получилась? Сколько углов на рисунке? Если через одну из сторон этой фигуры провести прямую, то будут ли все точки четырехугольника расположены в одной полуплоскости относительно данной прямой?

Обучение. Рекомендуется, чтобы каждый ученик вырезал выпуклые и невыпуклые четырехугольники из бумаги. Основные элементы четырехугольника демонстрируются на этих моделях. Учащиеся наглядно демонстрируют, как они понимают такие элементы как вершина, сторона, диагональ и т.д. Объясняются различия между выпуклыми и невыпуклыми четырехугольниками.

У.4. 1) Можно ли построить четырехугольник со сторонами 5 см, 7 см, 8 см, 11 см и диагональю 13 см?



Сначала рекомендуется допустить возможность существования такого четырехугольника. Предположим, что такой четырехугольник существует и представим его на рисунке. Может ли диагональ AC быть равной 13 см? Выполняется ли при этом неравенство треугольника? Выполняется ли неравенство треугольника, если диагональ BD будет равна 13 см?



Ученики исследуют возможные случаи, представляя их на различных рисунках. Какая из диагоналей четырехугольника на рисунке может быть равна 13 см?

Демонстрируются внешние и внутренние углы четырехугольника.

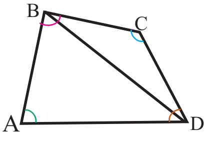
Ученикам предлагается начертить произвольный четырехугольник и провести в нем одну диагональ. После этого задаются вопросы:

Сколько треугольников получилось? Чему равна сумма внутренних углов каждого из полученных треугольников? Как можно найти сумму внутренних углов четырехугольника?

Учащимся рекомендуется регулярно создавать презентации доказательств различных предположений и задач, в которых используются данные предположения. Эти презентации подшиваются в портфолио ученика.

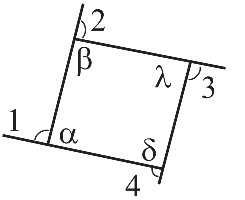
Теорема. Сумма внутренних углов выпуклого четырехугольника равна 360°. $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$

Доказательство теоремы рекомендуется проводить в виде двухстолбчатой таблицы.



Предположение	Обоснование
1. ABCD четырехугольник и BD диагональ	1. Дано
2. $\angle B = \angle ABD + \angle CBD$	2-3. Аксиома сложения углов
3. $\angle D = \angle ADB + \angle CDB$	
4. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180°$	4. Внутренние углы ΔABD
5. $\angle CBD + \angle C + \angle CDB = 180°$	5. Внутренние углы ΔCBD
6. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB + \angle CBD + \angle C + \angle CDB = 180° + 180°$	6. Почленно складываются равенства
7. $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D = 360°$	7. Сложение углов

Теорема. Сумма внешних углов выпуклого четырехугольника равна 360°. Обозначим внутренние углы четырехугольника через α, β, λ, δ и запишем доказательство в виде двухстолбчатой таблицы.



Предположение	Обосновние
1. $\alpha + \angle 1 = 180°$ $\beta + \angle 2 = 180°$ $\lambda + \angle 3 = 180°$ $\delta + \angle 4 = 180°$	1. Сумма смежных углов равна 180°.
2. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \alpha+\beta+\lambda+\delta = 720°$	2. Почленное сложение верных равенств
3. $360° + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 720°$	3. Сумма внутренних углов четырехугольника равна 360°
4. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + 24 = 720° - 360° = 360°$	4. Упрощение

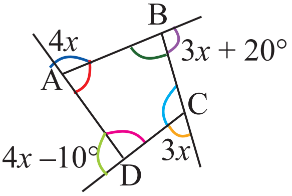
Моменты, на которые нужно обратить внимание в задаче: 1. Ученик должен перечертить рисунок в тетрадь и отметить данные на рисунке. 2. Правильно отметить внутренние и внешние углы на рисунке соответствующим цветом.

У.6. Сумма внешних углов 360°.

$4x + 4x - 10° + 3x + 3x + 20° = 360°$

$14x = 350°$

$x = 25°$



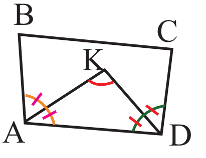
Так как внешний угол при вершине A равен $4x=4\cdot 25=100°$, то внутренний угол равен $180°-100°=80°$

Внешний угол при вершине B равен $3x+20=95°$, внутренний угол $180°-95°=85°$

Внешний угол при вершине C равен $3x=3\cdot 25=75°$, внутренний угол $180°-75°=105°$

Внешний угол при вершине D равен $4x-10=90°$, внутренний угол $180°-90°=90°$

2-ой час. У.9 Докажите, что градусная мера угла, образованного биссектрисами двух углов, прилежащих к одной стороне выпуклого четырехугольника, равна половине градусной меры суммы двух других внутренних углов.



Ученик чертит выпуклый четырехугольник и отмечает точку пересечения биссектрис, проведенных из двух углов, прилежащих к одной стороне.

Дается указание использовать факт, что половина суммы внутренних углов выпуклого четырехугольника равна 180° и предлагается записать доказательство предположения при помощи двухстолбчатой таблицы.

Предположение	**Обоснование**
1. $\frac{\angle A}{2}+\frac{\angle B}{2}+\frac{\angle C}{2}+\frac{\angle D}{2}=180°$	1. Половина суммы внутренних углов четырехугольника
2. $\frac{\angle A}{2}+\frac{\angle D}{2}+\angle K=180°$	2. Сумма внутренних углов ΔAKD
3. $\frac{\angle A}{2}+\frac{\angle D}{2}=180°-\angle K$ $180°-\angle K+\frac{\angle B}{2}+\frac{\angle C}{2}=180°$ $\angle K=\frac{\angle B}{2}+\frac{\angle C}{2}$	3. Упрощение

Урок 50-52. Стр. 75-78 учебника. Параллелограмм. 3 часа

Содержательный стандарт. 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определённые инструменты для измерения.

Навыки учащегося: - представляет свойства параллелограмма и его признаки при помощи рисунка, математических символов и устно;
- представляет доказательство свойств параллелограмма;
- применяет свойства параллелограмма при решении задач.

Дополнительные ресурсы и оборудование. Плакаты, модели геометрических фигур. Рабочие листы № 1.

1-ый час. Представляются заранее подготовленные электронные и бумажные плакаты.

Учащиеся должны презентовать информацию, отмеченную на плакате. Здесь особое внимание уделяется умению представить классификации в виде диаграммы Венна или в алгоритмическом виде.

На первом плакате противоположные стороны и равные углы геометрической фигуры отмечены одинаковым цветом, а параллельность - цветными стрелками. Учащиеся по данным отметкам представляют признаки четырехугольника. Алгоритм со второго плаката ученики перечерчивают в тетрадь. Исследование проводится при помощи информации с третьего плаката. Полученную информацию ученики представляют при помощи диаграммы Венна. Они стараются высказать различные мнения. Например, по диаграмме Венна можно сказать, что квадрат является как ромбом, так и прямоугольником. Ученики объясняют связь между ромбом и прямоугольником:

-все стороны квадрата конгруэнтны (ромб);

- противоположные стороны квадрата параллельны (прямоугольник, ромб);

- все углы квадрата прямые (прямоугольник).

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем прямоугольника?

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем ромба?

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем параллелограмма?

Практическая работа

Как можно построить параллелограмм?

1. Построение. Возьмите 2 пары трубочек для сока различной длины. Соедините их более тонкими трубочками. Создайте несколько моделей.

2. Анализ. 1. Измерьте расстояние между противоположными сторонами как минимум в трех различных точках.

2. По какому геометрическому свойству можно сказать, что они параллельны?

3. Измерьте противоположные стороны.

4. Измерьте углы.

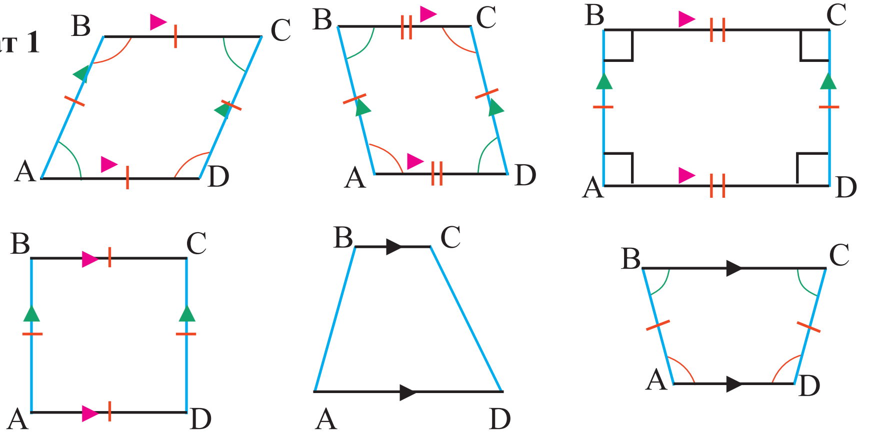
5. К какому четырехугольнику можно отнести данную фигуру?

3. Вывод. По какому признаку эту фигуру можно назвать параллелограммом?

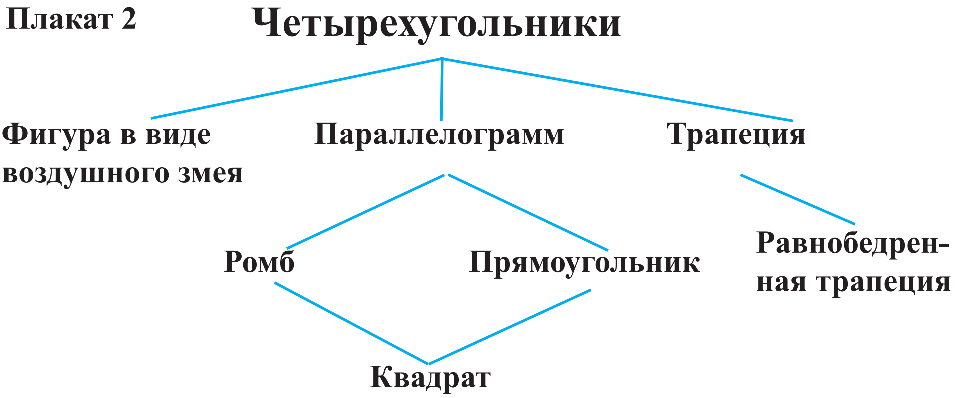
Примеры плакатов

Может быть создан в виде слайда, при помощи доски прометан или в виде плаката.

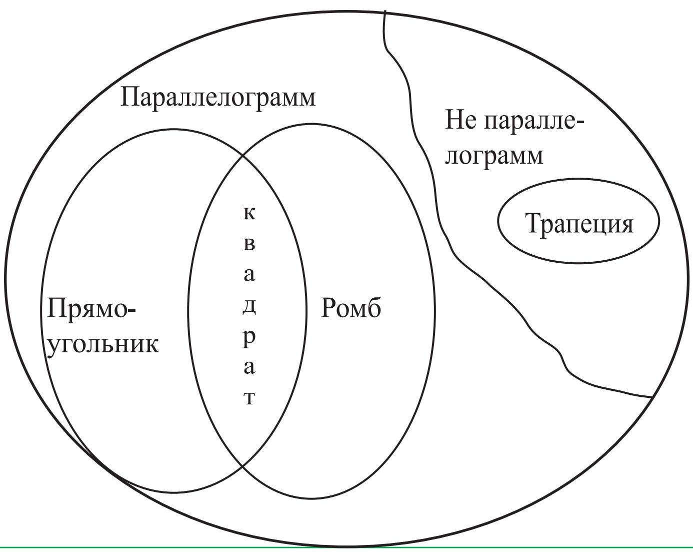
Плакат 1



Плакат 2

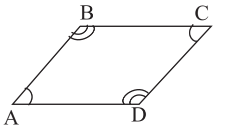


Плакат 3



Рекомендуется заранее приготовить слайды или плакаты с доказательством теоремы в представленной в учебнике форме, и продемонстрировать их в классе во время часов, отведенных для изучения данной темы. До учащихся доводятся следующие моменты:
1. Теорема записывается в виде текста. 2. Чертится рисунок, соответствующий теореме. 3. Условия теоремы записываются в математической форме.

Задания на доказательство теоремы и соответствующей обратной теоремы рекомендуется представлять в виде специального реферата. Эта деятельность формирует у учащегося навыки самостоятельной работы.



У.1. Теорема 2. Противоположные углы параллелограмма конгруэнтны. $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$

Предположение	Обоснование
1. ABCD ▱	1. Дано
2. $\angle A+\angle B=180°$, $\angle B+\angle C=180°$ $\angle A+\angle D=180°$, $\angle C+\angle D=180°$	2. Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180°.
3. $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$	3. По свойству равенства

Учащиеся должны самостоятельно сформулировать теоремы, обратные Теоремам 1, 2 , 3 и записать их в тетрадь.

Теорема 1. Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180°.

Обратная теорема. Четырехугольник, у которого сумма углов, прилежащих к одной стороне равна 180°, есть параллелограмм.

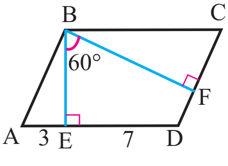
Теорема 2. Противоположные углы параллелограмма конгруэнтны.

Обратная теорема. Четырехугольник, у которого противоположные углы конгруэнтны, есть параллелограмм.

Теорема 3. Противоположные стороны параллелограмма конгруэнтны.

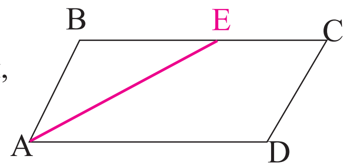
Обратная теорема. Четырехугольник, у которого противоположные стороны конгруэнтны, есть параллелограмм.

Доказательство обратных теорем может быть дано в качестве домашнего задания.



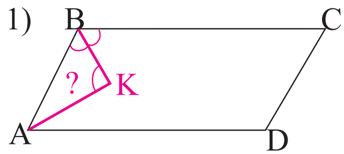
2-ой час. У.11. Решение: 1) Так как сумма внутренних углов четырехугольника EBFD равна 360°, то находим $\angle D = 120°$. Тогда $\angle A = 180° - \angle D = 60°$.
2) Из ΔABE $\angle A = 60°$ и т.к. $\angle E = 90°$ то $\angle ABE = 30°$.
Так как катет, лежащий напротив угла 30°равен половине гипотенузы,то : $AE = AB : 2$. Так как $AE = 3$, тогда $AB = 6$.
3) Т.к. $\angle C = \angle A = 60°$, $\angle F = 90°$, $\angle CBF = 30°$, $BC = AD = AE + ED = 3 + 7 = 10$, то из ΔBCF находим $CF = BC : 2 = 5$.
4) Из ΔABC имеем $AB = 6$, $AE = 3$, тогда по теореме Пифагора получим $AE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.
5) Из ΔBCF по теореме Пифагора $BF = \sqrt{BC^2 - CF^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

У.12. Проводится обсуждение задания и его решения, представленное в учебнике. Ученики понимают, что биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

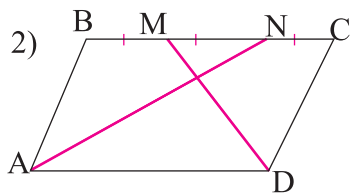


У.13. Биссектриса угла A параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке E.
1)Найдите длину отрезков BE и EC, если AB = 7 см, AD =12 см.
Решение:
$\angle EAD \cong \angle EAB$; AE- биссектриса
$\angle AEB \cong \angle EAD$ внутренние накрест лежащие углы
$\angle EAB = \angle AEB$
Значит ΔABE равнобедренный: BE=AB=7см
Тогда EC = BC – BE = 12 – 7=5 (см).

Расширенный вопрос.

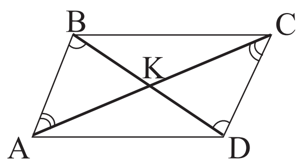


1) Какой угол составляют биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма?



2) В параллелограмме проведены биссектрисы углов A и D. Найдите периметр параллелограмма, если BM=MN=NC=3 см.

У.14. Теорема 5. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
Учащиеся чертят в тетради параллелограмм и показывают его диагонали.
Ставятся вопросы:
1) Сколько на рисунке неналоженных друг на друга треугольников?
2) Есть ли среди этих треугольников конгруэнтные?



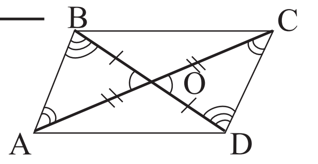
Предположение	**Обоснование**
1. ABCD - ▱	1. Дано
2. AB ∥ CD, $AB \cong CD$	2. По определению и свойству параллелограмма
3. $\angle ABK \cong \angle CDK$ $\angle BAK \cong \angle DCK$	3.Внутренние накрест лежащие углы
4. $\Delta ABK \cong \Delta CDK$	4. По признаку УСУ
5. $BK \cong KD$ $AK \cong KC$	5. Соответствующие стороны конгруэнтных треугольников

Теоремы, отражающие свойства параллелограмма, исследуются вместе с учащимися. Выполняются соответствующие задания, где надо записать теоремы о признаках параллелограмма и доказать их.

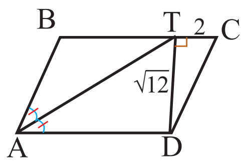
3-й час. Признаки параллелограмма

Теорема 3. Если диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник есть параллелограмм.

Предположение	Обоснование
1. $BO = OD$ $AO = OC$	1. Дано
2. $\angle AOB \cong \angle COD$	2. Вертикальные углы
3. $\Delta AOB \cong \Delta COD$	3. По признаку СУС
4. $AB \cong CD$ $\angle BAO \cong \angle DCO$ $\angle ABO \cong \angle CDO$	4. Соответствующие элементы конгруэнтных треугольников
5. $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$	5. По признаку параллельности прямых
6. ABCD - ▱	6. По определению параллелограмма



У.21. По данным рисунка найдите периметр параллелограмма ABCD .



Решение: 1) $CD = \sqrt{DT^2 + CT^2} = \sqrt{12 + 4} = 4$ (из ΔCTD по теореме Пифагора).
2) Тогда $AB = 4$ (т.к. противоположные стороны паралеллограмма конгруэнтны).
3) $\angle BAT \cong \angle DAT$ (по тусловию AT биссектриса $\angle A$).
4) $\angle BTA \cong \angle DAT$ (как внутренние накрестлежащие углы).
5) Onda $\angle BAT \cong \angle BTA$ (по свойству равенства)
6) $AB \cong BT$ (ΔABT равнобедренный), т.к. $AB = 4$, то $BT = 4$.
7) $BC = BT + TC = 4 + 2 = 6$ (по аксиоме сложения отрезков).
8) Периметр параллелограмма: $P = 2 \cdot (6 + 4) = 20$.

Вопросы для оценивания.
1) Можно ли утверждать, что параллелограммы, у которых периметры равны, конгруэнтны?
2) Верно ли, что “Параллелограммы с конгруэнтными сторонами конгруэнтны” ?
3) Сколько неперекрывающих друг друга треугольников получится, если провести диагонали параллелограмма? Что можно сказать по поводу конгруэнтности данных треугольников?
4) Как делится отрезок прямой, проходящий через точку пересечения диагоналей параллелограмма ?

Задания на рабочих листах могут быть даны в качестве долгосрочного домашнего задания. Ученикам объявляется срок представления данного задания и полученные результаты собираются в портфолио.

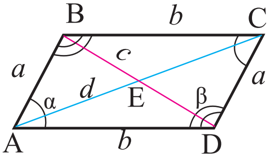
Рабочий лист № 1
Свойства параллелограмма

Имя______________ Фамилия________________ Дата __________

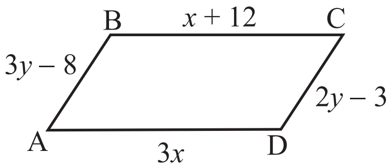
1. Сумма противоположных углов параллелограмма равна 60°. Найдите углы параллелограмма.
2. Разность двух углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 60°. Найдите углы параллелограмма.
3. Два угла четырехугольника - прямые. Можно ли утверждать, что этот четырехугольник является прямоугольником?
4. Три угла четырехугольника - прямые. Можно ли утверждать, что этот четырехугольник является прямоугольником?

5. Учитывая знаки на рисунке, постройте параллелограмм, соответствующий следующим размерам

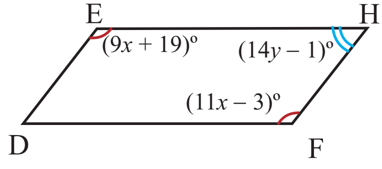
1) $a = 48$ мм, $b = 26$ мм, $\alpha = 63^{\circ}$
2) $a = 30$ мм, $b = 55$ мм, $\alpha = 120^{\circ}$
3) $a = 25$ мм, $b = 35$ мм, $\beta = 108^{\circ}$
4) $a = 40$ мм, $b = 20$ мм, $d = 45$ мм
5) $a = 45$ см, $b = 50$ см, $\beta = 135^{\circ}$
6) $d = 40$ см, c = 56 см $\angle AED = 60^{\circ}$



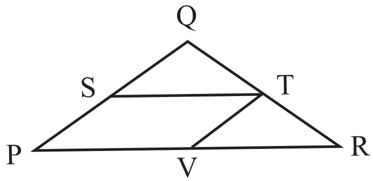
6. Если $x = 6$, $y = 5$, то обоснуйте, что четырехугольник на рисунке является параллелограммом.



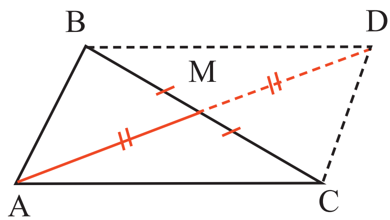
7. Если $x = 11$, $y = 4{,}5$, то обоснуйте, что четырехугольник на рисунке является параллелограммом.



8. PSTV - параллелограмм. Докажите, что если QS = QT, то $\angle STV = \angle R$.
Доказательство представьте в виде двухстолбчатой таблицы.



9. Прикладные задания. Продлите медиану AM Δ ABC на длину, равную самой медиане: AM = MD. Соедините точку D с точками B и C. Определите вид полученного четырехугольника.



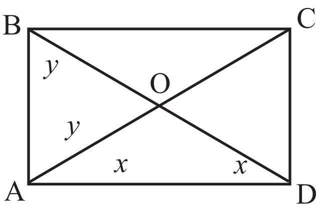
Урок 53-55. Стр. 79-82 учебника. Частные виды параллелограмма. Прямоугольник, ромб, квадрат. 3 часа.

Содержательный стандарт.
3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.
3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.
4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом заданной задачи и реализует его

Навыки учащегося:
- представляет прямоугольник, как частный случай параллелограмма;
- решает задачи, связанные со сторонами и диагоналями прямоугольника;
- определяет, что параллелограмм с конгруэнтными диагоналями является прямоугольником.
- представляет ромб и квадрат как частный случай параллелограмма;
- решает задачи связанные с углами, сторонами и диагоналями ромба;
- строит ромб по заданной стороне и диагонали.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №2.

1-ый час. Ученики представляют основные свойства прямоугольника, сравнивая с соответствующими свойствами других видов параллелограмма.



Признак прямоугольника. Параллелограмм, у которого диагонали конгруэнтны, есть прямоугольник.

Предположение	Обоснование
1. ABCD ▱	1. Дано
2. $AC \cong BD$	2. Дано
3. $AO = OC$; $BO = OD$ $AO = OD$; $BO = AO$	3. По свойству диагоналей параллелограмма
4. $\angle OAD = \angle ODA$ $\angle OAB = \angle OBA$	4. Как углы при основании равнобедренного треугольника
5. $\angle A = \angle OAB + \angle OAD$	5. По аксиоме сложения углов
6. $\angle A = \angle ABD + \angle ADB$	6. $\angle OAB = y = \angle ABD$, $\angle OAD = x = \angle ADB$
7. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180°$	7. Внутренние углы ΔABD
8. $\angle A + \angle A = 180°$	8. По сочетательному свойству сложения
9. $\angle A = 90°$	9. Упрощаем

До сведения учащихся доводится, что это свойство прямоугольника широко применяется на практике. Например, чтобы убедиться, что кусок стекла является прямоугольником, измеряют его диагонали и проверяют их равенство.

Для формирования творческих навыков и развития учащихся можно дополнительно использовать следующие задания

1) Найдите периметр прямоугольника, если расстояния от точки пересечения диагоналей до сторон прямоугольника равны m и n.

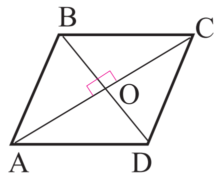
2) Диагонали прямоугольника образуют с его сторонами углы, градусные меры которых относятся как 1:2. Как можно найти угол между диагоналями?

3) Меньшая сторона прямоугольника равна половине диагонали. Как можно найти угол между диагоналями?

4) Как можно проверить, является ли параллелограмм прямоугольником или нет?

Оценивание. Проводится формативное оценивание умения решать в письменной и устной форме задания из учебника, записывать доказательства теорем в виде двухстолбчатой таблицы или текста.

Учащиеся представляют основные свойства ромба в сравнении с соответствующими свойствами элементов параллелограммов других видов. Необходимо обеспечить представление классификации четырёхугольников в виде бумажных плакатов или продемонстрировать видео при помощи электронных устройств



2-ой час. Теорема. Диагонали ромба являются биссектрисами углов и пересекаются под прямым углом.

Обратная теорема. Параллелограмм, диагонали которого перпендикулярны есть ромб. Если $AC \perp BD$, то ▱ABCD - ромб.Доказательство обратной теоремы поручается учащимся. Ответ ученика может быть представлен , например так:

Предположение	Обоснование
1. ABCD ▱	1. Дано
2. $AC \perp BD$	2. Дано
3. BO = OD	3. По свойству диагоналей параллелограмма
4. $\angle AOB = \angle AOD = 90°$	4. Углы между перпендикулярными прямыми
5. $\Delta AOB \cong \Delta AOD$	5. Как прямоугольные треугольники с равными катетами
6. $AB \cong AD$; $BC \cong AD$; $CD \cong AD$	6. Как соответствующие стороны конгруэнтных треугольников
7. ABCD ромб.	7. По определению ромба

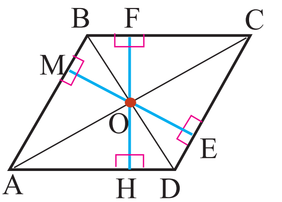
Перечисляются свойства диагоналей ромба:1) при пересечении делятся пополам; 2) взаимно перпендикулярны; 3) углы делятся пополам.

Перечисляются общие и отличительные черты ромба и квадрата.

У.10. Четырехугольник, у которого стороны равны, может быть как квадратом, так и ромбом. Для того, чтобы убедиться, что он является квадратом, надо измерить его диагонали и убедиться, что они равны.

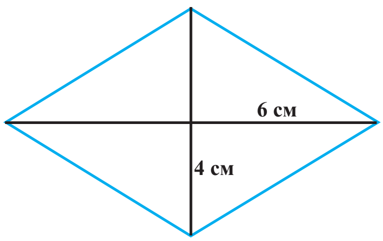
Вместе с учащимися проводится обуждение следующей задачи.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и при пересечении делятся пополам. Из равенства катетов следует конгруэнтность прямоугольного треугольника. $\Delta\ AOB \cong \Delta COB \cong \Delta COD \cong \Delta AOD$



Соответствующие элементы конгруэнтных треугольников равны. Прямоугольные треугольники, которые получаются при пересечении диагоналей, конгруэнтны, а значит конгруэнтны и высоты, проведенные к гипотенузе. $OM \cong OF \cong OE \cong OH$

Вывод. Если острие циркуля расположить в точке O и начертить окружность радиусом OM, то эта окружность касается всех сторон ромба, т.е. **точка пересечения диагоналей ромба находится на одинаковом расстоянии от его сторон.**

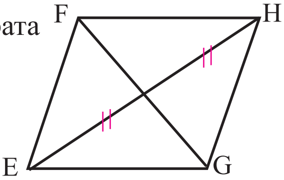


3-ий час. У.12. Учащимся дается определенное время, за которое они должны изучить последовательность шагов построения ромба. После этого несколько учащихся представляют по памяти последовательность построения ромба. Рекомендуется, чтобы один из учащихся выполнил построение на доске, в то время как другие выполняют его в тетради. Методом наблюдения провести формативное оценивание умения выполнять данное задание.

Проводятся обсуждения, соответствующее пункту 3 данного задания. Последовательность построения:

1. Начертите отрезок длиной 6 см.
2. Проведите серединный перпендикуляр к отрезку.
3. На серединном перпендикуляре отложите отрезок, концы которого расположены на одинаковом расстоянии от точки пересечения длиной 4 см (2 + 2).
4. Последовательно соедините концы отрезков.
5. Назовите фигуру.

Перечислите общие и различные свойства ромба и квадрата



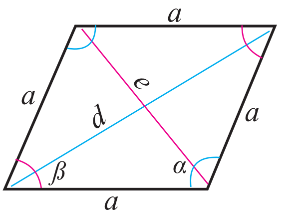
1) ΔEFG и ΔHFG - равнобедренные треугольники

$\Delta EFG \cong \Delta HFG$

Докажите, что EFHG - ромб

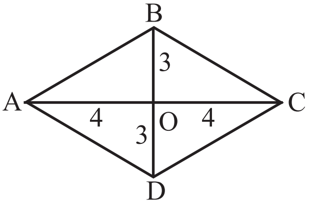
Предположение	Обоснование
1. $\Delta EFG \cong \Delta HFG$	1. Дано
2. $EF \cong EG$, $FH \cong HG$	2. Дано
3. $EF \cong FH \cong HG \cong CG$	3. Т.к. соответствующие стороны конгруэнтных треугольников конгруэнтны
4. EFHG - ▱	4. По определению ромба

Построение ромба по заданным условиям является очень важным заданием и играет главную роль в развитии индивидуальных практических навыков. Здесь в центре внимания остается выполнение каждого из этих заданий всеми учащимися.

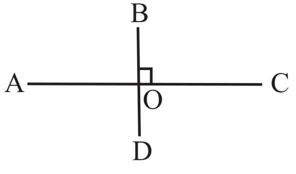


Перед построением или после него рекомендуется, чтобы некоторые учащиеся в устной форме рассказали о намеченной или проделанной работе. Например, если необходимо построить ромб по диагоналям, то ученик должен уметь высказать свое мнение, как показано ниже. *“Сначала черчу отрезок, равный длине диагонали (например, 4 см). Затем черчу серединный перпендикуляр к данному отрезку. На этом перпендикуляре отмечаю отрезок, равный длине второй диагонали так, чтобы концы отрезка были симметричны относительно точки пересечения перпендикуляра с диагональю. Соединяю концы полученных отрезков”.*

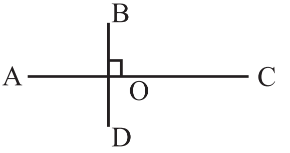
Четырехугольник в форме воздушного змея.
Исследование. Начертите ромб с диагоналями 6 см и 8 см



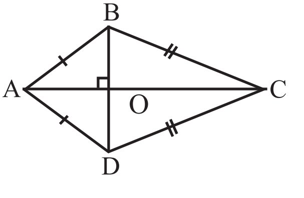
Сотрем стороны ромба и оставим только диагонали



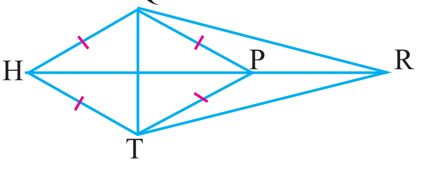
Переместив параллельно себе диагональ BD, приблизим ее к точке A



Соединим последовательно точки A, B, C, D
Получился четырехугольник в форме воздушного змея.



У.19.
HP-диагональ ромба
Надо доказать, что RQ = RT



Предположение	Обоснование
1. HQ ≅ HT	1. Стороны ромба конгруэнтны
2. ∠ QHP ≅ ∠ THP	2. Диагонали ромба делят углы пополам
3. Δ HQR ≅ Δ HTR	3. По признаку СУС
4. RQ ≅ RT	4. Как соответствующие стороны конгруэнтных треугольников

Рабочий лист № 2
Параллелограмм

Имя______________ Фамилия________________ Дата __________

1) Какие из следующих высказываний верны, а какие - нет? Неверные высказывания замените на верные.

• Каждый четырехугольник является параллелограммом
• Каждый ромб является параллелограммом
• Каждый квадрат является прямоугольником

2) Какое из высказываний о диагоналях четырехугольника верно ***всегда***, а какое ***иногда***?

• Диагонали прямоугольника пересекаются и делятся точкой пересечения пополам
• Диагонали квадрата пересекаются и образуют друг с другом прямые углы
• Диагонали параллелограмма пересекаются, они могут быть как конгруэнтными, так и нет
• Диагонали ромба пересекаются, они могут быть как конгруэнтными, так и нет

3) Выполните задание

a) Запишите высказывание, обратное высказыванию “Если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник является ромбом”. Проверьте истинными или ложными являются данные высказывания.
b) Обоснуйте, что предположение “Фигура, у которой четыре стороны конгруэнтны, является квадратом” не верно, при помощи конкретного примера.
c) Запишите такое предположение для четырехугольника, чтобы обратное предположение было ложным

Самооценивание

Понимаю задание

Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу

Все примеры решил, но в решении некоторых не уверен

Легко выполнил задание

Навыки				
Представляет свойства квадрата, прямоугольника, ромба, параллелограмма				

Обобщение.

У.20. Обобщите при помощи задания.

1) прямоугольник есть параллелограмм ***(всегда)***
2) параллелограмм есть ромб ***(иногда)***
3) квадрат есть ромб ***(всегда)***
4) квадрат есть прямоугольник ***(всегда)***
5) ромб есть квадрат ***(иногда)***
6) ромб есть прямоугольник ***(иногда)***
7) прямоугольник есть четырехугольник ***(всегда)***
8) прямоугольник есть квадрат ***(иногда)***

Учащиеся должны обосновать свой ответ. Например, на вопрос "Почему около высказывания "параллелограмм есть ромб" вы написали ответ **иногда**?", ученик отвечает или делает запись в тетради в виде: "Параллелограмм можно назвать ромбом только в том случае, если все его стороны конгруэнтны".

Оценивание. Оценивание ученика осуществляется методом наблюдения за тем, как он умеет выполнять задания и принимает участие в устном опросе. Объявляется срок, в течении которого выполняются долгосрочные задания на рабочих листах. Учащимся рекомендуется обсудить решения с товарищами и помогать друг другу.

Урок 56 - 58. Учебник стр. 83-85. Применение свойств параллелограмма. Средняя линия треугольника. 3 часа

Содержательный стандарт. 3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, из заданной точки строит прямую, перпендикулярную к данной прямой.
3.1.5. Знает классификацию четырехугольников (параллелограмм, прямоугольник, ромб, трапеция) и их свойства, применяет свойства параллелограмма.

Навыки учащегося:
- делит отрезок на конгруэнтные части ;
- строит перпендикуляр к заданной прямой из заданной точки;
- строит медиану треугольника, при помощи построения середины отрезка;
- решает задачи на среднюю линию треугольника.

1-ый час. Теорема Фалеса и деление отрезка на конгруэнтные части.

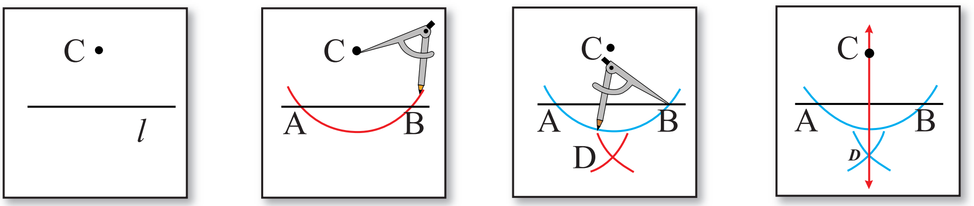
Совместно с учащимися теорема Фалеса представлется словами, рисунками и геометрическими знаками. Рассматривается доказательство теоремы в задании **У.1.** учебника, пропущенные в доказательствах предположения определяются при помощи вопросов и ответов. Полное доказательство теоремы в письменном виде можно предложить в качестве домашнего задания.

У.3. Данное задание исследуется при помощи коллективной работы всего класса, на основании теоремы Фалеса проводится обобснование конгруэнтости полученных отрезков. Каждый ученик должен начертить произвольный отрезок и разделить его на заданное количество конгруэнтных частей.

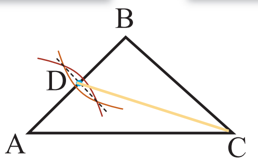
2-ой час. Проводится обсуждение шагов построения перпендикуляра из заданной точки к заданной прямой. Дается информация о том, что данные построения выполняются только при помощи циркуля и линейки. Учащиеся информируются о том, что задачи на построение состоят из 4 этапов (анализ, построение, доказательство и исследование). В простых случаях задача считается решенной, если указан способ построения фигуры и доказана, что в результате выполньения указанного построения действительно получается фигура, с требуемыми свойствами. Выполняются задания на построение медианы треугольника при помощи построения середины отрезка.

Оба построения, заданных в учебнике, выполняются с комментариями. Шаги построения рекомендуется наглядно просмотреть в Интернее перейдя по ссылкам **http://www.mathopenref.com/constdividesegment.html**
http://www.onlinemathlearning.com/construct-median.html .
Ключевое слово: **Constructing the medians of a triangle.**
При помощи этого сайта учащиеся могут распечатать шаги построения в формате PDF и ознакомится с доказательством правильности построения.

1. Шаги построения прямой, перпендикулярной данной из заданной точки.



2. Подытоживание факта, что построение медианы треугольника основано на построение точки, которая является серединой отрезка.



3-ий час. Выполняется исследование понятия средней линии треугольника. Рекомендуется данное исследование проводить при помощи измерений. Результаты, полученные эмперическим путем - путем эксперимента формируют у учащихся более устойчивые навыки. Также такого вида наглядное обучение позволяет акивно подключать к процессу обучения учащихся с разными способностями.

У.7 и **У.9 .** При исследовании данных задач учащиеся должны представить общие и отличительные признаки. Если в задании У.7 по заданным сторонам треугольника требуется найти стороны треугольника, образованными средними линиями данного тругольника, то в задании У.9. нужно наоборот по заданным длинам средних линий треугольника найти длины сторон исходного треугольника. Рекомендуется, чтобы учащиеся в процессе деятельности выполняли задание при помощи сравнения. Такого вида деятельность оказывает положительное влияние на формирование у учащихся навыков и умения находить решения поставленной задачи.

Самостоятельные работы. У.11. Это задание учащиеся выполняют самостоятельно. Для данных целей могут также использоваться рабочие листы. Рабочие листы могут быть использованы как средство для формативного оценивания.

Оценивание. Методом наблюдения проводится формативное оценивание умения строить медианы, читать и записывать данные по рисунку, применять свойство средней линии треугольника при решении задач.

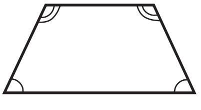
Урок 59 - 61. Стр. 86-89 учебника. Трапеция. Средняя линия трапеции. 3 часа

Содержательный стандарт. 3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.
3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

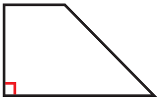
Навыки учащегося:
- представляет трапецию и ее виды при помощи рисунка, устно и на математическом языке;
- решает задачи, связанные со средними линиями трапеции и треугольника.

Мотивация. Учащимся предлагается начертить четырехугольник, у которого параллельны только две стороны. Четырехугольники с попарно параллельными сторонами имеют свои специальные названия: параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб. А как называется начерченная фигура, у которой параллельны только две стороны?
Обучение. Определение трапеции дается при помощи моделей основных элементов трапеции и чертежей

Исследуются свойства различных видов трапеций



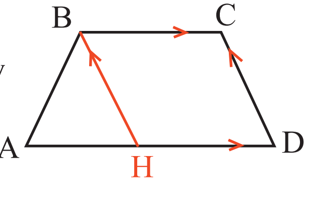
Равнобедренная трапеция



Прямоугольная трапеция

В учебнике представлено доказательство Теоремы 1, а для доказательства Теоремы 2 дан план. Рекомендуется, чтобы для доказательства какой-либо теоремы учащиеся в устной или письменной форме представляли план доказательства. Это развивает навыки исследования, систематизации и презентации.

При выполнении задания **У.1.** учащимся рекомендуется для понимания представить план согласно данному рисунку, а письменную запись полного доказательства задать в качестве домашнего задания.



Теорема 1. В равнобедренной трапеции углы, прилежащие к основанию конгруэнтны.

Учащимся может быть задан вопрос о том, какие знания и теоремы, полученные до настоящего момента, они будут использовать при доказательстве?

Отметим, что при этом будут использоваться свойства параллелограмма, равнобедренного треугольника и свойства углов с соответственно параллельными сторонами.

Предположение	Обоснование
1. ABCD трапеция и $AB \cong CD$	1. Дано
2. $BH \parallel CD$	2. Через заданную точку можно провести единственную параллельную прямую
3. HBCD	3. Противоположные стороны попарно параллельны
4. $BH \cong CD$	4. Противоположные стороны параллелограмма
5. $AB \cong CD \cong BH$	5. Свойство равенства
6. $\angle A \cong \angle AHB$	6. Угол при основании равнобедренного треугольника ΔABH
7. $\angle AHB \cong \angle D$	7. Углы с соответственно параллельными сторонами
8. $\angle A \cong \angle D$	8. По свойству транзитивности

Проводится обсуждение решение задачи **У.3.** представленной в учебнике. Задание **У.4.** учащиеся решают самостоятельно.

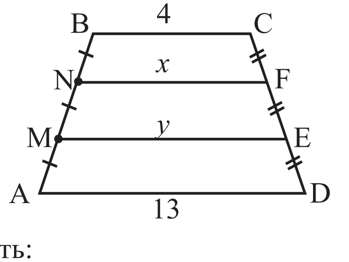
2-ой, 3-ий час. Средняя линия трапеции

Учащиеся определение средней линии трапеции представляют устно, в виде краткой математической записи и рисунка. Деятельность каждого учащегося при этом должна находиться под строгим контролем. Учащимся дается время для доказательства теоремы о средней линии трапеции. После этого рекомендуется выслушать несколько учащихся, с коротким планом реализации доказательства теоремы.

Ответы учащихся могут быть показаны ниже по нижеследующему примеру

Пример: Разделим трапецию при помощи диагонали на два треугольника. Средняя линия трапеции состоит из суммы средних линий двух треугольников. Проводя дальнейшие исследования, приходим к выводу, что средняя линия трапеции равна полусумме оснований.

Выполняются задания, представленные в учебнике. Особое внимание нужно обратить на умение перечертить рисунок в тетрадь и правильно выражать геометрические элементы, представленные на рисунке.



У.10. Дано трапеция ABCD $AM \cong MN \cong NB$, $BC = 4$, $AD = 13$ $BC \parallel NF \parallel ME \parallel AD$ $ME = ?$ $NF = ?$
По теореме Фалеса, если прямые NF и ME, проведенные параллельно основаниям трапеции, делят сторону AB на конгруэнтные отрезки, то сторона CD так же делится на конгруэнтные отрезки.

По свойству средней линии трапеции можно написать:

В трапеции MBCE $x = \dfrac{4+y}{2}$, в трапеции ANFD $y = \dfrac{x+13}{2}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{4+y}{2} \\ y = \dfrac{x+13}{2} \end{cases}$$

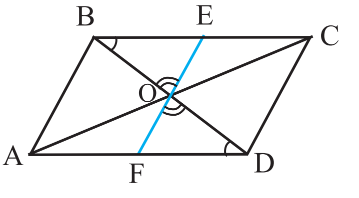
Решив систему уравнений, можно найти требуемые элементы: $x = 7$, $y = 10$. $NF = 7$, $ME = 10$.

Урок 62-63. Стр. 90-91 учебника. Обобщающие задания. 2 часа

У.1 Учащиеся объясняют, что они думают о симметрии четырехугольников и проводят все возможные оси симметрии в фигурах. После этого демонстрируются плакаты, на которых изображены четырехугольники и их оси симметрии. Учащиеся сравнивают результаты своей работы с рисунками на плакате.

У.4 Дано: ABCD параллелограмм

Докажите: 1) EO = OF



Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам. AO = OC, BO = OD

Покажем, что $\Delta BOE \cong \Delta DOF$

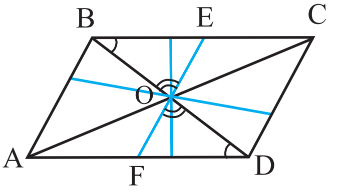
$\angle EBO = \angle FDO$ - внутренние накрест лежащие углы

$\angle BOE = \angle FOD$ - вертикальные углы

BO = OD - так как диагонали делятся точкой пересечения пополам

Отсюда по признаку УСУ $\Delta BOE \cong \Delta DOF$

Получаем, что EO = OF

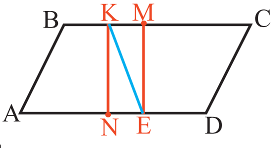


2) EF - отрезок произвольной прямой, который находится внутри параллелограмма и проходит через точку пересечения диагоналей. В частном случае этот отрезок может быть высотой параллелограмма, а может быть параллелен сторонам AB и CD и т.д. Каждый из данных отрезков делится точкой O пополам. А это говорит о том, что точка пересечения диагоналей параллелограмма является центром симметрии.

У.8. Параллелограмм на рисунке составлен из двух конгруэнтных равнобедренных трапеций, длина боковых сторон которых равна 8 см, а средних линий - 12 см

1) Разделите параллелограмм на две трапеции, при помощи одной прямой линии.

3) Найдите периметр параллелограмма



Решение: Пусть точка M середина BC, а точка N середина AD. Проведем $NK \perp BC$, $ME \perp AD$. Соединим точки K и E. Покажем, что $ABKE \cong CDEK$

$$BK = BM - KM = \frac{BC}{2} - KM = \frac{BC}{2} - NE = DN - NE = DE$$

$$AE = AN + NE = \frac{AD}{2} + NE = \frac{AD}{2} + KM = MC + KM = KC$$

По условию $AB \cong CD$, а KE - общая сторона. Тогда, полученные трапеции конгруэнтны. По условию средняя линия каждой из них равна 12 см.

$$\frac{AE + BK}{2} = 12 \Rightarrow \frac{AE + ED}{2} = 12 \qquad \frac{AD}{2} = 12 \qquad AD = 24$$

Так как AB = CD = 8, то периметр трапеции $P_{тр} = 2 \cdot 8 + 24 = 40$, периметр параллелограмма $P = 2 \cdot (24 + 8) = 64$.

Критерии суммативного оценивания по разделу

Имя ________________________ Дата__________

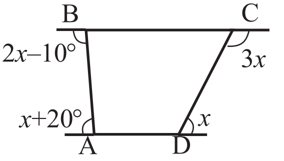
Фамилия ______________________

№	Критерии оценивания	Примечания
1.	Решает задачи, связанные с внутренними и внешними углами четырехугольника	
2.	Применяет при решении задач признаки и свойства параллелограмма	
3.	Представляет прямоугольник как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
4.	Представляет ромб как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
5.	Представляет квадрат как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
6.	Представляет сравнение свойств параллелограмма, квадрата, прямоугольника, ромба	
7.	Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей трапеции	
8.	Решает задачи, связанные со средней линией трапеции и треугольника	

Урок 64. Задания для суммативного оценивания по разделу

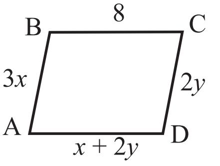
1. Найдите градусную меру внутреннего и внешнего углов четырехугольника ABCD при вершине A

A) 70°; 90° B) 100°; 80° C) 70°; 110° D) 80°; 80°



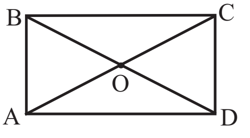
2. ABCD - параллелограмм. Найдите x и y

A) 3; 3 B) 3; 4 C) 2; 3 D) 4; 2



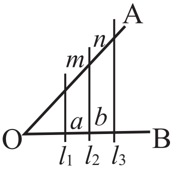
3. Периметр прямоугольника ABCD равен 28 см, а периметр треугольника ABC - 24 см
Найдите длину AO

A) 10 см B) 12 см C) 14 см D) 5 см



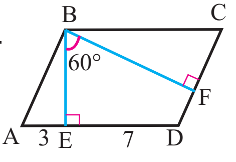
4. Установите соответствие, если $l_1 || l_2 || l_3$, $m = n$

1. $m = 4$, $a = 3$	A) $n + b = 5$
2. $m = 3$, $a = 2$	B) $n = b$
3. $m = 2$, $a = 2$	C) $n + b = 4$
	D) $n + b = 7$



5. ABCD-параллелограмм, BE и BF-высоты. Найдите требуемые размеры.

1) ∠A 2) AB 3) CF 4) BE



6. Утверждение **“ Параллелограмм, у которого все стороны конгруэнтны, есть ромб”** является обратным для утверждения **“Ромб, у которого все стороны конгруэнтны есть параллелограмм”.** Какое высказывание верно?

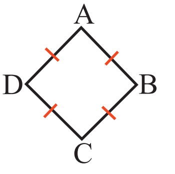
A) первое предположение неверно, обратное - верно
B) первое предположение неверно, обратное также неверно
C) первое предположение верно, обратное также верно
D) первое предположение верно, обратное - неверно

7. Углы, прилежащие к одной стороне ромба, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.

8. Угол между диагоналями прямоугольника равен 60°. Найдите меньшую сторону прямоугольника, если его диагональ равна 12 см.

9. Найдите периметр ромба с диагоналями 6 см и 8 см.

10. Какая еще информация необходима, чтобы доказать, что фигура на рисунке является квадратом? Запишите свое мнение.



11. Сколько утверждений верно?

-Диагонали равнобедренной трапеции конгруэнтны

-Диагонали ромба конгруэнтны

-Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом

-Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии

A) одно B) два C) три D) четыре

12. Диагональ трапеции делит ее среднюю линию в отношении 2:5. Найдите основания трапеции, если ее средняя линия равна 21 см

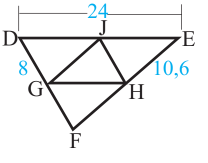
A) 12; 30 B) 10; 32 C) 20; 22 D) 14; 28

13. Основания трапеции 18 см и 30 см. Найдите длину отрезка средней линии, заключенной между диагоналями.

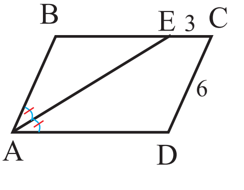
A) 12 см B) 8 см C) 10 см D) 6 см

14. Отрезки GJ, JH и HG являются средними линиями ΔDEF. Найдите периметр ΔGJH, если DG = 8, DE = 24, EH = 10,6

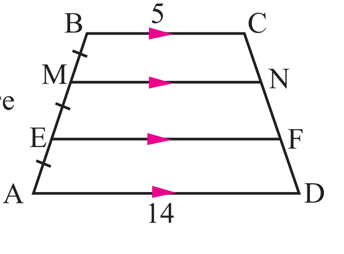
A) 32,4 B) 42,6 C) 30,6 D) 31



15. биссектриса ∠A параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке T.
По данным рисунка найдите:
a) периметр параллелограмма ABCD;
b) среднюю линию трапеции ATCD.



16. ABCD-трапеция. По даннымт рисунка найдите длины отрезков MN и EF.



17. У какого четырехугольника 4 оси симметрии?

A) у любого четырехугольника B) квадрата C) прямоугольника D) ромба

5. Рациональные выражения

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учебника
1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач. 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями. 2.3. Выражает зависимость между величинами, с которыми ежедневно встречается в жизни, в виде функциональной зависимости 4.1.1.Распознает наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, миля, фаренгейт) и может использовать их.	65	Рациональные выражения	1	93-94
	66-68	Упрощение рациональных выражений. Эквивалентные рациональные выражения. Сокращение рациональных дробей	3	95-99
	69-71	Умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений	3	100-102
	72-75	Сложение и вычитание рациональных выражений	4	103-108
	76-77	Действия над рациональными выражениями	2	109-110
	78-79	Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	2	111-113
	80-81	Обобщающие задания	2	113-114
	82-83	Задания для суммативного оценивания по разделу. Большое суммативное оценивание (за полугодие)	2	
		Всего:	19	

Урок 65. Стр. 93-94 учебника. Рациональные выражения. 2 часа

Содержательный стандарт: 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

Навыки учащегося:
- различает многочлены от остальных рациональных выражений;
- определяет значение переменной, при котором рациональное выражение не имеет смысла;
- решает задачи, которые требуют составления рациональных выражений и составляет задачи.

Принадлежности для организации урока: электронные (виртуальные) и бумажные алгебраические карты, рабочие листы, электронные или бумажные плакаты.
Дополнительные ресурсы: интернет адрес для создания рабочих листов:
www.math-aids.com/Algebra/Algebra_1/Rational_Expressions/Simplifying_Rationals
www.softschools.com/math/algebra/rational_expressions

Мотивация. Учащиеся читают информацию на странице 8 учебника и обсуждают ее. До сведения детей доводится, что в реальной жизни принцип работы многих приборов, финансовые планы, архитектурные проекты строятся с помощью конкретных математических моделей. В решении таких проблем широко применяются рациональные выражения. Так же рациональные выражения применяются при задании зависимостей величин в физике.

Рекомендуется провести диагностическое оценивание действий над дробями и упрощения выражений. Для этого отводится 7-8 минут. Осуществляется этот процесс при помощи заранее подготовленных рабочих листов.

Обучение. Обучающие материалы разбираются вместе с детьми на примере рациональных выражений.

Ученики записывают примеры рациональных выражений. Они должны понять сходство и различие многочленов и рациональных выражений.

После этого выполняются задания с рациональными выражениями. Внимание детей акцентируется на том, что в отличии от многочленов, рациональные выражения имеют смысл не всегда. При этом в центре внимания остаются дети, за которыми требуется наблюдение.

Упражнения **У.1 - У.8** являются обучающими. Они предназначены для знакомства с рациональными выражениями и для того, чтобы выработать умение в простых случаях находить ОДЗ.

У.3. Лятиф утверждает, что выражение $\frac{x+6}{3}$ не является рациональным выражением, а выражение $\frac{3}{x+6}$ является рациональным. А что думаете вы?

На основании определения рациональных выражений, каждое из данных выражений является рациональным. Находится ОДЗ для каждого выражения.

Выражение $\frac{x+6}{3}$ имеет смысл при всех значениях переменной, а выражение $\frac{3}{x+6}$ - только при $x \neq -6$.

Задания У.9 - У.12 охватывают навыки составления рациональных выражений для задач, соответствующих простым жизненным ситуациям. При решении такого типа задач деятельность учащегося заключается в формировании умения сопоставлять и представлять, что развивает творческие навыки. Формируется умение словесную информацию текстовой задачи представить в математическом виде, другими словами - составление математической модели реальной жизненной ситуации. Представим решение задачи **У.11.**

У.11. Автомобиль Мусы на каждые 12 км на магистральной дороги и на каждые 8 км в городе расходует 1 литр бензина. Автомобиль за день израсходовал ***a*** литров бензина на магистральной дороге и ***b*** литров бензина в городе. Запишите выражение, которое показывает, сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина?

Что известно?

1. Задача разбивается на фрагменты, определяется информационная последовательность.

- Автомобиль Мусы на каждые 12 км на магистральной дороге расходует 1 литр бензина.
- Автомобиль Мусы на каждые 8 км внутри города расходует 1 литр бензина
- За день израсходовали ***a*** литров бензина на магистральной дороге и ***b*** литров бензина при движении по городу.

Что надо найти? Надо составить выражение, которое показывает, сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина.

План: Известно, что на магистральной дороге 1 л бензина тратится на 12 км, тогда ***a*** л бензина будет потрачено на **12*a*** км. Также известно, что на дорогу при движении внутри города 1 л бензина тратится на 8 км, тогда ***b*** л бензина будет потрачено на **8*b*** км. Если сложить эти расстояния и разделить их на общий объем, то можно найти сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина.

Решение: Расстояние, на которое тратится a л бензина на магистральной дороге: $12a$

Расстояние, на которое тратится b л бензина внутри города: $8b$

Общее расстояние: $12a + 8b$

Объём израсходованного бензина: $a + b$

Расстояние, которое можно проехать на 1 л бензина: $\dfrac{12a + 8b}{a + b}$

Ответ: $\dfrac{12a + 8b}{a + b}$

Аналогично рекомендуется решить задачу **У.12** и другие похожие задачи, в соответствии с принципом, предложенным Джоржем Поли (венгерским учёным, жившим в США). Суть принципа заключается в том, что решение любой задачи состоит из 4 этапов, выполнение которых играет важную роль в формировании у учащихся навыков выражения мыслей, рассуждений и презентации.

Урок 66-68. Стр. 95-99 учебника. Упрощение рациональных выражений. Эквивалентные рациональные выражения. Сокращение рациональных дробей. 3 часа

Содержательный стандарт: 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

Навыки учащегося - объясняет на примерах как получается эквивалентное рациональное выражение при умножении или делении числителя и знаменателя на одно и то же выражение;
- определяет значение переменной, при котором рациональное выражение не имеет смысла;
- объясняет на примерах как при помощи преобразований получить верное эквивалентное выражение на множестве значений переменных, при которых рациональное выражение имеет смысл;
- использует различные методы для сокращения рациональных выражений:
a) вынося общий множитель за скобку;
b) применяя формулы сокращенного умножения;
c) разлагая трёхчлен на множители (методом выбора и подстановки).

Дополнительные ресурсы для организации урока: электронные и бумажные плакаты, рабочие листы № 1, № 2.

Мотивация. Наиля говорит, что дробь $\frac{4}{6}$ эквивалентна дроби $\frac{2}{3}$. Что вы думаете по этому поводу? Выслушайте мнение детей. Если числитель и знаменатель дроби разделить или умножить на одно и то же число, то можно записать дробь эквивалентную данной. Таким образом, можно сказать, что для дроби $\frac{4}{6}$ можно записать бесконечное множество эквивалентных дробей. Можно ли то же самое сказать для рациональных выражений?

Обучение. Если числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{6x}$ можно умножить на одно и то же число или выражение, отличное от нуля, то это верно и для всех рациональных выражений. Обучающий блок разбирается вместе с учащимися.

Задания **У.1 - У.5** охватывают умение составления эквивалентных рациональных выражений.

В задании **У.2** рекомендуется, чтобы каждый ученик записал как из выражения $\frac{10x}{15x^2}$ получается выражение $\frac{2}{3x}$ и наоборот, как из выражения $\frac{2}{3x}$ получается выражение $\frac{10x}{15x^2}$. Нужно акцентировать внимание учащихся на том, что рациональные выражения эквивалентны только на указанном множестве допустимых значений. А учащиеся в свою очередь при выполнении заданий должны продемонстрировать, как они умеют применять основное свойство дроби.

Задание **У.5** помогает проверить, как ученики поняли, что такое эквивалентные выражения. Для того, чтобы узнать как из выражения $\frac{2x}{3}$ получилось выражение $\frac{4x^3-2x^2}{6x^2-3x}$ сначала нужно числитель и знаменатель второй дроби разложить на множители.

Раскладываем знаменатель на множители $6x^2 - 3x = 3x(2x - 1)$.

Решаем уравнение $3x(2x - 1) = 0$ и находим, что $x = 0$ и $x = \frac{1}{2}$ – это такие значения, которые превращают знаменатель в нуль, т.е. при этих значениях выражение не имеет смысла.

Таким образом, равенство $\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x} = \frac{2x}{3}$ верно только при $x \neq 0,\ x \neq \frac{1}{2}$

$$\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x} = \frac{2x^2(2x-1)}{3x(2x-1)} = \frac{2x \cdot x \cdot (2x-1)}{3 \cdot x \cdot (2x-1)}$$

Как видно, при умножении числителя и знаменателя дроби $\frac{2x}{3}$ на выражение $x(2x - 1)$, можно получить дробь $\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x}$. Аналогичным образом учащиеся с легкостью смогут объяснить как из дроби $\frac{2x}{3}$ получается дробь $\frac{10x}{15}$. Такого типа задания удобны для работы с учениками с разными способностями к обучению.

2-ой, 3-й час. При сокращении или упрощении дробей, надо обратить внимание детей на то, что необходимо определить ОДЗ для переменной в данной дроби. Может быть, что ОДЗ упрощенной дроби не охватывает ОДЗ данной дроби. Например, рассмотрим следующее задание

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{x\cancel{(x+2)}} = \frac{x-2}{x}$$

Для упрощенной дроби ОДЗ была бы $x \neq 0$, на самом деле равенство $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{x-2}{x}$ верно при выполнении условия $x \neq 0,\ x \neq -2$.

Ученикам рекомендуется при упрощении находить ОДЗ. Для этого необходимы навыки упрощения многочленов, разложения на множители, решения уравнений.

Умение разлагать трехчлен на множители имеет важное значение при действиях над дробями и упрощении дробей. Эти навыки играют большую роль при решении квадратных уравнений, поэтому на данном уроке необходимо обеспечить активное участие всех учащихся.

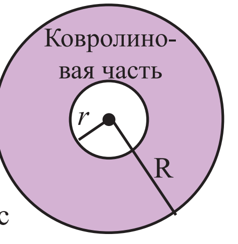
Разложение трехчлена вида $x^2 + bx + c$ на множители рассматривается последовательно на примерах для различных случаев $b > 0,\ c > 0$; $b > 0,\ c < 0$; $b < 0,\ c < 0$; $b < 0,\ c > 0$. Надо обратить внимание учеников, что m и n находятся среди двух делителей c.

Обучающие задания ученики должны выполнять под наблюдением. Для учащихся с низким уровнем обучения рекомендуется дать дополнительные задания на рабочих листах. Эти задания должны основываться на умении выполнять действия над дробями. Так, на данный момент эти знания могут быть пересмотрены. Должны создаваться новые возможности для обучения.

В уроке 1-2 был представлен генератор рабочих листов (worksheet). Учитель (или ученик) может создать рабочий лист, выбирая тему и уровень, соответствующие рациональным выражениям. Также можно задать ключевое слово "Simplifying Rational Expressions" "factoring trimonals - разложение трехчлена на множители" для поиска в Google и получить готовые рабочие листы в PDF формате.

Прикладные задания. Задания, прикладного типа, которые даны в учебнике, рекомендуется выполнять, проводя обсуждение со всем классом. В них последовательно разъясняется информация, которая дает возможность при помощи данных, представленных в задаче, решить ее.

Задание У.31. Учащиеся самостоятельно читают текст задания. Обсуждается что дано, а что требуется найти.



1. Обратите внимание детей на то, что рулон ковролина имеет форму цилиндра.

2. Основание цилиндра состоит из части ковролина, скатанного в рулон в виде круга и части, состоящей из полого цилиндрического картона.

Решение части 1: если R – радиус основания, а r – радиус картонной части, тогда площадь части ковролина равна:

$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R - r)(R + r)$

Решение части 2: если развернуть ковролин, то получим одинаково тонкий по толщине прямоугольник. Его длина равна длине ковролина, а ширина равна его толщине (Внимание! Здесь речь идёт не о ширине ковролина!). Площадь ковролиновой части равна площади прямоугольника. Здесь d - толщина, l -длина. Таким образом, площадь искомой части равна ld

Решение части 3: решением 1-ой части является выражение $\pi(R - r)(R + r)$, а 2-ой части – выражение ld. Из равенства выражений имеем:

$$ld = \pi(R - r)(R + r) \text{ и } l = \frac{\pi(R - r)(R + r)}{d}$$

Как видно, не разворачивая ковролин, можно приблизительно определить его длину при помощи рационального выражения, измерив только толщину d, радиус основания R и радиус внутреннего цилиндра из картона r.

Ученикам рекомендуется проверить данную формулу в магазинах, где продаются ковролины (или любой другой товар в рулонах).

Оценивание. Формативное оценивание, учитывающее основные умения учащихся, проводится на протяжении всего урока методом наблюдения, делаются соответствующие заметки. При этом в центре внимания находится умение учащихся упрощать рациональные выражения. Следует обратить особое внимание учеников на важность определения ОДЗ выражений.

Рабочий лист № 1
Самооценивание
Эквивалентные рациональные выражения, упрощение рациональных выражений.

Имя________________ Фамилия________________ Дата_________

Упростите выражения и запишите в ячейку соответствующую букву. Сопоставьте рациональные выражения с одинаковыми буквами. Если выражения эквивалентны, то около них запишите соответствующую букву или букву F, в случае, если “Ни одно из них”.

A) 1 B) -1 C) $x+5$ D) $\dfrac{x}{3}$ E) $3x$ F) Ни одно из них.

$\dfrac{9x^3+15\,x}{3x^2+5}$	$\dfrac{x^2-25}{x-5}$
$\dfrac{x-1}{1-x}$	$\dfrac{x^2+x}{x+3}$

Пример:

$$\frac{x^3+2x^2+x}{3x^2+6x+3} = \frac{x\cancel{(x^2+2x+1)}}{3\cancel{(x^2+2x+1)}} = \frac{x}{3}$$

Ответ: D

$\dfrac{(3x+2)\ (x+1)}{3x^2+5x+2}$	$\dfrac{x-1}{1+x}$	$\dfrac{3x^2-6x}{x-2}$	$\dfrac{3x+1}{1+3x}$
$\dfrac{3x^3-27x}{(x+3)\ (x-3)}$	D $\dfrac{x^3+2x^2+x}{3x^2+6x+3}$	$\dfrac{x^2+10x+25}{x+5}$	$\dfrac{3x-1}{1-3x}$
$\dfrac{x^2+6x+5}{x+1}$	$\dfrac{x^2+25}{x^2-25}$	$\dfrac{x-8}{-x+8}$	$\dfrac{3x^3+6x^2}{x+2}$

Не понимаю задания

Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу

Все примеры решил, но в решении некоторых не уверен

С легкостью решил все примеры

Навыки				
Упрощает рациональные выражения:				
- вынося общий множитель за скобку в знаменателе				
- применяя формулы сокращенного умножения				
- разложением трехчлена на множители				

Рабочий лист № 2

Задачи, в которых необходимо составлять рациональные выражения

Имя________________ Фамилия________________ Дата_________

1) Стоимость m книг n манат. Сколько стоит 100 таких книг?

2) На мероприятие неожиданно пришли 15 гостей. Какую часть новоявленные составляют от всех гостей?

3) Автомобиль прошел путь длиной x км за t часов. Составьте рациональное выражение, которое показывает какой путь пройдет автомобиль за 5 часов.

4) Придумайте задачу, для решения которой требуется составить рациональное выражение.

Не понимаю задания

Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу

Выполняю задание

Легко выполняю задание

Навыки				
Решает задачи, составляя рациональные выражения				
Составляет задачи, для решения которых записываются рациональные выражения.				

Примечание. В соответствии с выбранным ответом, поставьте знак √ в ячейку с рисунком.

Подумайте и запишите по каким причинам вы испытывали затруднения

Урок 69-71. Стр. 100-102 учебника. Умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений. 3 часа

Содержательный стандарт. 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

Навыки учащегося:

- выполняет умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений
- решает задачи, применяя умножение и деление рациональных выражений

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №3

Обучение. Информация данного блока обсуждается вместе с учащимися. До их сведения необходимо довести, что умножение и деление рациональных выражений осуществляется по тем же правилам, что и умножение и деление обыкновенных дробей. При этом акцент делается на то, что для упрощения рациональных выражений важную роль играют навыки вынесения общего множителя и применение формул сокращенного умножения. Особое внимание уделяется умению учащихся, находящихся под особым наблюдением, умножать и упрощать дроби как в простых случаях, так и в случаях с несколькими переменными. В случае необходимости, подготавливаются дополнительные рабочие листы с рациональными числами и простыми случаями умножения, деления и возведения в степень рациональных выражений.

У.14. Ученики перед выполнением задания должны представить в письменном виде последовательность действий, которые они будут выполнять при упрощение выражений. Например, таким образом:

1) Действие деление представляется в виде умножения. Для этого дробь

$\dfrac{x^2-11x+30}{x^2+7x+12}$ нужно заменить на обратную дробь $\dfrac{x^2+7x+12}{x^2-11x+30}$

2) Разложим числитель и знаменатель дроби $\dfrac{x^2+7x+12}{x^2-11x+30}$ на множители:

$$\frac{(x+3)(x+4)}{(x-5)(x-6)}$$

3) Сократим дробь и выполним упрощение.

$$1)\ (x-5):\frac{x^2-11x+30}{x^2+7x+12}\cdot\frac{(x-6)}{(x+4)}=(x-5)\cdot\frac{x^2+7x+12}{x^2-11x+30}\cdot\frac{(x-6)}{(x+4)}=$$

$$=(x-5)\cdot\frac{(x+3)(x+4)}{(x-5)(x-6)}\cdot\frac{(x-6)}{(x+4)}=x+3$$

Прикладные задания.

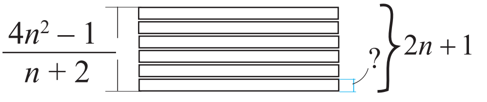
У.17. Просматривается рисунок, соответствующий задаче и согласно тексту определяются данные.

1) общая высота деревянного блока: $\dfrac{4n^2-1}{n+2}$

2) количество досок: $2n+1$

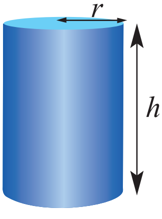
Необходимо определить: толщину одной доски.

Понятно, что толщину одной доски можно определить в виде отношения общей высоты блока к количеству досок в нем. Рекомендуется представить схематическое изображение, соответствующее задаче.



$$\frac{4n^2-1}{n+2} : (2n+1) = \frac{4n^2-1}{n+2} \cdot \frac{1}{2n+1} = \frac{(2n-1)\cancel{(2n+1)}}{(n+2)\cancel{(2n+1)}} = \frac{2n-1}{n+2}$$

У.18. Последовательно записываются данные, представленные в задаче.



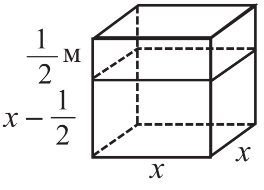
Дано:

$S_{п.п.} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ а) $r = 12$ см, $h = 16$ см

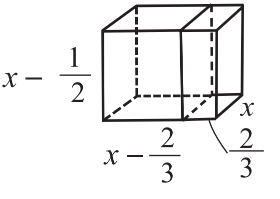
$V_{цилиндра} = \pi r^2 \cdot h$ b) $r = 16$ см, $h = 5$ см

Определяется количество листов железа, затраченное на изготовление каждого из двух сосудов. Для этого вычисляется площадь полной поверхности сосуда в форме цилиндра. При $r = 12$ см и $h = 16$ см, $S_1 = 672\pi$ см^2, при $r = 16$ см и $h = 5$ см, получаем $S_2 = 672\pi$ см^2. Т.е., для изготовления обоих сосудов используется одинаковое количество листов железа. По формуле. $V = \pi r^2 h$ объем первого сосуда $V_1 = 2304\pi$ см^3, а второго - $V_2 = 1280\pi$ см^3. Таким образом первый сосуд выгодней второго.

У.19. В 1-ый раз



Во 2-ой раз



Понятно, что, если объём куба вначале $V = x^3$, то после первого сечения его объем станет $V_1 = x \cdot x \cdot (x - \frac{1}{2})$, а после второго - $V_2 = x \cdot (x - \frac{2}{3}) \cdot (x - \frac{1}{2})$.

Зная, что $V_2 = 65$ кг, составим выражение для нахождения массы куба до того, как его обтесали.

$$\frac{65x^3}{x(x-\frac{2}{3})(x-\frac{1}{2})} = \frac{390x^2}{(3x-2)(2x-1)}$$

Творческие задания такого типа после обсуждения в классе можно задавать в качестве долгосрочного домашнего задания. Они могут быть применены для более тщательной оценки навыков ученика. В методической литературе этот вид оценивания называется **performans оценивание** и имеет широкое применение.

Рабочий лист № 3

Умножение и деление рациональных выражений

Имя________________ Фамилия________________ Дата_________

1) $\dfrac{5xy^2}{6x^3\,y^2}\cdot\dfrac{12x^3y}{10x^9\,y}=$

2) $\dfrac{12ab^3}{5a}\cdot\dfrac{6ab^2}{8b^2}:\dfrac{5a^2}{6b}=$

3) $2xy^2z^2\cdot\dfrac{x^4y^3}{6x^3y^2z}=$

4) $(2x+4)\cdot\dfrac{3x}{3x+6}=$

5) $(3y+6)\cdot\dfrac{2y}{2y+4}=$

6) $\dfrac{2x+2}{3x-5}:\dfrac{x+1}{6x-10}=$

7) $\dfrac{3a^2\,b}{14a^5b^2}\cdot\dfrac{56a^3b^2}{21ab^2}=$

8) $\dfrac{x^2-8\,x-9}{y^2-y-12}\cdot\dfrac{3y-12}{2x-18}=$

9) $\dfrac{x^2+x-2}{x^2+2+x}\cdot\dfrac{x^2+x+2}{3x^2-3x}=$

10) $\dfrac{2x^2+4x}{x^2-16}\cdot\dfrac{x^2-3x-4}{2x^2+6x+4}=$

11) $\dfrac{3x^3-3x^2}{x^2+2x-3}\cdot\dfrac{15x^2+45x}{6x^2+12x}=$

12) $\dfrac{12x+8}{x^2-2x-3}\cdot\dfrac{15x^2-45x}{6x^2+4x}=$

13) $\dfrac{4x^2-1}{2x^2-x-1}:\dfrac{4x^2-4x+1}{x^2-2x+1}=$

14) $\dfrac{2x^2+x}{12x+8}:\dfrac{2x^2+15x+7}{36x^2+42x+12}=$

15) $\dfrac{s^2+6s+8}{12}:\dfrac{2s^3-8s}{3s}=$

Урок 72 -75. Стр. 103-108 учебника.
Сложение и вычитание рациональных выражений. 4 часа

Содержательный стандарт: 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

Навыки учащегося:

- складывает и вычитает рациональные выражения;
- решает задачи, применяя сложение и вычитание рациональных выражений.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 4

Обучение. Повторяются правила сложения и вычитания рациональных чисел. Ещё раз повторяется правило нахождения наименьшего общего кратного. Например, как найти НОК(16;24)? При разложении чисел на простые множители, для нахождения наименьшего общего кратного важно, чтобы ученик мог находить общие и различные простые множители.

Так как $16 = 2\cdot8$ и $24 =3\cdot8$, то НОК(16;24) $= 2\cdot3\cdot8 = 48$.

Повторяются правила сложения и вычитания различных обыкновенных дробей с общими знаменателями. Отмечается, что соответствующие действия над рациональными выражениями выполняются по тем же правилам.

При сложении или вычитании дробей с одинаковыми знаменателями, их числители складываются (вычитаются), знаменатели при этом остаются без изменения, для дробей с разными знаменателями надо сначала привести их к общему знаменателю, а затем выполнять действия над ними.

Для определения общего знаменателя особое внимание надо обращать на правильное разложение многочленов в числителе и знаменателе дроби на множители. Разложение на множители более эффективными способами отражает умение учеников мыслить логически и творчески.

Прикладные задания.

У.24. Фермера беспокоит малый вес новорожденных телят. Для того, чтобы увеличить вес теленка на m кг за каждую неделю, он перевел телят на особый режим кормления. В результате фермер заметил, что вес за каждую неделю увеличивается на $(m+2)$ кг. Решите следующие задачи, зная, что прибавка в весе у телёнка в среднем должна составить 20 кг. По данным задачи найдите следующее:

1) Какую информацию содержат выражения $\dfrac{20}{m}$ и $\dfrac{20}{m+2}$?

2) Запишите и упростите выражение, которое показывает разность между запланированным и фактическим временем (количеством недель).

Если вес теленка за неделю увеличивается на m кг, то для того, чтобы в среднем прибавка в весе составила 20 кг потребуется $\dfrac{20}{m}$ недель, однако, если увеличение веса составляет $(m + 2)$ кг, тогда достаточно $\dfrac{20}{m+2}$ недель.

В таком случае, фактическое количество недель равно $\frac{20}{m+2}$, а запланированное количество - $\frac{20}{m}$.

Разность между запланированным количеством недель и фактическим:

$$\frac{20}{m} - \frac{20}{m+2} = 20\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m+2}\right) = 20\cdot \frac{2}{m(m+2)} = \frac{40}{m(m+2)}$$

У.30. 1) В паре $\frac{A}{B} + \frac{C}{D}$ и $\frac{\frac{AD}{B} + C}{D}$ покажем эквивалентность второго выражения первому.

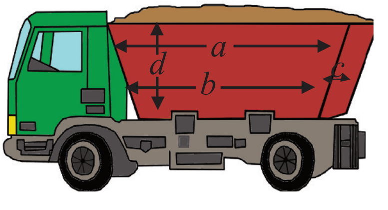
$$\frac{\frac{AD}{B} + C}{D} = \frac{\frac{A\cdot D}{B} + \frac{C\cdot B}{B}}{D} = \frac{\frac{A\cdot D + C\cdot B}{B}}{D} = \frac{A\cdot D + B\cdot C}{BD} = \frac{AD}{BD} + \frac{BC}{BD} =$$

$$= \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$$

Таким образом, $\frac{\frac{A\cdot D}{B} + C}{D} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$

У.33. Для закладки фундамента при строительстве нового дома строительная площадка должна быть очищена от мусора. Мусор должен вывозиться на грузовой машине, изображенной на рисунке. Вместимость грузовой машины можно вычислить по формуле $V = \frac{d(a+b)}{2}c$.

1) Выразите вместимость грузовой машины в кубических метрах, если размеры грузовой машины по технической документации равны $a = 10$ футов, $b = 17$ футов, $c = 4$ фута, $d = 3{,}5$ фута. 1 фут $\approx 0{,}3$ м (фут единица измерения длины, которая используется в некоторых странах Европы и США).



2) Если на стройплощадке 40 м^3 мусора, то сколько рейсов должна совершить грузовая машина?

$$V = \frac{d\,(a+b)}{2}\cdot c$$

$a \approx 10 \cdot 0{,}3\text{м} = 3\text{м}$

$b \approx 17 \cdot 0{,}3 = 5{,}1\text{м}$

$c \approx 4 \cdot 0{,}3 \text{ м} = 1{,}2\text{м}$

$d \approx 3{,}5 \cdot 0{,}3\text{м} = 1{,}05\text{м}$

1) Вместимость грузовой машины:

$$V \approx \frac{1{,}05 \cdot (3 + 5{,}1)}{2}\cdot 1{,}2 = 1{,}05 \cdot 8{,}1 \cdot 0{,}6 = 5{,}103 \text{ м}^3$$

2) Для 40 м^{3}мусора, $\frac{40}{5{,}103} \approx 7{,}8$

Ответ: 8 рейсов

Рабочий лист № 4

Имя______________ Фамилия__________ Дата________

Выполните действия над рациональными выражениями.

Хоть бы дали задание на приведение обыкновенных дробей к общему знаменателю!!!

1) $\frac{x}{7}+\frac{x}{3}=$

2) $5-\frac{1}{2y}=$

3) $a-\frac{3}{2a}=$

4) $\frac{1}{x}+1=$

5) $\frac{a-1}{5}-\frac{a+1}{4}=$

6) $\frac{2x+3}{5x}-\frac{7x^2-1}{5x}=$

7) $\frac{a+1}{3a}+\frac{3}{2}=$

8) $\frac{a+5}{5a}-\frac{a-8}{8a}=$

9) $\frac{2x-3}{6x}-\frac{x-2}{4x}=$

10) $\frac{3}{x+2}+\frac{x-2}{x}=$

11) $\frac{1}{2-x}+\frac{2}{x-2}=$

12) $\frac{b}{b-1}+\frac{1}{2-2b}=$

13) $\frac{1}{a^2-a-6}-\frac{1}{a^2+2a}=$

14) $\frac{2}{a^2-4}-\frac{1}{a^2+2a}=$

15) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x^2-2x}=$

Урок 76-77. Стр. 109-110 учебника.
Действия над рациональными дробями. 2 часа

Содержательный стандарт: 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

Навыки учащегося:
- заменяет дроби с рациональными выражениями в числителе и знаменателе делением и упрощает их;
- упрощает выражения, содержащие действия сложения, вычитания, умножения и деления рациональных выражений.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист.

Отмечается, что последовательность действий сложения, вычитания, умножения и деления над рациональными выражениями при упрощении аналогично этим же действиям над рациональными числами. Здесь требуется упрощать более сложные дроби, в числителе и знаменателе которых содержатся рациональные выражения. Задания, представленные в учебнике, разбираются вместе с учащимися.
Для примера рассматриваются две следующие дроби. В первом случае выражение записано в виде деления двух выражений, во втором примере это действие представлено в виде сложной дроби. В этом случае рекомендуется отдельно выписать числитель и знаменатель, а затем выполнить упрощение. Тогда уменьшается вероятность случайных ошибок, а также увеличивается шанс выявить их.

У.2-с. Данное задание может быть рекомендовано для работы в парах. Один может выполнить упрощение, приводя к общему знаменателю, а другой - умножив числитель и знаменатель на одно и то же выражение.

$$\frac{\frac{2a-b}{b}+1}{\frac{2a+b}{b}-1}=\frac{\left(\frac{2a-b}{b}+1\right)\cdot b}{\left(\frac{2a+b}{b}-1\right)\cdot b}=\frac{2a-b+b}{2a+b-b}=\frac{2a}{2a}=1$$

У.11. c) Выполним замену: обозначим $\sqrt{x}=z$, тогда $x=z^2$. Применим замену в заданном вражении и упростим его:

$$\left(\frac{a+z}{a-z}+\frac{a-z}{a+z}\right)\cdot\frac{a-z}{a^2+z^2}=\frac{(a+z)^2+(a-z)^2}{\cancel{(a-z)}\cdot(a+z)}\cdot\frac{\cancel{(a-z)}}{a^2+z^2}=\frac{2\cancel{(a^2+z^2)}}{a+z}\cdot\frac{1}{\cancel{(a^2+z^2)}}=$$

$$=\frac{2}{a+z}=\frac{2}{a+\sqrt{x}}$$

вместо z запишем $\sqrt{x}$

Оценивание. Предлагается провести формативное оценивание навыков учащихся. Особое внимание уделяется умению раскладывать многочлен на множитель и приводить к общему знаменателю при сложении и вычитании рациональных выражений.

Урок 78-79. Стр. 111-113 учебника. Функция $y = \dfrac{k}{x}$ и ее график 2 часа

Содержательный стандарт 2.3. Выражает зависимость между величинами, с которыми ежедневно встречается в жизни, в виде функциональной зависимости.
1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.

Навыки учащегося:

- демонстрирует понимание прямо и обратно пропорциональной зависимости;
- представляет обратно пропорциональную зависимость устно, в виде уравнения и графика;
-находит требуемые значения по данным и видам зависимости между ними;
- решает задачи на прямо и обратно пропорциональную зависимость.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 5.

Обсуждения прямо и обратно пропорциональных зависимостей проводится на примерах.

Эльнур за каждый час работы получает зарплату в размере 5 манат. За 1час Эльнур получает 5 манат, за 2 часа - 10 манат, за 3 часа - 15 манат и т.д.

Самолет пролетел 4000 км со скоростью 800 км за час в течении 5 часов. Самолёт преодолеет это же расстояние за 8 часов со скоростью 500 км/ч, за 10 часов со скоростью 400 км/ч и т.д.

Сравните зависимости в первой задаче, между полученными Эльнуром деньгами и временем, и во второй задаче - между скоростью самолета и временем. Что можно сказать о произведении количества часов на количество полученных денег за один час в первой задаче? А что можно сказать о произведении скорости самолета на время во второй задаче?

Отмечается, что первая зависимость является прямо пропорциональной, а вторая - обратно пропорциональной, исследуются характерные черты этих зависимостей.

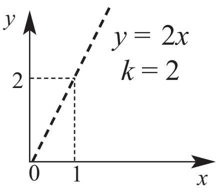
Прямо пропорциональная зависимость: при увеличении одной из двух зависимых величин в несколько раз, другая величина увеличивается во столько же раз.

Обратно пропорциональная зависимость: при увеличении одной из двух зависимых величин в несколько раз, другая величина уменьшается во столько же раз.
Рекомендуется подготовить электронные или бумажные плакаты, как показано ниже.

Прямо пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости

Прямо пропорциональная зависимость:

Задача. В одном мешке 2 кг риса. Сколько килограммов риса в 3, 5, 6 и т.д. таких же мешках? $y = 2x$, $\dfrac{y}{x} = 2$



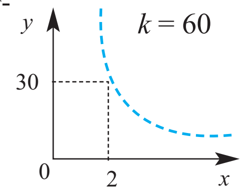
Если величины x и y изменяются в прямо пропорциональной зависимости, то их отношение остаётся постоянным $\dfrac{y}{x} = k$ или $y = kx$.

Обратно пропорциональная зависимость:

$y = \dfrac{60}{x}$
$k = 60$

Задача. Сколько мешков вместимостью 2 кг, 3 кг, 4 кг и т.д. потребуется для того, чтобы расфасовать 60 кг риса?

$y = \dfrac{60}{x}$, $xy = 60$



Если величины x и y изменяются в обратно пропорциональной зависимости, то их произведение остаётся постоянным $xy = k$ или $y = \dfrac{k}{x}$, при $k \neq 0$.

Для того, чтобы проверить как учащиеся поняли прямо и обратно пропорциональную зависимости, рекомендуется выполнение следующих заданий:

Запишите в виде формулы следующие зависимости:
x и y изменяются в обратно пропорциональной зависимости при $x = 8$, $y = 16$;
x и y изменяются в прямо пропорциональной зависимости при $x = 56$, $y = 8$

Обучающие задания: Проконтролируйте, чтобы задания выполнялись всеми учащимися. Эти задания основываются на определении прямо и обратно пропорциональных зависимостей.

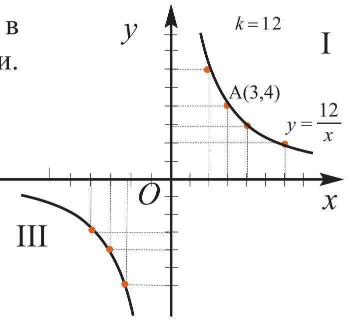
Прикладные задания в большинстве случаев построены на решении задач.

Методические рекомендации. 1. В каждой задаче определите зависимые величины.

2. Определите происходит ли изменение величины в прямо или обратно пропорциональной зависимости.

3. Запишите зависимость в виде выражения.

4. Выполните требуемые вычисления.



У.4. Определяет формулу обратно пропорциональной зависимости по заданным координатам. Если $xy = k$, то $xy = 12$, т.е., $k = 12$

$$y = \frac{k}{x} \qquad y = \frac{12}{x}$$

У.10. В этом задании расстояние от человека до центра равновесия и его масса находятся в обратно пропорциональной зависимости. Т.е. произведение этих двух величин должно оставаться постоянным и быть одинаковым для каждого из них. $m_1d_1 = m_2d_2$, здесь m - масса, d - расстояние между центром равновесия до человека. $50 \cdot 1{,}5 = 60\ d_2$ $\qquad d_2 = 75 : 60 = 1{,}25$ (м)

Если человек, масса которого 50 кг, стоит от центра равновесия на расстоянии 1,5 м, то человек с массой 60 кг должен стоять на расстоянии 1,25 м от центра равновесия. Как видите, с увеличением массы расстояние уменьшилось.

У.13-b Ученик должен понимать, что в равномерном движении при одинаковом расстоянии, скорость и время находятся в обратно пропорциональной зависимости, и решить задачу при помощи формулы $s = vt$

Известно: $v_1 = 60$ км/ч $t_1 = 7$ часов Если $v_2 = 75$ км/ч то, сэкономит ли он 1,5 ч?	Расстояние между двумя пунктами: $s = v_1 \cdot t_1$ с другой стороны: $s = v_2 \cdot t_2$ $s = v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$ $60 \cdot 7 = 75 \cdot t_2$ $\qquad t_2 = \frac{\cancel{60} \cdot 7}{\cancel{75}} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5{,}6$ $t_1 - t_2 = 7 - 5{,}6 = 1{,}4$ часа, предположение водителя неверно.

Задания прикладного характера охватывают умение составлять уравнение по графику, определять по условию задачи прямо и обратно пропорциональную зависимость и т.д. Ученик должен понимать, что в задачах на совместную работу, скорость, наполнение и опустошение бассейна, величины связаны обратно пропорциональной зависимостью. Главным условием в этих задачах является определение изменения за единицу времени. Это выполненная за единицу времени работа (за 1 час, за 1 день и т д.), наполненная (опустошенная) часть бассейна, пройденный путь и т.д.

Оценивание. Проводится формативное оценивания основных навыков

Рабочий лист № 5
Обратно прпорциональная зависимость

Имя______________ Фамилия ________________ Дата __________

1) Величины x и y изменяются в обратно пропорциональной зависимости. По данным запишите эту зависимость и найдите неизвестную величину.

a) При $x = 1$, $y = 8{,}5$. Найдите x, если $y = 1$

b) При $x = 1{,}55$, $y = 8$. Найдите x, если $y = 0{,}62$

c) При $x = 2$, $y = 7$. Найдите y, если $x = 7$

d) При $x = 4$, $y = 14$. Найдите y, если $x = 7$

2) 8 человек могут скосить траву на поле за 12 дней. За сколько дней скосят траву с этого же поля 6 человек, если будут работать с той же производительностью?

3) a) Запаса продуктов в лагере хватит 120 студентам на 15 дней. На сколько дней хватит этих же продуктов, если в лагерь прибудут еще 60 студентов?

b) Запаса продуктов в лагере хватит 125 студентам на 16 дней. Если через 2 дня прибудут еще 50 студентов, то на сколько дней хватит этих продуктов?

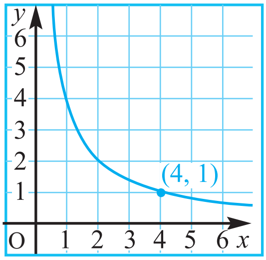
4) В больнице 90 пациентов и для них на 30 дней необходимо 1350 л молока. Сколько пациентов было в больнице, если 1680 л молока хватило на 28 дней ?

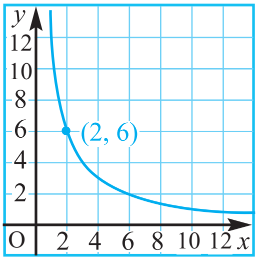
5) 30 работников выполняют определенную работу за 30 дней, работая ежедневно 7 часов с одинаковой производительностью труда. Сколько рабочих смогут выполнить эту же работу, работая 6 часов ежедневно?

6) 10 человек могут построить забор длиной 120 м за 6 дней. Сколько метров забора могут построить 15 человек за 3 дня, работая с одинаковой производительностью труда?

7) 6 человек, работая 8 часов в день, за неделю могут заработать 1200 манат. Сколько манат смогут заработать 9 человек, работая 6 часов в день?

8) На графике изображена обратно пропорциональная зависимость между величинами x и y. Запишите формулу этой зависимости.

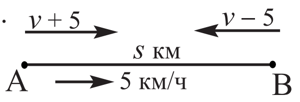




Урок 80-81. Стр. 113-114 учебника. Обобщающие задания. 2 часа.

Обобщающие задания можно предложить в качестве домашнего задания для подготовки к суммативному оцениванию.

У.2. Катеру при движении из пункта A в пункт B (по течению) потребуется $t_1 = \dfrac{s}{v+5}$ часов, а от пункта B в пункт A $t_2 = \dfrac{s}{v-5}$ часов.



a) При s=50, $v = 25$ $\quad t_1 = \dfrac{50}{25+5} = \dfrac{50}{30} = \dfrac{5}{3}$ часа $=$ 1 час 40 мин.

$t_2 = \dfrac{50}{25-5} = \dfrac{50}{20} = \dfrac{5}{2}$ часа $=$ 2,5 часа $=$ 2 часа 30 мин. $t = t_1 + t_2 =$ 4 часа 10 мин.

У.5. Дано

$V = x^3 + 5x^2 + 6x$

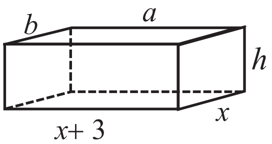
$a = x + 3$

$b = x$

$V = a \cdot b \cdot h \quad h = \dfrac{V}{a \cdot b}$

$$h = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{(x+3)\,x} = \frac{\cancel{x}(x^2 + 5x + 6)}{(x+3)\,\cancel{x}} = \frac{\cancel{(x+3)}(x+2)}{\cancel{x+3}} = x + 2$$

$h = x + 2$



D.15. c) $(a^{-1} - b^{-1}) \cdot (a-b)^{-1} = (\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}) \cdot \dfrac{1}{a-b} = \dfrac{b-a}{ab} \cdot \dfrac{1}{a-b} = -\dfrac{1}{ab}$

Критерии суммативного оценивания по разделу

№	Критерии оценивания	
1.	Упрощает рациональные выражения	
2.	Выполняет умножение и деление рациональных выражений	
3.	Выполняет сложение и вычитание рациональных выражений	
4.	Решает задачи на сложение и вычитание рациональных выражений	
5.	Решает задачи на прямо и обратно пропорциональную зависимости	
6.	Находит необходимую информацию по заданным значениям и видам зависимости	

Урок 82. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Нариман собирает марки. Он купил 8 марок, которых не было в его коллекции с изображением вымирающих видов животных. Запишите рациональное выражение, которое показывает отношение новых марок ко всем маркам.

2. При каком значении переменного выражение $\frac{x+1}{2x-9}$ не имеет смысла?

3. Выполните действия : $\frac{5x^2}{4y^3} \cdot \frac{y^2}{10x} : \frac{xy}{8}$

A) $\frac{x^2}{64y^2}$ B) $\frac{x}{64y^2}$ C) $\frac{x}{y}$ D) $\frac{1}{y^2}$

4. Найдите $\frac{1}{a}$, если $a = \frac{x+1}{x-4} - 2$ при $x \neq 4$.

A) $\frac{x-4}{x-9}$ B) $\frac{4-x}{x-9}$ C) $\frac{9-x}{4-x}$ D) $\frac{x-4}{9-x}$

5. Установите соответствие выражения для простейшего общего знаменателя.

1. $\frac{1}{a^2-4} - \frac{2}{a+2}$ 2. $\frac{3}{a} + \frac{1}{a+2}$ 3. $\frac{1}{a^2-2a} + \frac{1}{a^2+2a}$

A) a^2+2a B) a^2-4 C) a^2-2a D) a^3-4a

6. При каких натуральных значениях a выражение $\frac{6a-6}{a^2-a}$ принимает натуральные значения ?

A) 2; 3; 6 B) 1; 6 C) 1; 2; 3; 6 D) 1; 3; 6

7. a) Съедена $\frac{1}{n}$ часть сырника. Оставшуюся часть разрезали на $\boldsymbol{m}$ одинаковых кусков. Какую часть от всего сырника составляет каждый кусок? Найдите соответствующее рациональное выражение.

A) $\frac{n}{m}$ B) $\frac{n-1}{nm}$ C) $\frac{m}{n-1}$ D) $\frac{1}{m}$

b) Объясните правильность вашего выбора, приняв $n = 2$ и $m = 4$.

8.Укажите выражение, эквивалентное выражению $\frac{x+2y}{y} - \frac{2x+y}{x}$.

A) $\frac{x^2-y^2}{xy}$ B) $\frac{(x+2y)^2}{xy}$ C) $\frac{(x-2y)^2}{xy}$ D) $\frac{x+2y}{x}$

9. Упростите: $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25} \cdot \frac{x-5}{x+5}$

A) $x+5$ B) $x-5$ C) $\frac{x-5}{x+5}$ D) 1

10. Найдите $\frac{a-b}{b}$ если $\frac{a+b}{b} = 9$.

11. Автомобиль первую половину пути длиной $2s$ км проехал со скоростью v км/ч, а вторую половину пути - со скоростью $2v$ км/ч. Найдите среднюю скорость на данном пути.

12. Выполните задание, если известны площадь и ширина прямоугольника.

$$\boxed{S = x^2 + 3x + 2}\ \Big\}\ x + 1$$

1) Запишите выражение для нахождения длины прямоугольника.
2) Запишите выражение для нахождения периметра прямоугольника.
3) Если площадь прямоугольника равна 30 кв. ед., то на сколько процентов длина прямоугольника больше ширины?

13. Упростите: $\dfrac{\dfrac{a}{b}-\dfrac{25b}{a}}{\dfrac{a}{b}+\dfrac{25b}{a}-10}$

A) $\dfrac{a+5b}{a-5b}$ B) $\dfrac{a+5b}{5a}$ C) $a+5b$ D) $\dfrac{a-5b}{5b}$

14. При каком значении k точка A (k; 3) принадлежит графику функции $y=\dfrac{9}{x}$?

A) 1 B) 3 C) –3 D) 9

15. Величины x и y связаны обратно пропорциональной зависимостью так, что при $x = 4$, $y = 3$. Найдите y при $x = 1,2$

A) 0,3 B) 1,2 C) 1 D) 10

16. Упростите: $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot (a - b)^{-1}$

17. 3 человека могут соткать 6 м^2 килима за 8 дней. За сколько дней 2 человека соткут 3 м^2 килима?

18. Выполните действия.

$$\frac{a^2-x^2}{b^2-16}\cdot\frac{b+4}{a-x}+\frac{x}{4-b}$$

19. Выберите выражение, эквивалентное выражению $\dfrac{x^{-3}+y^{-3}}{x^{-2}-x^{-1}\cdot y^{-1}+y^{-2}}$.

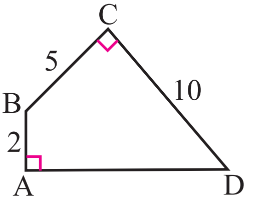
A) $\dfrac{x^2-y^2}{xy}$ B) $\dfrac{x-y}{xy}$ C) $\dfrac{x+y}{xy}$ D) $\dfrac{x+y}{x^2y^2}$

20. 4 трактора могут вспахать поле за 6 часов.
1) Сколько еще тракторов понадобится для того, чтобы вспахать это же поле за 4 часа?
2) Если один трактор встанет на ремонт, то за сколько времени оставшиеся 3 трактора смогут выполнить данную работу?
3) 4 трактора работали 3 часа. За сколько времени вспашут оставшуюся часть поля 3 трактора?

Урок 83. Задания для большого суммативного оценивания (за полугодие)

1. При каких значениях переменной значение дроби $\frac{x^2-3x-4}{x+3}$ равно нулю?

2. По данном на рисунке найдите периметр четырёхугольника ABCD



3. Установите соответствие

1) Простая десятичная дробь

2) Смешанная периодическая десятичная дробь

3) Непериодическая бесконечная десятичная дробь

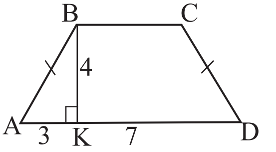
A) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$

B) π D) $\sqrt{3}$

4. Упростите : $\frac{x^2+2x-3}{x^2-1} \cdot \frac{4x+4}{x+3}$

5. Дано: ABCD равнобедренная трапеция, $BK \perp AD$, $AK = 3$, $KD = 7$, $BK = 4$

Найдите: 1) периметр трапеции;
2) среднюю линию трапеции.



6. Упростите выражение $\frac{4p}{p^2-1} + \frac{2}{1-p} - \frac{1}{p+1}$

7. Установите соответствие между квадратным уравнением и его корнями.

1) $x_1 = 3, x_2 = 2$ A) $x^2 + 5x + 6 = 0$
2) $x_1 = -3, x_2 = -2$ B) $x^2 - 5x + 6 = 0$
3) $x_1 = 3, x_2 = -2$ C) $x^2 + x - 6 = 0$
D) $x^2 - x - 6 = 0$

8. Найдите значение выражения $\frac{4^{-2} \cdot (2^{-2})^3}{16^{-4} \cdot 2^{-3}}$

9. Установите соответствие

1) 23400 2) 0,00072 3) $5 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot 10^{-2}$

A) порядок равен 4 B) значащая часть равна 4
C) порядок равен – 4 D) порядок равен – 6

10. Найдите значение выражения $\sqrt{6\frac{1}{4}-(2\sqrt{0,5})^2}$

A) 0,5   B) 1,5   C) 0   D) 1

11. График функции $y=\frac{k}{x}$ проходит через точку A(–2; –3)
1) Найдите значение k;   2) Проходит ли график этой функции через точку B(3; –2), C(3;2)?

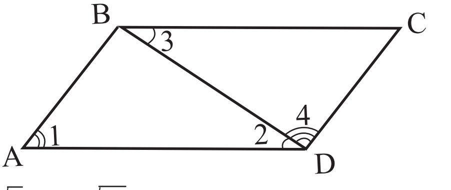
12. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2-3x+n=0$.
Зная, что $2(x_1+x_2)=3x_1x_2$, найдите n и решите уравнение.

13. Установите соответствие
1. Положительное число   2. Отрицательное число   3. Равно нулю

A) $3-\sqrt{11}$ B) $\sqrt{19}-4$ C) $\sqrt{2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}}$ D) $3-\pi$

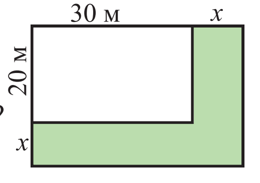
14. В параллелограмме ABCD $\angle 1=50^\circ$, $\angle 4=70^\circ$. Найдите значение $\angle 3$

A) 40º   B) 80º
C) 70º   D) 60º



15. Вычислите значение выражения $(2+\sqrt{3})^2-2\sqrt{12}$

2. Площадь сада, имеющего форму прямоугольника с размерами 30 м × 20 м увеличили как показано на рисунке.
a) Запишите выражение, которое показывает как площадь увеличенной части зависит от x.
b) На сколько процентов увеличится площадь при x = 4 м?
c) Найдите x, если начальная площадь увеличится в 2 раза?



17. Установите соответстивие выражения для простейшего общего знаменателя.

1. $\frac{2}{a-1}+\frac{3}{a+1}$ 2. $\frac{1}{a^2-2a}+\frac{3}{a+2}$ 3. $\frac{2}{a}+\frac{1}{a-1}$

A) a^3-4a B) a^2-1 C) a^2-4 D) a^2-a

18. Внесите множитель под знак корня $2c\sqrt{-\frac{2}{c}}$

A) $-\sqrt{-8c}$ B) $\sqrt{-8c}$ C) $\sqrt{8c}$ A) $-\sqrt{-4c}$

19. Периметр равнобедренног треугольника равен 32 мм, асредняя линия, параллельная к боковой стороне равна 6 мм. Найдите стороны треугольника, вершине которого являются серединами сторон данного треугольника.

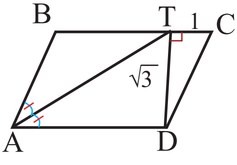
20. Упростите: $$\frac{\frac{x}{2}-\frac{2}{x}}{\frac{x}{2}+\frac{2}{x}-2}$$

A) $\frac{x+2}{x-2}$ B) $\frac{x-2}{x+2}$ C) $\frac{x+1}{x-1}$ D) $\frac{x-1}{x+4}$

21. Найдите сторону ромба с диагоналями 16 см и 12 см

A) 8 см B) 15 см C) 9 см D) 10 см

22. По данным рисунка для параллелограмма ABCD найдите:



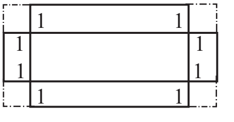
a) периметр параллелограмма ABCD;
b) угла параллелограмма ABCD;
c) длину средней линии трапеции ATCD;
d) длину биссектрисы AT.

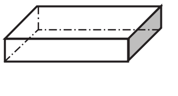
23. При каком значении переменной выражение $\frac{x+2}{2x^2-x-3}$ не имеет смысла?

A) – 1; 3 B) – 1; –3 C) –2; 1,5 D) –1; 1,5

24. Найдите значение выражения $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$, если $x+y=4$, $xy=4$

25. Тонкий металлический лист имеет форму прямоугольника, длина которого в 2 раза больше ширины. С каждого угла листа отрезали квадрты длиной 1 дм. После чего из листа при помощи сварки сделали ящик без крышки. Найдите:





1) размеры ящика, если ее объем составляет 12 дм^3;
2) площадь полной поверхности;
3) Сколько литров краски потребуется для того, чтобы покрасить ящик снаружи и внутри, если на 7 м^2 требуется 1 л краски?

6. Площади фигур

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учеб-ника
3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов. 3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. 3.1.5. Классифицирует четырехугольники(параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, знает признаки параллелограмма. 4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует соответствующие инструменты для измерения. 4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его.	84-86	Аксиомы площадей. Площадь параллелограмма	3	116-119
	87-89	Площадь треугольника	3	120-122
	90-91	Площадь трапеции	2	123-125
	92-93	Площадь ромба	2	126-127
	94-95	Обобщающие задания	2	128-129
	96	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	Всего		**13**	

Урок 84-86. Стр. 116-119 учебника. Аксомы площадей. Площадь параллелограмма. 3 часа.

Содержательный стандарт:

3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники(параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, знает признаки параллелограмма.

4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует соответствующие инструменты для измерения.

Навыки учащегося:

- решает различные задачи, применяя формулу площади параллелограмма;

- применяет аксиомы, теоремы и соответствующие геометрические свойства при нахождении площади параллелограмма.

1-ый час. Вводятся аксиомы площадей и выполняются задания на странице 116.

При решении задач рекомендуется обращать внимание на следующие навыки.

- учащиеся должны уметь перечертить в тетрадь соответствующий рисунок при помощи соответствующих инструментов;

- отмечать данные на рисунке и наоборот, по данным рисунка записывать геометрические элементы и при помощи знаков показывать их связь:

Мотивация. Учащиеся разбиваются на группы и выполняют работы, вырезки и приклеивание. Выполнение практических заданий на бумаге в клетку, способствует быстрому определению равности площадей.

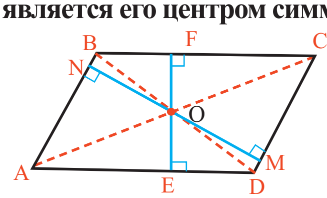
Обучение. При различных положениях параллелограмма отмечаются стороны и высоты, проведенные к данным сторонам. Записывается формула нахождения площади параллелограмма. - определять сторону и высоту, проведенную к данной стороне при различных положениях параллелограмма и отмечать их разным цветом.

У.2. В данном задании очень важно понять как площадь вычисляется при помощи квадратных единиц и способы ее нахождения. Рекомендуется для парной работы. Особое внимание уделяется технике подсчета при помощи половинок, четвертинок и более мелких клеток.

У.4. В данном задании рекомендуется разделить учащихся на маленькие группы, которые определяют геометрические предположения для применения.

Используемое предположение:

Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии.



Дано: ABCD - параллелограмм

O - точка пересечения диагоналей

OE = 2 см, ON = 3 см, S_{ABCD}=48 см^2

Найти: Стороны и периметр параллелограмма.

Точка пересечения диагоналей находится на одинаковом растоянии.

OF = OE = 2 см, EF = 4см, OM = ON = 3 см, MN = 6см

EF-высота опущенная на AD. S = AD · EF, 48 = AD · 4, AD = 12 см

MN-высота опущенная на AB. S = AB · MN, 48 = AB · 6, AB = 8

Периметр параллелограмма: P = 2· (12 + 8) = 40 см

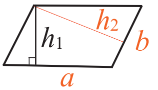
Ученикам задается вопрос об используемом в задаче предложении.
Знакомо ли вам высказывание **“Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии”?** В какой задаче было предложено доказательство данного высказывание на учебнике? Смогли ли вы справиться с этим заданием? Сможете ли вы теперь доказать это предположение?
Рекомендуется, чтобы учащиеся ответили на вопросы такого типа письменно. Письменное представление можно использовать как средство самооценивания.

У.5. Данное задание ученики выполняют самостоятельно. Учитель оценивает несколько учащихся методом наблюдения. Учащиеся должны продемонстрировать умение отмечать на рисунке соответствующие знаки и данные.

Рассмотрим два случая:

Дано :
Параллелограмм
$a = 15$ см
$b = 12$ см
$h_1 = 10$ см
$h_2 = ?$

I случай

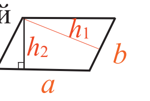


$S = a \cdot h_1 = 15 \cdot 10 = 150$ см^2

$S = b \cdot h_2$

$h_2 = S : b = 150 : 12 = 12{,}5$ (см)

II случай



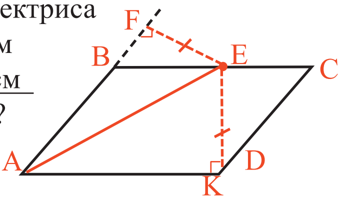
$S = b \cdot h_1 = 12 \cdot 10 = 120$ (см^2)

$S = a \cdot h_2$

$h_2 = S : a = 120 : 15 = 8$ (см)

2-ой час. Выполняются задания из учебника на нахождение площади параллелограмма.

У.6. Дано:
ABCD - параллелограмм
AE - биссектриса
EF = 12 см
AD = 24 см
S_{ABCD}=?



Учащиеся должны определить какую теорему они будут использовать при решении.

Теорема: Любая точка, расположенная на биссектрисе, находится на одинаковом расстоянии от каждой из сторон угла. Т.е. EK = EF = 12 см и
$EK \perp AD$ $S_{ABCD} = AD \cdot EK = 24 \cdot 12 = 288$ см^2

У.10.
Дано:
прямоугольник
$a = 2x + 3$
$S = 2x^2 + 7x + 6$
$b = ?$
$P = ?$

Известны площадь прямоугольника и одна из сторон.
Найдем другую сторону

$$b = \frac{S}{a} = \frac{2x^2 + 7x + 6}{2x + 3} = \frac{2x^2 + 4x + 3x + 6}{2x + 3} = \frac{2x(x+2) + 3(x+2)}{2x + 3} =$$

$$= \frac{(x+2)(2x+3)}{(2x+3)} = x + 2; \quad b = x + 2$$

Вычислим периметр прямоугольника

$$P = 2(a + b) = 2 \cdot (2x + 3 + x + 2) = 2 \cdot (3x + 5) = 6x + 10$$

Вопрос: “Можно ли заранее сказать, к какой стороне проведена высота, если известны длины сторон и высот?” Учащиеся высказывают мнения. Гипотенуза должна быть больше любого катета.

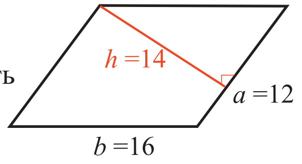
Длина перпендикуляра (высоты) является наикратчайшим расстоянием от точки до прямой. Т.е. данная высота проведена к стороне *a*. Сторону *b* можно рассматривать как гипотенузу треугольника с катетом 14 см.

У.11.

Дано:
параллелограмм
$a = 12$ мм
$b = 16$ мм
$h = 14$ мм

$S = ?$

Результат и применяемое предложение: Высота, проведенная к стороне параллелограмма не может быть больше другой стороны.



$$a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

$$12 \cdot 14 = 16 \cdot h_b \qquad h_b = \frac{12 \cdot 14}{16} = 10{,}5$$

$$S = a \cdot h = 12 \cdot 14 = 168 \text{ мм}^2$$

3-й час. У.13. Задание можно выполнять в группах.

1) Периметр прямоугольника 12 м, стороны - x и y.

$2x + 2y = 12, \quad 2\cdot(x + y) = 12, \quad x + y = 6, \quad y = 6 - x$

$S = x\cdot y = x\cdot(6 - x) = 6x - x^2$

2) $S = 6x - x^2 = 9 - 9 + 6x - x^2 = 9 - (9 - 6x + x^2) = 9 - (x-3)^2$

Вопрос: какое наибольшее значение может принимать n в выражении $n - (x - m)^2$?

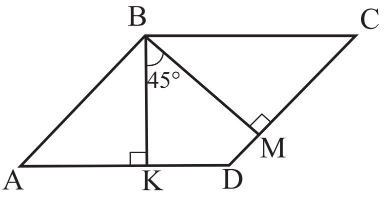
3) Площадь прямоугольника принимает максимальное значение при $x = 3$.

$S_{НБЗ} = 9$ см^2

В этом случае $y = 6 - x = 6 - 3 = 3$, среди прямоугольников с периметром 12 м наибольшую площадь имеет квадрат со стороной 3 см.

4) Из равенства $S = 9 - (x-3)^2$, запишем $S = 5$, тогда $5 = 9 - (x-3)^2$, $(x-3)^2 = 4$ $x - 3 = \pm 2$. Для $x_1 = 5$, $x_2 = 1$ соответствующие значения равны $y_1 = 6 - 5 = 1$, $y_2 = 6 - 1 = 5$. Длины сторон прямоугольника с периметром 12 м, равны 5 м и 1 м.

У.17. Решение: пусть AK = $3x$, тогда по условию KD = $2x$, BC = AD = AK + KD = $5x$. В четырехугольнике KBMD $\angle$D = 180° – 45° = 135°. Тогда $\angle$A = 180° – $\angle$D = 45°. Значит, ΔABK равнобедренный прямоугольный треугольник: BK = AK = $3x$. По условию средняя линия трапеции KBCD равна:



$\dfrac{BC + KD}{2} = 7$. Отсюда $\dfrac{5x + 2x}{2} = 7$, $x = 2$.

Значит, AD = 5 · 2 = 10 мм, BK = AK = 3 · 2 = 6 мм

Площадь паралеллограмма: S = AD · BK = 10 · 6 = 60 мм^2

Обобщение и результаты: При заданном периметре можно определить размеры прямоугольника так, чтобы его площадь была наибольшей. Вопросы и задания для оценивания (Рефлексия)

1) Что называется высотой параллелограмма? Начертите, покажите.

2) Сколько различных высот у параллелограмма? Начертите, покажите.

3) Начертите параллелограмм на листе в клетку и посчитайте его площадь в квадратных единицах.

4) Какая высота параллелограмма наибольшая, проведенная к большей стороне или к меньшей стороне?

5) Если сторону параллелограмма и высоту, проведенную к данной стороне, увеличить в 2 раза, то во сколько раз увеличится площадь?

Урок 87-89. Стр. 120-122 учебника. Площадь треугольника. 3 часа

Содержательный стандарт. 3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники(параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, знает признаки параллелограмма.

4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его

Навыки учащегося:

- Решает задачи, применяя формулу площади треугольника.
- Применяет нужные геометрические свойства, аксиомы и теоремы при решении задач на нахождение площади треугольника.
- делит фигуры различных форм на треугольники;
- находит общую площадь фигуры, при помощи площади треугольников;
- решает задачи реальных жизненных ситуаций, делением площади фигур на треугольники.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы №1.

1-й час. Мотивация. Учащиеся делятся на группы и выполняют практическую работу. Направляющие вопросы: 1) Что можно сказать о треугольниках, если в прямоугольнике провести диагональ?

2) На сколько конгруэнтных треугольников делится параллелограмм, если провести диагональ?

3) По какой формуле находится площадь параллелограмма?

Обучение. Чертится несколько треугольников в разных положениях. Одним цветом показываются сторона и высота, проведенная к данной стороне. Записывается формула площади треугольника. Выполняется задание из учебника.

У.1. Рекомендации: 1. Сначала определите вид треугольника.

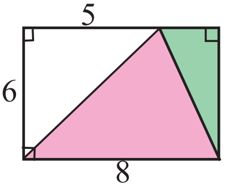
2. Перечертите в тетрадь треугольники с данными условными размерами.

У.3 Данное задание можно выполнять как в парах, так и в группах. Ученики строят различные виды треугольников с основанием 13 см и площадью 52 см^2. Дается задание начертить остроугольный и тупоугольный треугольники с одинаковым основанием и высотой.
Вывод. Независимо от вида треугольники с одинаковым основанием и высотой имеют равные площади.

У.4. с) Начертите любой треугольник со основанием 4 см и боковой стороной 3 см. Какое наибольшее значение может принимать площадь треугольника?
Высказывание для применения: Высота, проведенная к основанию, не может быть больше боковой стороны.
Обсуждается задание на применение данного высказывания. Учащимся предлагается построить треугольник с наибольшей площадью, если даны две другие стороны, так, чтобы сторона в 3 см являлась и его высотой. Это возможно только для прямоугольного треугольника.

Вывод. Треугольник с заданными сторонами будет иметь наибольшую площадь, только если эти стороны будут равными катетам прямоугольного треугольника.

Обобщение и творческое применение. Учитель обобщает знания о площади треугольника. Учащимся рекомендуется найти площади закрашенных частей фигуры на рисунке.



Для оценивания можно применить следующие вопросы

1) Что такое высота треугольника? Начертите, покажите.
2) Начертите высоту тупоугольного треугольника, покажите.
3) Покажите точку пересечения высот прямоугольного треугольника.
4) Какая из высот в треугольнике больше - проведенная к меньшей стороне или к большей?
5) Сравните высоты, проведенные к боковым сторонам равнобедренного треугольника.
6) Как изменится площадь треугольника, если его основание и высоту увеличить в 2 раза?

У.4. b) Дано: $a = 8$ см, площадь $S < 24$

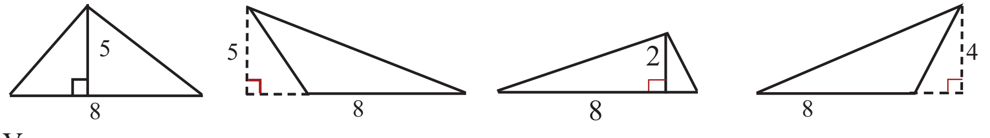
Требуется: построить несколько треугольников со стороной $a = 8$ см и площадью $S < 24$.

План решения: Даны площадь треугольника и его основание. По этим данным можно оценить высоту, а затем построить треугольник.

Решение: $S < 24;\ \frac{ah}{2} < 24;\ 8h < 48;\ h < 6$

Построим несколько треугольников с основанием 8 см и высотой $h < 6$

При построении соблюдение точных размеров не обязательно

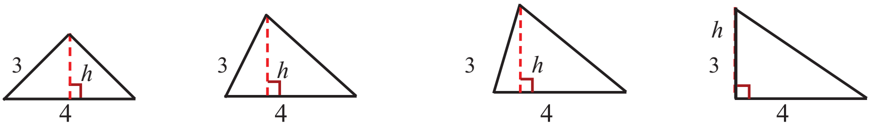


Учащиеся сравнивают площади различных треугольников, которые они начертили. Наибольшую площадь будет иметь треугольник, у которого высота равна 6 см.

c) Дано: $a = 4$ см, $b = 3$ см

Требуется: в соответствии с данными начертить несколько треугольников, выбрать среди них треугольник с наибольшей площадью.

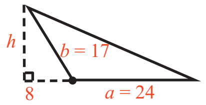
План для решения: по двум заданным сторонам можно начертить бесконечно много треугольников. Начертим эти треугольники, изменяя угол между ними. Здесь же дано основание. Площадь треугольника меняется в зависимости от значения высоты.



Как видно по рисунку, среди треугольников с данным основанием, наибольшую площадь будет иметь треугольник, у которого совпадают высота (3 см) и сторона. Таким образом, наибольшее значение площади будет $(3 \cdot 4):2 = 6$ см^2.

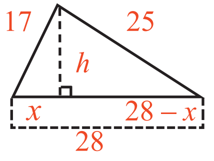
2-ой час. У.7. Выполняется данное задание и при помощи формулы Герона выполняются задания на нахождение площади.

У.7

1) 

$h^2 = 17^2 - 8^2 = 225, \quad h = 15$

$S = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 15 = 180\ см^2$

3) 

$h^2 = 17^2 - x^2 \qquad h^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

$25^2 - (28 - x)^2 = 17^2 - x^2$

$625 - 784 + 56x - x^2 = 289 - x^2$

$56x = 448, \ x = 8, \ h^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225, \ h = 15$

$S = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = 210 см^2$

У.7. 3) В данном задании мы нашли площадь треугольника, если заданы три стороны. А можно ли решить эту задачу для общего случая? Представляется формула Герона. Исследуя примеры, рекомендуется в зависимости от уровня класса задать в виде долгосрочного задания историю возникновения формулы и ее вывод.

У.8. c) **Решение**: по данным $a = 6$ мм, $b = 25$ мм, $c = 29$ мм. Тогда

$p = \dfrac{a + b + c}{2} = \dfrac{6 + 25 + 29}{2} = 30$ (мм). Тогда по формуле Герона получим:

$S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} = \sqrt{30(30 - 6)(30 - 25)(30 - 29)} =$

$= \sqrt{30 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 1} = \sqrt{6 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 5 \cdot 2 = 60\,(мм^2)$

3-й час. Нахождение площади фигур при помощи деления ее на треугольники

Для мотивации ставятся следующие вопросы:

Как найти площадь квадрата, если известна площадь одного из треугольников, которые получаются при пересечении диагоналей квадрата?

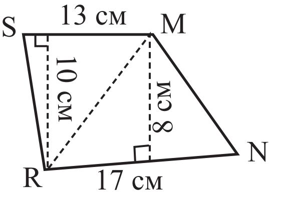
Обучение:

Используется аксиома равности и сложения площадей.

Выполняются задания из учебника.

У.12. Данное задание может выполняться в группах. Учащиеся понимают, что диагональ делит четырехугольник на два треугольника и применяют это свойство для более сложных фигур, расширяя таким образом задание.

У.12. b) Дано: Рисунок



Необходимо найти площадь S_{SMNR}:

$S_{SMNR} = S_{\Delta SRM} + S_{\Delta RMN}$

1) По данным рисунка $S_{\Delta SRM}$:

$SM = 13$ см, $h_1 = 10$ см

$S_{\Delta SRM} = \frac{1}{2} SM \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 10 = 65$ см^2

2) По данным рисунка $S_{\Delta RNM}$

$RN = 17$ см, $h_2 = 8$ см

$S_{\Delta RNM} = \frac{1}{2} RN \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 8 = 68$ см^2

3) $S_{SMNR} = S_{\Delta SRM} + S_{\Delta RMN}$

$S_{SMNR} = 65$ см^2 + 68 см^2 = 133 см^2

Рабочий лист № 1

Площади параллелограма и треугольника

Имя________________ Фамилия________________ Дата_________

Параллелограммы на рисунке конгруэнтны

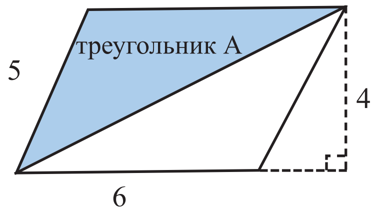
Найдите: площадь треугольника А

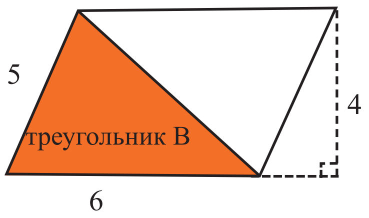
Площадь треугольника В

Запишите словами как вы находили эти площади________________________

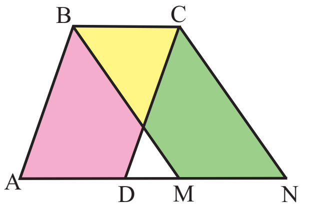
____

Периметр какого треугольника больше? Как может помочь зависимость между сторонами и углами для правильного рассуждения?





2) На рисунке BC || AN, AB || CD, BM || CN. Докажите, что площадь красной части равна площади зеленой части.



Самооценивание

Не понимаю задание

Знаю что требуется в задании, но не могу его решить

Выполняю задание

Выполнил задание с легкостью

Навыки				
Демонстрирует понимание понятие равных по площади фигур				
Демонстрирует понимание понятий площадь и периметр				

Моменты, требующие внимания:

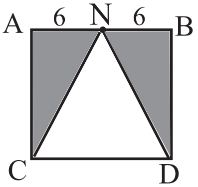
1) сделать чертеж задачи, заданной в виде текста

2) систематизировать данные на рисунке

3) принимать во внимание, что треугольники, на которые разделили фигуру, не перекрывают друг друга.

Данные навыки можно использовать для формативного оценивания по результатам наблюдений. При этом рекомендуется делать заметки.

У.13. Дано:
ABCD квадрат
AN = 6; NB = 6
Найти:
a) площадь серой части
b) площадь белой части

a) 

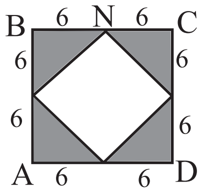
ABCD квадрат со стороной 6 + 6 = 12

$S_{ABCD} = 12^2 = 144$

$S_{\Delta ANC} + S_{\Delta NBD} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 72,$ $\quad S_{\Delta DNC} = 144 - 72 = 72$

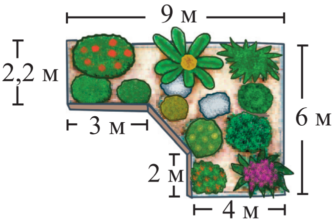
2) Дано:
Найти: a) площадь серой части
b) площадь белой части

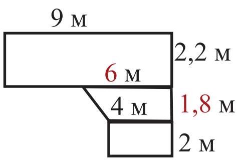
AB = 6 + 6 = 12, $S_{ABCD} = 12^2 = 144$



Серая часть состоит из 4-х прямоугольных треугольников, площади которых равны: $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18$, $S_{сер.} = 4 \cdot 18 = 72$, $S_{бел.} = 144 - 72 = 72$

У.15. Рекомендации для выполнения задания
Рисунок чертится схематически и определяется, из каких фигур она состоит. Общая схема состоит из одного большого прямоугольника, трапеции и одного маленького прямоугольника.
Площадь трапеции выражается суммой площадей двух треугольников.
Учащимся предлагается выбрать масштаб и начертить план сада, увеличив или уменьшив в 2 раза размеры. Это развивает в них дизайнерские навыки.





У.16. Вычитывая с площади прямоугольника площадь неокрашенных прямоугольных треугольников, можно вычислить площадь окрашенного участка в форме треугольника. Учащимся предлагается в каждой части визуально дополнять эти треугольники до прямоугольников. Это помогает им понять, что площадь треугольника является частью площади прямоугольника и правильно понимать формулу площади.

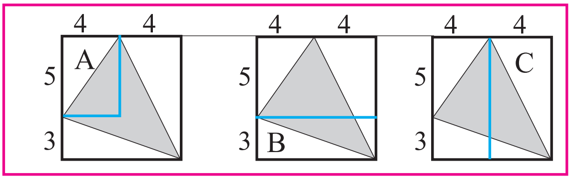
$S_{\Delta A} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$ кв.ед.

$S_{\Delta C} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16$ кв.ед.

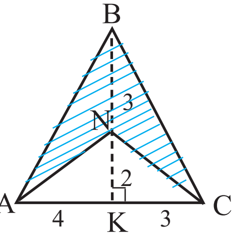
$S_{\Delta B} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12$ кв.ед.

$S_{прям.} = 8 \cdot 8 = 64$ кв.ед.

$S_{окр.тр.} = 64 - (10 + 12 + 16) = 26$ кв.ед.



Обобщение и творческое применение: Преподаватель обобщает изученное об аксиомах площади и способах их применения. Может быть предложено найти площадь заштрихованного участка фигуры на рисунке. Учащиеся устно представляют преподавателю, площадью каких фигур они воспользуются для вычисления данной площади.



Для проведения формативного оценивания можно воспользоваться нижеследующими вопросами.

1) Что называется диагональю выпуклого четырехугольника? Начертите и покажите. 2) Сколько диагоналей имеют выпуклые четырехугольники?

3) На сколько не перекрывающих друг друга треугольников делят четырехугольник его диагонали? 4) Какими различными методами можно вычислить площадь невыпуклого четырехугольника?

Урок 90-91. Стр. 123–127 учебника. Площадь трапеции. 2 часа

Содержательный стандарт

3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

Навыки учащегося

- Решает задачи, применяя формулу площади трапеции;
- Применяет геометрические свойства, аксиомы и теоремы, необходимые для решения задач с вычислением площади трапеции.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист

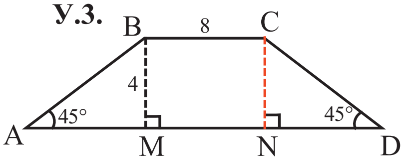
Мотивация

Учащиеся могут выполнять задания, указанные в практическом занятии, объединяясь в группы. Направляющие вопросы. 1) Как можно разделить параллелограмм на два конгруэнтных параллелограмма?

2) Как можно разделить параллелограмм на две конгруэнтные трапеции?

Обучение. На доске демонстрируются разные виды трапеции и записывается формула площади. Чертятся равнобедренная и прямоугольная трапеции с одинаковыми основаниями и высотой, вычисляются и сравниваются их площади. Решаются задачи, данные в учебнике.

У.3.



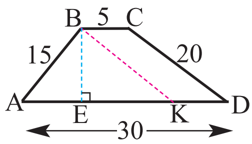
P = ?
S = ?

Начертим $CN \perp AD$
$\angle A = \angle D = 45°$, поэтому
$AM = BM = CN = ND = 4$
В ΔABM по теореме Пифагора
$AB = 4\sqrt{2}$
$CD = AB = 4\sqrt{2}$
$AD = AM + MN + ND = 4 + 8 + 4 = 16$

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 4\sqrt{2} + 8 + 4\sqrt{2} + 16 = 24 + 8\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AD+BC)}{2} \cdot BM = \frac{(16+8)}{2} \cdot 4 = 48$$

У.4. с) **Решение**:проведем $BK \parallel CD$. Так как $BCDK$ параллелограмм, то $KD = 5$, $BK = 20$. Тогда $AK = 30 - 5 = 25$. Из равенства $AK^2 = AB^2 + BK^2$ $(25^2 = 15^2 + 20^2)$ ΔABK прямоугольный треугольник: $\angle ABK = 90°$.

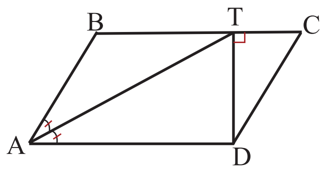


Найдем площадь ΔABK: $S_{\Delta ABK} = \dfrac{AB \cdot BK}{2} = \dfrac{15 \cdot 20}{2} = 150.$

Проведем $BE \perp AD$. С другой стороны $S_{\Delta ABK} = \dfrac{1}{2} \cdot AK \cdot BE.$
Тогда $150 = \dfrac{1}{2} \cdot 25 \cdot BE$, $BE = 12$.

Тогда $S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2} \cdot BE = \dfrac{30 + 5}{2} \cdot 12 = 210.$

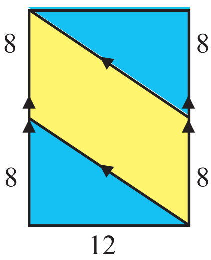
У.6. Дано: $ABCD$ параллелограмм $\angle BAT \cong \angle DAT$, $DT \perp BC$, $TC = 3$ см, $CD = 5$ см
Найдите: площадь трапеции $ATCD$



Решение: из ΔCTD по теореме Пифагора находим:
$TD = \sqrt{CD^2 - TC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ см.
Противоположные стороны параллелограмма коонгруэнтны, то $AB = 5$ см. Так как $\angle BAT \cong \angle DAT$ (по условию), $\angle DAT \cong \angle BTA$ (как внутренние накрест лежащие углы), то $\angle BAT \cong \angle BTA$, т.е. ΔABT равнобедренный: $BT = BA = 5$ см. Тогда $AD = BC = BT + TC = 5 + 3 = 8$ см.

$$S_{ATCD} = \frac{AD + TC}{2} \cdot DT = \frac{8 + 3}{2} \cdot 4 = 22 \text{ см}^2$$

У.8. 1)Дано



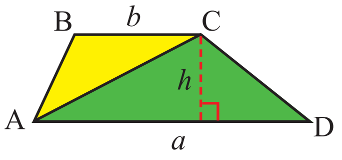
Найти: площадь голубой части
площадь желтой части

Голубые участки являются прямоугольными треугольниками с катетами 8 и 12.

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$, поэтому $S_{\text{голуб.}} = 2 \cdot S_{\Delta} = 2 \cdot 48 = 96$

Желтая часть является параллелограммом со стороной 8 и высотой, проведенной к этой стороне, равной 12.
$S_{\text{желт}} = 12 \cdot 8 = 96$

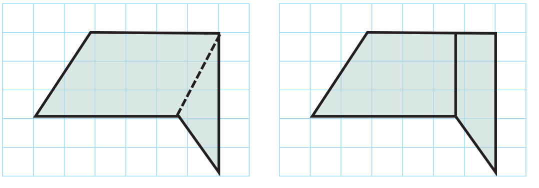
У.9



Дано: Трапеция ABCD
BC = b
CE = h
AD = a
Доказать: $S = \frac{1}{2}(a+b)\cdot h$

Предложение	Основание
$S_{ADC} = \frac{1}{2}a \cdot h$	Формула площади треугольника
$S_{ABC} = \frac{1}{2}b \cdot h$	Аксиома сложения площадей
$S = S_{ADC} + S_{ABC}$	
$S = \frac{1}{2}a\cdot h + \frac{1}{2}b\cdot h$	Упрощение
$S = \frac{1}{2}(a+b)\cdot h$	

У.10. Данного типа занятия можно выполнять бумажными вырезками (пазл). Советуется также сравнительно определять площади по числу клеток в тетради и вычислениями с помощью формул. Учащиеся самостоятельно делят рисунок на фигуры с известными формулами площади.

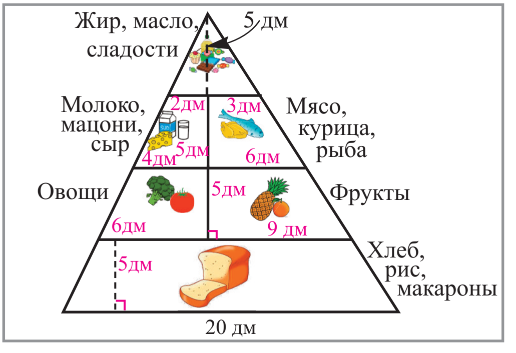


У.11 В данном упражнении учащимся предлагается разделить произвольную трапецию на один прямоугольник и два прямоугольных треугольника.
Во 1-ом пункте данного задания исследуется возможность выражения площади равнобокой трапеции сложением площадей 2-х конгруэнтных трапеций.
Целесообразнее выполнять данное задание в группе.

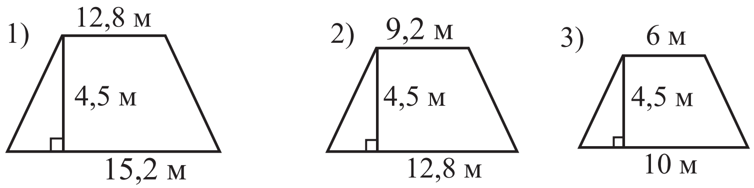
У.12. Учащиеся исследуют в пирамиде питания площади, занимаемые определенными частями, и какое питание предпочитается для здорового образа жизни. Рекомендуется выполнять задание общеклассным обсуждением.
Например, площадь овощной части:

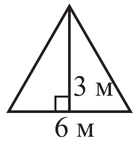
$$\frac{6+4}{2}\cdot 5 = 25 \text{ (дм}^2\text{)}$$

Аналогично данному, фруктовая часть будет равна 37,5 (дм^2).
Особо отмечается, что жир, масло, сладости должны занимать меньшую часть рациона.
Можно вычислить общую площадь. Учащиеся определяют часть, занимаемую каждым участком, от общей площади.

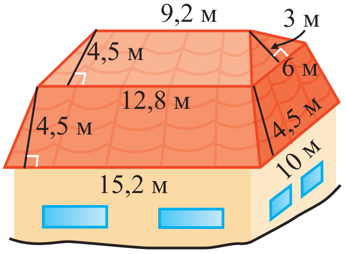


У.13. 1) Как видно из рисунка, крыша состоит из 3-х пар равнобедренных трапеций и одной пары равнобедренного треугольника.





Общая площадь крыши равна 2-кратному значению площадей на рисунке



$$S_1 = \frac{15{,}2 + 12{,}8}{2} \cdot 4{,}5 = \frac{28}{2} \cdot 4{,}5 = 63 \text{ м}^2$$

$$S_2 = \frac{12{,}8 + 9{,}2}{2} \cdot 4{,}5 = \frac{22}{2} \cdot 4{,}5 = 49{,}5 \text{ м}^2$$

$$S_3 = \frac{10 + 6}{2} \cdot 4{,}5 = \frac{16}{2} \cdot 4{,}5 = 36 \text{ м}^2$$

$$S_4 = \frac{6}{2} \cdot 3 = 9 \text{ м}^2$$

$$S = 2\,(S_1 + S_2 + S_3 + S_4) = 126 + 99 + 72 + 18 = 315 \text{ м}^2$$

Площадь одной плиты составляет 2,8 м^2, поэтому требуемое количество плиток будет равно $\frac{315}{2{,}8} = 112{,}5$

Учитывая то, что потеря материала составляет примерно 10%, то необходимое количество досок будет равно $112{,}5 \cdot 100 : 90 = 125$

А расходуемые деньги составят $125 \cdot 8{,}6 = 1075$ манат.

2) Если двое рабочих за 20 дней выполнили $\frac{1}{4}$ работы, то за 1 день они могут выполнить $\frac{1}{4} : 20 = \frac{1}{80}$ часть работы. 1 рабочий за сутки может выполнить $\frac{1}{80} : 2 = \frac{1}{160}$ часть работы. Чтобы найти за сколько дней должны завершить четверо рабочих оставшиеся $\frac{3}{4}$ части работы, составим нижеследующее уравнение:

$4 \cdot \frac{1}{160} \cdot x = \frac{3}{4}$ $\quad x$ - количество дней. $\quad x = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 160 = 30$ дней

3) Если деньги, расходуемые на крышу, будут x манат, после I подорожания затраты будут составлять $x + 0{,}036x = 1{,}036x$, а после II подорожания - $1{,}036x + 1{,}036\,x \cdot 0{,}048 \approx 1{,}0857\,x$. Значит, рост составил приблизительно $0{,}0857x$. А это означает 8,57 % роста.

Задание можно задавать в качестве долгосрочного домашнего задания и оно может быть использовано как перформансное оценивание (оценивание более обширных навыков). Как видно, наряду с пространственными представлениями, задача охватывает и многие другие навыки учащегося.

У.14. Задание рекомендуется также выполнять, складывая реальный лист бумаги. Учащиеся приходят к нижеуказанным результатам. В результате складывания листа получилось 8 конгруэнтных треугольника. Площади фигур можно вычислять, принимая за основу площадь треугольника.

Вопросы для оценивания:

1) Какие виды трапеций вы знаете?

Начертите и покажите в тетради.

2) Как называются параллельные и непараллельные стороны трапеции?

3) Что называют высотой трапеции?

4) Что называется средней линией трапеции?

5) Чему равна длина средней линии трапеции?

6) Какова формула площади трапеции?

Урок 92-93. Стр. 126-127 учебника. Площадь ромба. 2 часа

Содержательный стандарт.

3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет признаки параллелограмма.

Навыки учащегося

- чертит ромб в разных положениях и указывает высоту;
- находит площадь ромба различными способами;
- знает формулы площади ромба и применяет в решении задач.

Мотивация. Ученики выполняют практическое задание, объединяясь в группы. Направляющие вопросы:

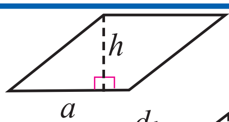
1) Какие свойства диагоналей ромба вы знаете?

2) Сколько не перекрывающих друг друга треугольников образуется пересечением диагоналей ромба и что можно сказать о конгруэнтности этих треугольников? 3) Является ли ромб параллелограммом? 4) Как будет выглядеть формула площади параллелограмма с равными сторонами?

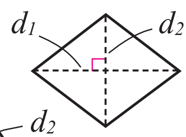
Обучение. Рекомендуется заранее подготовить плакат следующего содержания. Сначала обсуждается и доказывается формула площади ромба.

Площадь ромба и воздушного змея

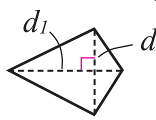
1. Площадь ромба равна произведению его основания и высоты: $S = ah$



2. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей: $S = \frac{1}{2} d_1d_2$



3. Площадь воздушного змея равна половине произведения его диагоналей: $S = \frac{1}{2} d_1d_2$



Рабочий лист № 2

Площадь фрактальных фигур

Имя____________ Фамилия ________________ Дата__________

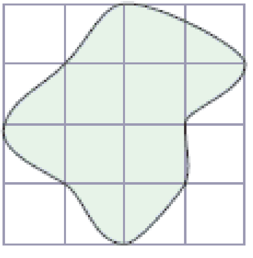
1) Разделив любую фигуру на меньшие части, можно приблизительно вычислить ее площадь.

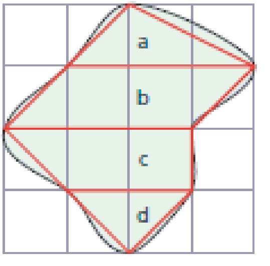
Например, нижеуказанная фигура нарисована на листе со стороной одной клетки 1 см. Площадь этой фигуры состоит из суммы площадей фигур, обозначенных буквами

a (треугольник) + *b* (параллелограмм) + *c* (трапеция) + *d* (треугольник)

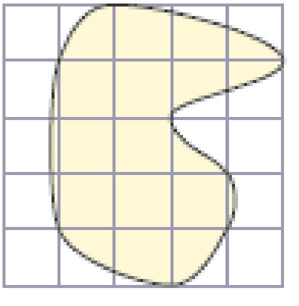
Применяя формулы площади обозначенных фигур, вычислите, сколько квадратных единиц составляет площадь данной фигуры. Например,

$$S_{a\Delta}=\frac{1}{2}\,ah = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1 = 1{,}5 \text{ кв.ед.}$$



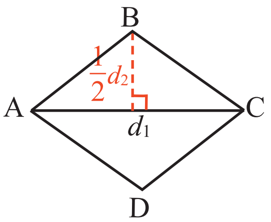


2) Аналогичным способом вычислите площадь нижеуказанной фигуры



3) Площади круга и квадрата равны. Что больше: периметр квадрата или длина окружности?

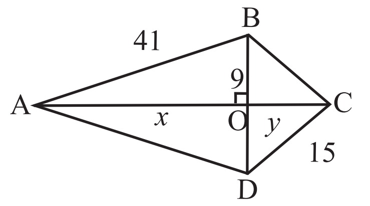
У.1. Дано:
Доказать:
$S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$



Предложение	Основание
$AB \cong AD$, $BC \cong CD$, $AC \cong CA$	Являются сторонами ромба и общей стороной
$\Delta ABC \cong \Delta ADCA$	По ССС признаку конгруэнтности треугольников
$S_{ABC}=\frac{1}{2}d_1 \cdot \frac{1}{2}d_2$	Площади конгруэнтных фигур равны
$S_{ABCD}=2\cdot\frac{1}{2}d_1\cdot\frac{1}{2}d_2$	Аксиома сложения площадей
$S_{ABCD}=\frac{1}{2}d_1d_2$	Формула площади треугольника и упрощение

Аналогичным методом доказывается формула площади фигуры в форме воздушного змея.

У.2. 2) По данным рисунка найдите площадь воздушного змея.
Дано: ABCD - воздушный змей. $AO=x$, $OC=y$
$BO=9$, $DC=15$



$x=AO=\sqrt{AB^2-BO^2}$
$=\sqrt{41^2-9^2}=40$

$y=OC=\sqrt{CD^2-OD^2}=$
$=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$BD=9+9=18$

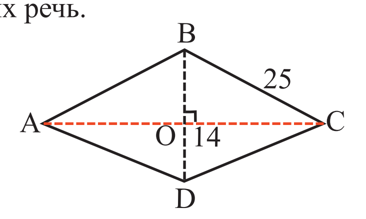
$OD=BO=9$

$AC=x+y=52$

$S=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot 52\cdot 18=468$

В некоторых случаях запись решения задачи в виде двух столбцов может быть не выгодным. Однако, в любом случае рекомендуется записывать обоснование каждому предположению. Это формирует у учащихся системное мышление и оказывает положительные влияние на их речь.

У.3.
1) Дано:
ABCD - ромб $BD=14$ см, $BC=25$ см
S=?

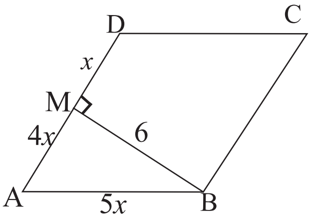


Начертим диагональ AC	
$BO=OD=14:2=7$	Диагонали ромба делятся пополам
$OC=\sqrt{BC^2-BO^2}=\sqrt{25^2-7^2}=24$	Из Δ BOC по теореме Пифагора
$AC=2\cdot 24=48$	Диагонали ромба делятся пополам в точке пересечения
$S=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot 48\cdot 14=336$ см^2	Формула площади ромба

У.5.

Дано:
ABCD- ромб
BM⊥AD
BM=6
AM:MD=4:1
S=?

$AM = 4x$
$MD = x$
$AD = 4x + x = 5x$
Значит:
$AB = 5x$
Из ΔABM по теореме Пифагора
$(4x)^2 + 6^2 = (5x)^2$
$9x^2 = 36 \quad x^2 = 4 \quad x = 2$
$AD = AB = 5\cdot2 = 10$
$S = AD \cdot BM = 10\cdot6 = 60$ см^2

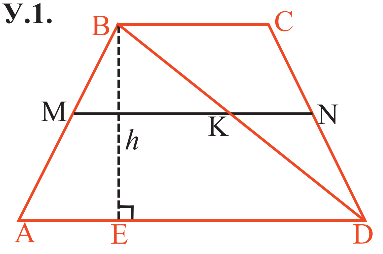


Вопросы для оценивания:
1) Что можно сказать о меньшей диагонали ромба с острым углом 60°? На какие два треугольника меньшая диагональ делит ромб в этом случае?
2) Чему равна высота ромба с острым углом 30°?
3) Как можно найти площадь ромба, если известна площадь одного из прямоугольных треугольников, образованных пересечением диагоналей ромба?
4) Каковы формулы площади ромба?

Урок 94-95. Стр. 128-129 учебника. Обобщающие задания

В заданиях **У1, У2** разными подходами доказывается, что площадь трапеции равна произведению средней линии и высоты. Рекомендуется также предоставление данного доказательства в нижеследующем двустолбчатом виде

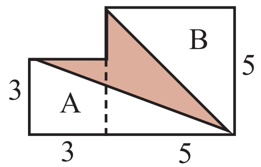
У.1.



MN - средняя линия
MN= l
доказать $S_{ABCD} = l \cdot h$

Предложение	Основание
l = MN = MK + KN	Аксиома деления частей
$MK = \frac{1}{2} AD$	MK — средняя линия ΔABD
$KN = \frac{1}{2} BC$	KN — средняя линия ΔBCD
$S = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta BCD}$	Аксиома сложения площадей
$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot h = MK \cdot h$	Формула площади треугольника
$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot h = KN \cdot h$	
$S_{ABCD} = MK \cdot h + KN \cdot h$	Распределительный закон умножения
$S_{ABCD} = (MK + KN) \cdot h$	Аксиома сложения частей промежутка
$S_{ABCD} = l \cdot h$	

У.6. Найдите площадь закрашенной части на рисунке.



Найдём сумму площадей квадратов A и B :

$S = S_A + S_B = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

Тогда получим:

$$S_{\text{закр.}} = 34 - \frac{1}{2}\cdot 3 \cdot 8 - \frac{1}{2}\cdot 5 \cdot 5 = 34 - 24{,}5 = 9{,}5$$

У.9. По формулам площади треугольника $S_\Delta = \frac{1}{2}\, a \cdot h_1 = \frac{1}{2}\, b \cdot h_2 = \frac{1}{2}\, c \cdot h_3$

Отсюда $a = \dfrac{2S_\Delta}{h_1}$, $b = \dfrac{2S_\Delta}{h_2}$, $c = \dfrac{2S_\Delta}{h_3}$

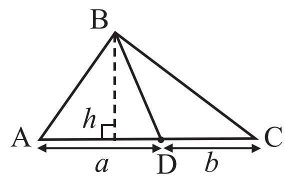
$$\frac{a}{b} = \frac{\dfrac{2S_\Delta}{h_1}}{\dfrac{\cancel{2S}_\Delta}{h_2}} = \frac{\dfrac{1}{h_1}}{\dfrac{1}{h_2}}, \quad \frac{b}{c} = \frac{\dfrac{\cancel{2S}_\Delta}{h_2}}{\dfrac{\cancel{2S}_\Delta}{h_3}} = \frac{\dfrac{1}{h_2}}{\dfrac{1}{h_3}}, \quad a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$$

Т.е. стороны треугольника обратно пропорциональны высотам, проведенным к этим сторонам. Иначе говоря, меньшая высота треугольника - это высота, проведенная к большей стороне и наоборот.

У.10. 1) Отношение площадей треугольников с равными высотами

$$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}\, a \cdot h, \quad S_{\Delta BDC} = \frac{1}{2}\, b \cdot h$$

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}} = \frac{\frac{1}{2}\, ah}{\frac{1}{2}\, b \cdot h} = \frac{a}{b}$$

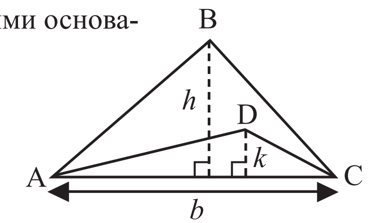


Вывод. Отношение площадей треугольников с равными высотами равно соответственному отношению их оснований.

2) Отношение площадей треугольников с равными основаниями

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\, b \cdot h \qquad S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}\, b \cdot k$$

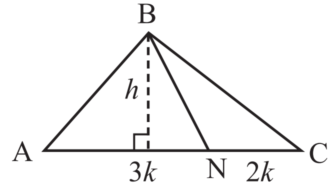
$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}} = \frac{\frac{1}{2}\, b \cdot h}{\frac{1}{2}\, b \cdot k} = \frac{h}{k}$$



Вывод. Отношение площадей треугольников с равными основаниями равно отношению их соответствующих высот.

У.11. 1) $S_{\Delta ABC} = 90$ см$_2$ $AN : NC = 3 : 2$

$S_{\Delta ABN}$ – ?



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h = \frac{1}{2} 5k \cdot h = 90 \text{ см}$$

$$k \cdot h = \frac{90 \cdot 2}{5} = 18 \cdot 2 = 36$$

$$S_{\Delta ABN} = \frac{1}{2} 3k \cdot h = \frac{3}{2} \cdot kh = \frac{3}{2} \cdot 36 = 3 \cdot 18 = 54$$

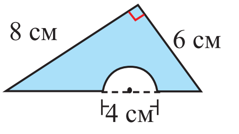
$S_{\Delta ABN} = 54$ см^2

Методические рекомендации для решения задач

1. Обращается внимание на возможность вычисления площади сложных фигур путем деления их на меньшие части.
2. После рассмотрения соответствующих каждой задаче рисунков ученики устно представляют - из сложения (разности) каких фигур состоит данная фигура.
3. Записываются формулы для определения каждой меньшей фигуры. Определяются данные и запрашиваемые элементы.

У.14. Решение:

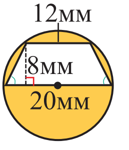
3) $S_{штр} = S_{\Delta} - S_{полукруг} = \frac{1}{2}6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 24 - 2\pi$ (см^2)



4) $d = 2R = 20$ см, $R = 10$ см

$$S_{штр} = S_{кр} - S_{трап} = \pi R^2 - \frac{a+b}{2} \cdot h = 100\pi - \frac{20+12}{2} \cdot 8 =$$

$$= 100\pi - 16 \cdot 8 = 100\pi - 128 \text{ (мм}^2\text{)}.$$

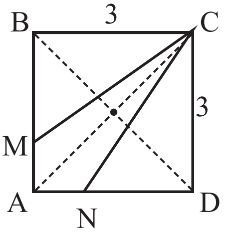


У.15. Решение:

$S_{кв} = 3 \cdot 3 = 9, \quad S_{BCM} = S_{CMAN} = S_{CND} = 3$

$S_{\Delta BCM} = \frac{1}{2} MB \cdot BC = 3 \Rightarrow MB = 2$

$CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$



У.16. Решение:

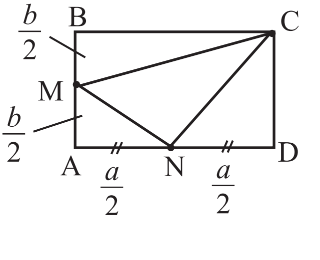
$S = a \cdot b = 72$

$S_{\Delta CMN} = S_{ABCD} - S_{\Delta CBM} - S_{\Delta DN} =$

$= a \cdot b - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot b =$

$= ab - \frac{1}{4}ab - \frac{1}{8}ab - \frac{1}{4}ab = \frac{3}{8}ab =$

$= \frac{3}{8} \cdot 72 = 27$ кв.ед.

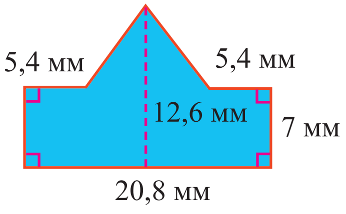


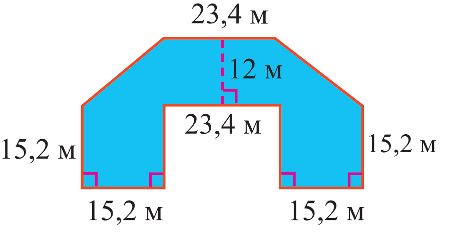
Рекомендуется задавать рабочие листы №5, №6 в качестве домашнего задания.

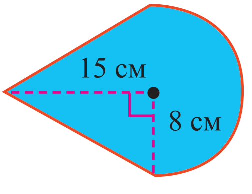
Рабочий лист № 3
Площади фигур

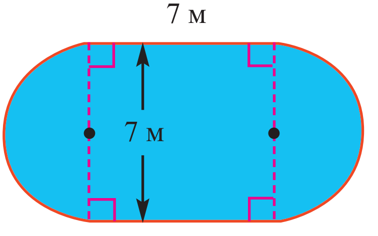
Имя____________ Фамилия ________________ Дата__________

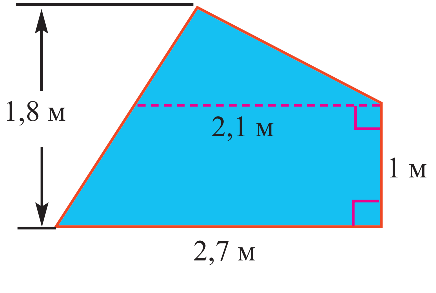
Найдите площади фигур

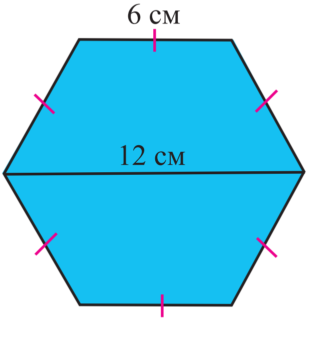










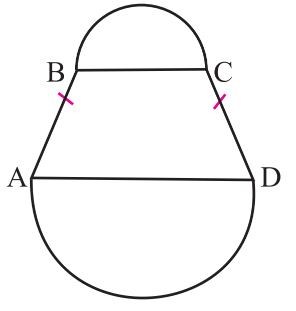


Рабочий лист № 4

Имя____________ Фамилия ________________ Дата__________

Оценивание длительным заданием

Для производства игрушечных коробок подготовлены картонные шаблоны (модели), представленные на рисунке. Шаблон состоит из равнобедренной трапеции и полуокружностей с диаметрами, равными основаниям трапеции. На рисунке боковая сторона трапеции равняется 16 мм.
Рисунок нарисован в масштабе 1:10. Какие еще данные необходимы вам для вычисления периметра шаблона?



1) Определите эти данные измерением по масштабу и вычислите периметр.

2) Вычислите площадь картона

3) Сколько таких коробок можно изготовить из картонного листа размером 80 см ×90 см ?

4) Зная, что масса картона площадью 1м^2 составляет 250 г, найдите массу 100 игрушечных коробок.

Урок 96. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Найдите площадь параллелограмма с острым углом 30°, сторонами 6 см и 8 см.

2. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами, равными 12 см и 16 см.

A) 9,6 см B) 10 см C) 8 см D) 8,6 см

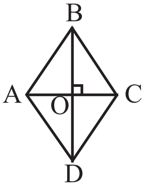
3. Две стороны треугольника равны 20 см и 24 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне, если высота, проведенная к меньшей равна 6 см.

4. В ромбе ABCD AO = 6 см, BO = 8 см, вычислите:

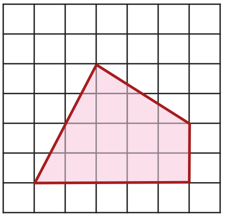
1) площадь ромба;

2) периметр ромба;

3) высоту ромба.



5. Найдите сколько квадратных единиц составляет площадь закрашенной фигуры, если площадь одного квадратика принять за единицу.



6. Установите соответствие

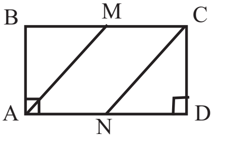
В прямоугольнике ABCD AM||CN, BM=MC=3см, AB= 4 см

1. S_{ABCD} A) 12см^2

2. $S_{\Delta ABM}$ B) 24см^2

3. S_{AMCN} C)AM · CD

D) 6см^2

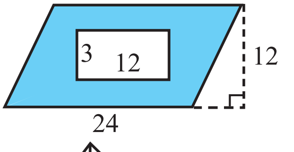


7. Длина одной стороны прямоугольника равна $(x + 1)$ см, а площадь $(3x^2 + 2x - 1)$ см^2. Покажите выражение периметра прямоугольника с переменной x.

A) $4x + 1$ B) $2x - 1$ C) $8x$ D) $8x - 1$

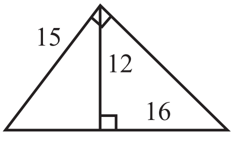
8. По данным рисунка найдите площадь заштрихованного участка.

A) 252 B) 258 C) 28 D) 262



9. По данным найдите площадь прямоугольного треугольника.

A) 120 B) 150 C) 180 D) 140

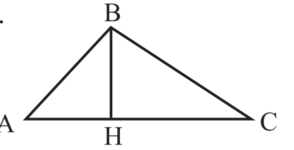


10. Вычислите площадь квадрата с диагональю $2\sqrt{2}$ см.

11. Острый угол ромба со стороной 10 см составляет 20% от тупого угла. Найдите площадь ромба.

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50

12. В треугольнике ABC AH : HC = 2 : 3 и $S_{\Delta ABC} = 60$ см^2. Найдите площадь треугольника BHC.



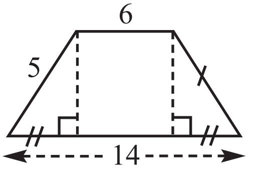
A) 36 см^2 B) 24 см^2 C) 30 см^2 D) 32 см^2

13. Вычислите площадь трапеции со средней линией 12 см и высотой 9 см.

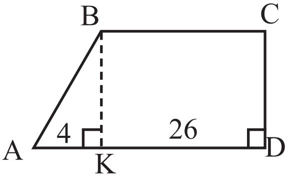
14. Установите соответствующее выражение для ромба с диагоналями d_1, d_2, периметром P, площадью S.

1. d_1=6 см, d_2=8 см	A) S= 270 см^2
2. d_1=12 см, d_2=16 см	B) P=20 см
3. d_1=18 см, d_2=30 см	C) S= 96 см^2
	D) S= 24 см^2

15. Вычислите площадь трапеции по данным



16. Дано:
ABCD прямоугольная трапеция,
BK ⊥ AD, AK=4, KD=26,
S_{ABCD}=84
Найдите: AB=?

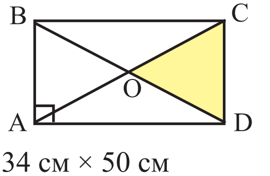


17. Диагонали равнобедренной трапеции с основаниями 18 см и 8 см взаимно перпендикулярны. Найдите площадь данной трапеции.

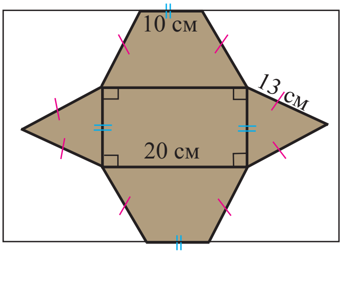
A) 169 см^2 B) 142 см^2 C) 146 см^2 D) 152 см^2

18. Площадь закрашенной части прямоугольника ABCD ($S_{\Delta COD}$) равна 50см^2. Найдите площадь прямоугольника.

A) 100 см^2 B) 150 см^2 C) 200 см^2 D) 120 см^2



19. Из листа картоны прямоугольной формы с размерами 34 см × 50 см вырезали шаблон для коробки как показано на рисунке. Найдите:
1) площадь поверхности шаблона;
2) сколько процентов всего листа картоны составляет шаблон?
3) массу 100 коробок для игрушек, если масса 1 м^2 картона равна 250 грамм?



7. Рациональные уравнения

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учебника
1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач. 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями. 2.2.2. Решает квадратные уравнения	97-98	Рациональные уравнения	2	131-132
	99-101	Решение задач с помощью рациональных уравнений	3	133- 136
	102-103	Обобщающие задания	2	137-138
	104	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	8	

Урок 97-98. Стр. 131-132 учебника. Рациональные уравнения. 2 часа.

Содержательный стандарт. 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями. 2.2.2. Решает квадратные уравнения

Навыки учащегося:
- Определяет ОДЗ рационального уравнения
- Решает рациональные уравнения, применяя свойства пропорции
-Упрощает и решает рациональные уравнения, применяя действия над рациональными выражениями;
-Проверяет корни уравнения.

Проводится обсуждение информации представленной на странице 130 учебника и это играет важную роль для мотивации изучения рациональных уравнений. В данном разделе находит комплексное развитие изученных в предыдущих разделах тем рациональные выражения и квадратные уравнения. Сначала дается алгоритм решения рациональных уравнений. Во многих случаях учащиеся забывают об области допустимых значений переменных и приходят к неправильному результату. Поэтому очень важна проверка решения.

Решение рациональных уравнений строится на умении складывать и вычитать рациональные дроби, упрощать, решать линейные и квадратные уравнения. Особое внимание уделяется умению при решении рациональных уравнений определять недопустимые значения. **У.2. е)** решим уравнение.

$$\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$$

$n \neq \pm 1$, указав ОДЗ, умножим на $(n-1)(n+1)$ обе стороны уравнения.

$2n(n+1) + (n-5) = (n+1)(n-1)$, $2n^2 + 2n + n - 5 = n^2 - 1$, $n^2 + 3n - 4 = 0$
$(n+4)(n-1) = 0$ $n = -4$, $n = 1$ По условию ОДЗ $n = 1$ является значением, при котором уравнение не имеет смысла и не относится к корням уравнения.
Ответ: $n = -4$.
Также наряду с навыками определять посторонние корни, рекомендуется уделять внимание на проверку решений.
При решении рационалных уравнений возникает необходимость обе части уравнения на общий знаменатель дробей из которых состоит выражение. В этом случае может расшириться множестов допустимых значений переменных и как результат полученны корень не будет удовлетворять уравнению. Наряду с навыками определения посторонних корней, рекомендуется также выполнять проверку полученных результатов.

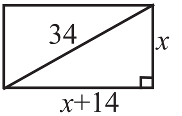
Урок 99-103. Стр. 133-138 учебника. Решение задач с помощью рациональных уравнений. Обобщающие задания. 5 часов.

Содержательный стандарт. 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.
2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.
2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.
2.2.2. Решает квадратные уравнения.

Навыки учащегося:
-Упрощает и решает рациональные уравнения, применяя действия над рациональными выражениями;
- Делит задачи на фрагменты, приводящие к рациональным уравнениям, и записывает выражение, соответствующее каждому фрагменту;
- Записывает уравнение, соответствующее решению задачи, и решает его.
-Оценивает корни уравнения согласно условию задачи.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №1

У.7. Рекомендуется выполнять задание следующими способами
1. Определяются данные задачи:
- Длина одной из сторон прямоугольника *x см*
По условию длина другой стороны $(x + 14)$ см, диагональ 34 см



2. На рисунке отмечаются определенные данные.
3. Обсуждением определяется применение теоремы Пифагора для решения задачи. По теореме Пифагора:
$(x+14)^2+x^2= 34^2$ $x^2+28x+196+x^2= 1156$ $2x^2+28x - 960 = 0$
$x^2+14x - 480 = 0$ $x = -7\pm 23$; $x = 16$, $x + 14 = 30$.
Учитывая то, что длина измеряется положительным числом, ученики отмечают, что решению задачи удовлетворяют только положительные корни.
Ответ: Стороны прямоугольника равны 16 м и 30 м.

Рабочий лист №1

Имя________ Фамилия_________ **Дата ____________**

1) Решите уравнеия:

a) $\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1} = 0$

b) $(2-x)\cdot(1-\dfrac{3}{2-x}) = 0$

c) $\dfrac{x}{x-5} + \dfrac{10}{(x-5)^2} = 1$

d) $\dfrac{4}{x^2-9} + \dfrac{x+1}{x-5} = 1$

2) При каких значениях перменных значение дроби $\dfrac{3x+6}{x-5}$ равно 3?

3) Числител обыкновенной дроби на 3 единицы меньше знаменателя. Если к числителю и знаменателюдроби прибавить 1, то она станет равна $\dfrac{1}{2}$. Найдите первоначальную дробь.

4) Сколько грамм воды надо добавить к 20 граммам 20%-го раствора, чтобы получить 10%-ый раствор?

5) Лодка прошла по течению реки 40 км и против течения 36 км. Скорость лодки в стоячей воде16 км/ч. На весь путь она потратила 5 часов. Найдите скорость течения реки.

6) Решите урвнения.

a) $(1-\dfrac{2}{x})^{-1} = x$

b) $(1+\dfrac{2}{x-1})^{-1} = x-1$

7) Через одну трубу бассейн заполняетсятв 2 раза быстрее, чем через другую . За сколько часов заполнится бассейн, через каждую трубу в отдельности, если открыв обе трубы вместе он заполняется за 2 часа?

8) Зная что x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2+(n-1)\,x+n = 0$ и

$\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{13}{6}$ найдите nи решите уравнение.

В учебнике наряду с задачами на движение, в качестве примера представлена задача на совместную работу. Решение таких задач должно быть рассмотренно подробно с объяснением каждого шага.

У.12. (стр.134) Решение: если I выполняет работу за x дней, то II бригада выполняет за $x+5$ дней. I бригада за 1 день выполняет $\frac{1}{x}$ часть работы, а II бригада за 1 день выполняет $\frac{1}{x+5}$ часть работы. Тогда работая вместе за 1 день они выполнят $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}$ часть работы. По условию бригады, работая вместе за 1 день выполняют $\frac{1}{6}$ часть работы.

Тогда $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{6}$. Умножим обе части уравнения на $6x(x+5)$. Тогда $6(x+5)+6x=x(x+5) \Rightarrow 12x+30=x^2+5x$, $x^2-7x-30=0$, $x=10$ или $x=-3$

Однако $x>0$. Значит $x=10$. Тогда $x+5=15$.

Ответ: I бригада выполнит работу за 10 дней, II бригада - за 15 дней.

У.20. (стр.135) Если скорость 1-го лыжника принять за x, а скорость 2-го лыжника за $x+2$, тогда на соотаветствующий путь будет затрачено время $t_1=\frac{20}{x}$ и $t_2=\frac{20}{x+2}$. Принимая во внимание, что $t_1-t_2=20$ мин. $=\frac{1}{3}$ часа получим уравнение $\frac{20}{x}-\frac{20}{x+2}=\frac{1}{3}$ Отсюда:

$x(x+2)=3\cdot 20\,(x+2)-3\cdot 20x$

$x^2+2x=60x+120-60x \Rightarrow x^2+2x-120=0$, $x_1=10$, $x_2=-12$ $x+2=10+2=12$

-12 не соответствует требованию задачи. Значит, $x=10$. Тогда $x+2=10+2=12$

Ответ: $v_1=10$ км/ч, $v_2=12$км/ч.

У.25. (стр.136) Решение: 1) Пусть скорость лодки в стоячей воде x км/ч.

На 48 км по течению от затратит $t_1=\frac{48}{x+4}$ ч, на обратный путь $t_2=\frac{48}{x-4}$ ч.

По условию $t_2-t_1=1{,}6$, тогда получим уравнение $\frac{48}{x-4}-\frac{48}{x+4}=1{,}6$

Решив данное уравнение принимаем во внимание, что $x>0$ получим $x=16$, т.е. скорость лодки в стоячей воде 16 км/ч.

2) При $x=16$ получим $t_1=\frac{48}{16+4}=2{,}4$ и $t_2=\frac{48}{16-4}=4$, тогда на весь путь лодка затратила $t_1+t_2=6{,}4$ часа или 6 часов 24 минуты.

У.11. (стр.138)1-ая труба за 1 час наполняет $\frac{1}{n}$ часть цистерны с бензином, а 2-ая $\frac{1}{m}$ часть. Вместе трубы за 1 час наполняют $\frac{1}{n}+\frac{1}{m}=\frac{m+n}{n\cdot m}$ часть цистерны с бензином. Предположим, что трубы наполняют цистерну за t часов, тогда $\frac{m+n}{n\cdot m}\cdot t=1.$ Отсюда $t=\frac{n\cdot m}{m+n}$ (часы).

Исследуются общие свойства задач, приводящих к рациональным уравнениям. Обсуждаются простые случаи с учениками с различным уровнем восприятия.

Суммативное оценивание по разделу

№	Критерии оценивания	Примечание
1.	Решает рациональные уравнения	
2.	Решает задачи при помощи рациональных уравнений	

Урок 104. Задания для суммативного оценивания по разделу

1) Решите уравнение.

$(x^2 - 4) \cdot (1 - \frac{1}{x+2}) = 0$

2) Сколько грамм соли надо добавить к 20 г 10%-го раствора, чтобы он стал 20%-ным?

3) Найдите сумму корней уравнения.

$\frac{1}{x+2} + \frac{2x - 10}{x^2 - 6} = 0$

4) Через одну трубу бассейн наполняется на 6 часов бстрее, чем через другую. Если открыть обе трубы одновременно бассейн наполнится за 4 часа. За какое время заполнится бассейн через каждую из труб, открытых по отдельности?

5) Найдите число, сумма которого с числом обратным данному равна $\frac{13}{6}$.

6) В ящике 4 белых и 9 черных шаров. Когда в ящик положили еще несколько белых шаров, то вероятность того, что случайно взятый из ящика шар белого цвета составила $\frac{2}{3}$. Сколько белых шаров положили в ящик?

7) Лодка прошла 6 км по течению реки и вернулась обратно. Скорость лодки в стоячей воде равна v км/ч а скорость течения реки 2 км/ч.
a) Запишите рациональное выражение для нахождения времени t (в часах) , затраченного на весь путь.
b) Найдите t, если $v = 8$ км/ч.
c) Найдите скорость лодки в стоячей воде, если на весь путь затратили 1 час 15 минут.

8. Подобие фигур

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учебника
1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач. 3.1. Исследует свойства и признаки фигур с помощью геометрических изображений, представлений и логических обсуждений; отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач. 3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр из данной точки к заданной прямой. 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов. 3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма ромба трапеции. 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб, трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма. 4.2.1 На основе масштаба, соответствующего требуемой задаче, составляет и претворяет в жизнь проект.	105-106	Отношение, пропорция, масштаб	2	139-141
	107-109	Пропорциональные отрезки	3	142-145
	110-111	Подобные четырехугольники, подобные треугольники	2	146-147
	112-114	Признаки подобия треугольников	3	148-152
	115-116	Подобие прямоугольных треугольников	2	153-155
	117-118	Применение подобия треугольников	2	156-158
	119-120	Площади подобных фигур	2	159-160
	121-122	Обобщающие задания	2	161-162
	123	Задания суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	19	

Урок 105-106. Стр. 139-141 учебника. Отношение, пропорция, масштаб. 2 часа.

Содержательный стандарт. 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.
4.2.1 На основе масштаба, соответствующего требуемой задаче, составляет и претворяет в жизнь проект.

Навыки учащегося:
- составляет новые пропорции по данной пропорции;
- применяет свойства пропорций;
- использует свойства пропорций в решении задач.
- определяет размеры на рисунке, проводя измерения;
- находит реальные размеры объекта по данному масштабу;
- принимая масштаб, чертит план и рисунок объекта.

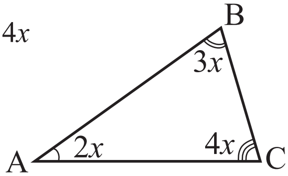
Мотивация. На заранее подготовленном плакате записываются определение пропорции, свойства его членов. Указываются пропорции, полученные при изменении мест средних и крайних членов пропорции. Учащиеся записывают данные пропорции в тетради и проявляют собственное отношение. Выполняются упражнения, данные в учебнике.

У.7. Перед решением задания у учащихся спрашивается сколько градусов составляет сумма внутренних углов треугольника. Наблюдается описание углов каждым учеником в тетради.

Дано.
ΔABC
$\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$

$\angle A = ?$
$\angle B = ?$
$\angle C = ?$

$\angle A = 2x$; $\angle B = 3x$; $\angle C = 4x$
$2x + 3x + 4x = 180^0$
$x = 20^0$
$\angle A = 40^0$; $\angle B = 60^0$;
$\angle C = 80^0$

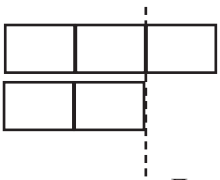


У.9. 2) $\frac{2}{3}$ части денег Диляры равны $\frac{1}{2}$ части денег Джавида. Найдите отношение денег Диляры к деньгам Джавида.

1) Задание с легкостью выполняется с помощью модели целое - часть. Этапы зарисовки модели целое - часть:

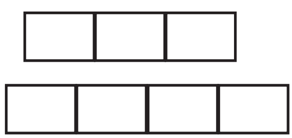
Деньги Диляры

$\frac{1}{2}$ часть денег Джавида



Деньги Диляры

Деньги Джавида



Как видно из модели: $\dfrac{\text{Деньги Диляры}}{\text{Деньги Джавида}} = \dfrac{3}{4}$

2) Составлением пропорции: Если у Диляры имеется d манатов, а у Джавида - c манатов, то $\frac{2}{3}d = \frac{1}{2}c \Rightarrow \quad 4d = 3c \quad \frac{d}{c} = \frac{3}{4}$

Мотивация. Учащимся предлагается начертить план школьной футбольной площадки. Задаются наводящие вопросы:

1) Можно ли начертить в тетради план площадки в реальных размерах?
2) Каковы будут размеры площадки на рисунк в масштабе 1:1000?

Обучение. У.13. В задании измерениями линейкой определяются размеры каждой комнаты квартиры на рисунке и после этого по данному масштабу вычисляются реальные размеры.

У.18. 1) Каждые 2,5 см расстояния на карте в действительности соответствуют 15 км. Сколько км составляет расстояние между двумя городами, если на карте это расстояние равняется 23,2 см? Решить задачу можно двумя способами.

I способ. Составление пропорции

$$\frac{2{,}5}{15} = \frac{23{,}2}{x}$$

$$x = \frac{15 \cdot 23{,}2}{2{,}5} = 139{,}2\text{км}$$

II способ. Определение масштаба

1) $\frac{2{,}5 \text{ см}}{15 \text{ км}} = \frac{2{,}5 \text{ см}}{1500000 \text{ см}} = 1 : 600000$

Каждый 1см на карте соответствует 600 000 см или 6 км.

2) 23,2 см в действительности соответствует $23{,}2 \cdot 6 = 139{,}2$ км.

Урок 107-109. Стр. 142-145 учебника. Пропорциональные отрезки. 3 часа.

Содержательный стандарт. 1.2.5 Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.
3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр из данной точки к заданной прямой.

Навыки учащегося.
- устно и письменно представляет теорему о пропорциональных отрезках и ее доказательство;
- решает задачи с применением теоремы о пропорциональных отрезках;
- делит отрезок на конгруэнтные части или на данное отношение.

Интернет-ресурс: **http://www.mathopenref.com/constdividesegment.html**
(Dividing a segment into several equal parts

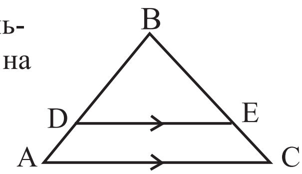
1-ый час. Мотивация. Выполняется практическое занятие. Проводятся соответствующие измерения, вычисляются данные отношения и высказываются разные мнения. В итоге выдвигаются теорема о пропорциональных отрезках. Отмечается что эта теорема является обобщением теоремы Фалеса.

Обучение. Выполняются задания представленные в учебнике. Задания **У.1**. и **У.2.** основываются на непосредственном применении теоремы о пропорциональных отрезках. **У.3.** В данном задании предлагается коллективно закончить доказательство теоремы о пропорциональных отрезках, вставив вместо точек соответствующие высказывания. При этом целесообразно упоминать вводы, которые были получены при решении задачи **У. 10.** (стр-129). Отмечается справедливость обратного утверждения. В зависимости от уровня класса можно представить доказательство обратной теоремы методом от обратного. Здесь особого внимания требует обратить на момент, что отрезки на сторонах угла вычисляются от его вершины.

У.4. и У.5. Данные задания соответствуют обратному высказыванию.

У.5. Обобщив данное задание, представленные ниже теоремы можно предложить в качестве долгосрочного задания.

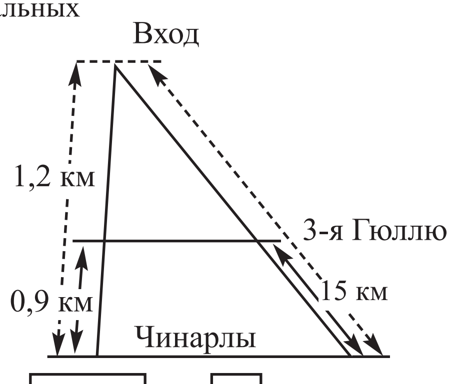
Теорема. Прямая, пересекающая две стороны треугольника, и параллельная третьей стороне, делит стороны на пропорциональные отрезки.



DE || AC, $\dfrac{BD}{DA} = \dfrac{BE}{EC}$

Учащиеся по равенству $\dfrac{BD}{DA} = \dfrac{BE}{EC}$ записывают различные пропорции, например, записывают пропорцию $\dfrac{BA}{DA} = \dfrac{BC}{EC}$ прибавив к обеим частям по1.

У. 6. Применяется теорема о пропорциональных отрезках.

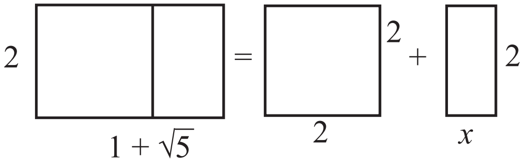


$$\frac{0,3}{0,9} = \frac{x}{1,5}$$

$$x = \frac{0,3 \cdot 1,5}{0,9} = 0,5$$

Ответ: расстояние от улицы “Чинарлы” до входа в городок по улице “Китабхана” 1,5 + 0,5 = 2 км.

У.7. Решение задания:



1) найдем неизвестную сторону меньшего прямоугольника

$$1 + \sqrt{5} = 2 + x \qquad x = \sqrt{5} - 1$$

2) запишем отношение сторон меньшего прямоугольника

$$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}{2(\sqrt{5}+1)} = \frac{4}{2(\sqrt{5}+1)} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

Как видно, отношение сторон мешьшего прямоугольника равно отношению сторон большего прямоугольника.

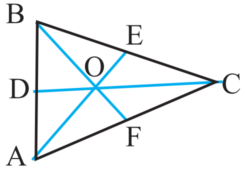
2-ой, 3-ий час. Формулиризуется и доказывается теорема о свойства медиан.

Мотивация. Ученики эмпирическим способом - практическим путем находят центр тяжести треугольника и стараются держать в равновесии пластиковую, картонную доску на кончике карандаша. Преподаватель: как видно, это занимает много времени. Однако, зная, что точка пересечения медиан является центром тяжести, с легкостью можно выполнить это задание. В реальной жизни данное свойство медиан широко используется.

Точка пересечения медиан треугольника называется центром тяжести треугольника. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся в точке пересечения в отношении 2:1, начиная от вершины.

По данному условию можно написать различные отношения. Эти отношения широко используются в решении задач.

CO : OD = 2 : 1
AO : OE = 2 : 1
BO : OF = 2 : 1
OD : DC = 1 : 3
OE : AE = 1 : 3
OF : BF = 1 : 3



$CO = \frac{2}{3}CD \quad AO = \frac{2}{3}AE \quad BO = \frac{2}{3}BF$

$OD = \frac{1}{3}CD \quad OE = \frac{1}{3}AE \quad OF = \frac{1}{3}BF$

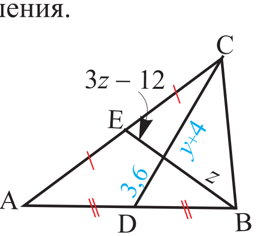
CO : CD = 2 : 3, AO : AE = 2 : 3, BO : BF = 2 : 3.

Вместе с учащимися исследуются свойства медианы, высоты и биссектрисы равнобедренного треугольника. Это стимулирует в учениках интерес к самостоятельным исследованиям.

Обучающие занятия. Выполняются задания У.1, У.2, У.3. Обращается внимание на правильное написание отношений отрезков 2:1, 3:1, 3:2, 2:3, 1:3.

У.8. BE и CD - медианы треугольника.
По данным рисунка найдите переменные.

Задание можно выполнить, записав различные отношения.



1) $CD = 3{,}6 + y + 4 = y + 7{,}6$

$\frac{1}{3}(y + 7{,}6) = 3{,}6; \quad y + 7{,}6 = 10{,}8; \quad y = 3{,}2$

2) $y + 4 = 2 \cdot 3{,}6; \quad y + 4 = 7{,}2; \ y = 3{,}2$

3) $\frac{2}{3}(y + 7{,}6) = y + 4, \ 3y + 12 = 2y + 15{,}2\ ; \ y = 3{,}2$

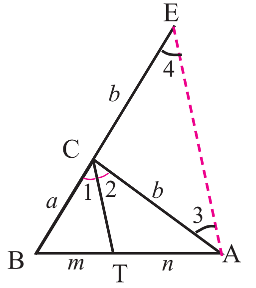
Аналогичные отношения записываются для переменной z.

Ученикам задается вопрос: 1) Как вы можете найти длину медианы CD, не производя письменные вычисления?
Если известно, что меньшая часть равна 36, медиана будет $3 \cdot 36 = 108$.

2) Выразите BE переменной z: $BE = z + \frac{1}{2}z = 1\frac{1}{2}z = 1{,}5z$

Свойство биссектрисы треугольника.

При доказательстве теоремы надо обратить внимание учащихся на представлении словесной записи теоремы в виде соответствующего чертежа и буквенной записи.



Теорема. Биссектриса треугольника делит его сторону на части, пропорциональные двум другим сторонам.

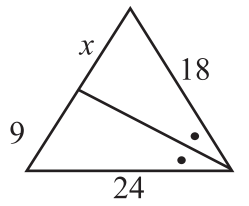
$$\frac{AT}{BT}=\frac{AC}{BC}$$

Доказательство: для доказателства будем использовать дополнительную линию. Проведем AE || CT. Продолжим сторону о пересечения с прямой AE.

Предположение	Обоснование
1. $\angle 1 \cong \angle 2$	1. Биссектриса делит угол пополам
2. $\angle 2 \cong \angle 3$	2. Внутренние накрестлежащие углы
3. $\angle 1 \cong \angle 4$	3. Соответственные углы
4. $\angle 3 \cong \angle 4$	4. По свойству равенства
5. $AC \cong CE$	5. ΔACE равнобедренный
6. $\dfrac{BC}{CE}=\dfrac{BT}{AT}$	6. По теореме о пропорциональных отрезках
7. $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{BT}{AT}$	7. Так как $CE \cong AC$

Теорема доказана

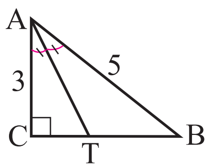
У.11. По рисунку найдите x.



Решение: По свойству биссектрисы

$$\frac{\boldsymbol{x}}{9}=\frac{18}{24} \qquad x=\frac{18\cdot 9}{24}=\frac{27}{4}=6,75$$

У.12. По данным рисунка найдите длину биссектрисы AT.



Решение: из ΔABC по теореме Пифагора находим

$CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

По свойству биссектрисы $\dfrac{CT}{TB}=\dfrac{AC}{AB}$.

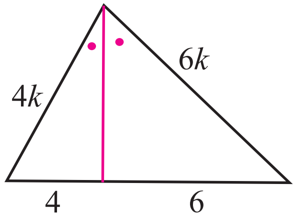
Согласно данным, $\dfrac{CT}{TB}=\dfrac{3}{5}$. Значит, если $CT=3x$, то $TB=5x$. Тогда

$CB=CT+TB=8x=4$, отсюда находим $x=0,5$. Значит, $CT=3\cdot 0,5=1,5$.

Из ΔACT по теореме Пифагора получим: $AT=\sqrt{AC^2+CT^2}=\sqrt{3^2+1,5^2}=$

$=\sqrt{9+2,25}=\sqrt{11,25}=\sqrt{\dfrac{45}{4}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

У.13. Периметр треугольника равен 50 см. Найдите две стороны треугольника, если биссектриса угла треугольника делит третью сторону на отрезки длиной 4 см и 6 см.



Решение: Если биссектриса делит противоположную сторону на отрезки длиной 4 см и 6 см, то длины двух других сторон пропорциональны числам 4 и 6 , т.е. составляют $4k$ и $6k$. По условию, P = 50 см.

$4k+6k+10=50$, $k=4$, $4k=16$, $6k=24$.

Длины двух других сторон треугольника равны 16 см и 24 см.

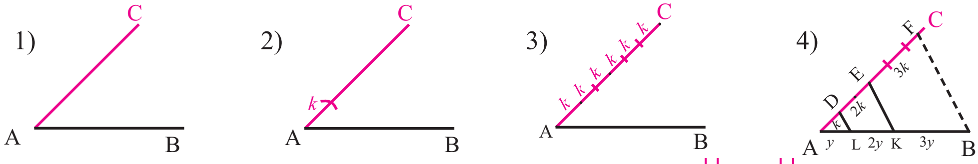
У.14. В данном задании последовательность шагов деления заданного отрезка в заданном отношении исследуется при помощи коллективного обсуждения.

Дополнительно учащимся может быть задан следующий вопрос:

Если требуется разделить определенный отрезок в отношении 1:2:3, то какие действия необходимо выполнить для данного построения?

Учащиеся демонстрируют знания об отношении устными объяснениями.

Решение:



DL || EK || FB

Урок 110-111. Стр. 135-136 учебника. Подобные четырехугольники, подобные треугольники. 2 часа.

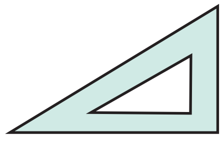
Содержательные стандарты 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.

3.1. Исследует свойства и признаки фигур с помощью геометрических изображений, представлений и логических обсуждений; отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.

Навыки учащегося.

- определяет соответствующие углы и соответствующие стороны подобных четырехугольников и подобных треугольников;
- понимает конгруэнтность соответствующих углов и равенство отношений соответствующих сторон подобных фигур;
- решает задачи о подобии.

Мотивация. На доске демонстрируется изображение линейки треугольной формы. Задается вопрос: являются ли конгруэнтными соответствующие углы “больших” и “малых” треугольников. Выслушиваются мнения о длине соответствующих сторон.



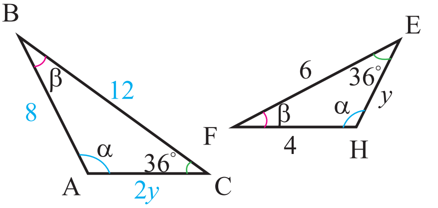
В качестве мотивации можно предложить исследование пропорционального увеличения и уменьшения рисунков в компьютере. Например, как изменятся размеры соответствующих сторон рисунка с размерами 3×4 см при увеличении в 2 раза? Ответ: 6×8. А при увеличении в 3 раза? 9×12. Изменится ли геометрическая форма рисунка?

Учащимся рекомендуется вычислить отношение сторон и в первом, и во втором случаях. Отмечается, что в 2 и в 3 раза увеличенный рисунок прямоугольной формы является подобным изначальному. Определяется равенство соответствующих углов, а также отношения соответствующих сторон подобных фигур.

Вычисляются коэффициенты подобия подобных четырехугольников и подобных треугольников. Уделяется внимание на возможность выражения коэффициента подобия разными способами в зависимости от последовательности сравнения. Например, если отношение соответствующих сторон большего и меньшего треугольников 3:2, то отношение соответствующих сторон меньшего треугольника к большему будет 2:3.
Выполняются задания из учебника на определение равенства соответствующих углов и отношения соответствующих сторон.

У.1. На основе рисунка каждый ученик указывает конгруэнтность соответствующих углов, показывает соответствующую этим углам сторону и вычисляет соответствующее отношение.

a)



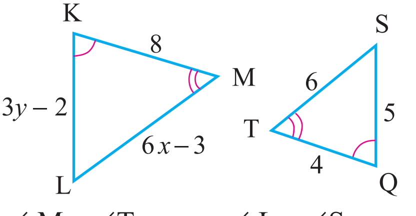
Конгруэнтные углы: $\angle A \cong \angle H$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle E$

Соответствующие стороны: BC и FE, AC и EH, AB и FH

Отношения: $\dfrac{BC}{FE} = \dfrac{12}{6} = 2$ $\quad \dfrac{AC}{EH} = \dfrac{6}{3} = 2$ $\quad \dfrac{AB}{FH} = \dfrac{8}{4} = 2$

Значит, соответствующие углы треугольников, изображенных на рисунке, конгруентны, а соответствующие стороны - пропорциональны, т.е. $\Delta ABC \sim \Delta HFJ$

У.2. b) Найдите переменные по подобию треугольников



По данным рисунка записывается равенство соответствующих углов и отношение соответствующих сторон.

Соответствующие углы: $\angle K \cong \angle Q$, $\angle M \cong \angle T$, $\angle L \cong \angle S$

ML и TS, LK и SQ, KM и TQ

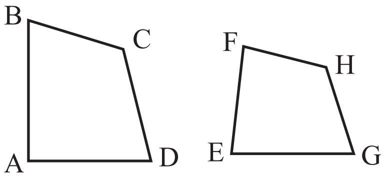
Отношения: $\dfrac{ML}{TS} = \dfrac{LK}{SQ} = \dfrac{KM}{TQ}$ отсюда, $\dfrac{6x-3}{6} = \dfrac{3y-2}{5} = \dfrac{8}{4} = 2$

$6x - 3 = 12 \qquad 3y - 2 = 10$

$x = 2{,}5 \qquad y = 4$

2-ой час. В задании **У. 3.** обсуждается данная теорема и её доказательство. Ученики понимают, что прямая, пересекающая две стороны треугольника, и параллельная третьей стороне отсекает треугольник подобный данному.

Дается доказательство теоремы о периметре подобных многоугольников (четырехугольников, треугольников). Отношение периметров подобных многоугольников равняется отношению длин соответствующих сторон.



Предложение	Дано
$ABCD \sim EFHG$ $\dfrac{AB}{EF} = \dfrac{BC}{FH} = \dfrac{CD}{GH} = \dfrac{DA}{EG} = k$	Отношение соответствующих сторон подобных фигур равняется коэффициенту подобия.
$AB = k \cdot EF \quad CD = k \cdot GH$ $BC = k \cdot FH \quad DA = k \cdot EG$	По свойству отношения и пропорции
$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA =$ $= k \cdot (EF + FH + GH + EG) = k \cdot P_{EFHG}$	Периметр четырехугольника
$\dfrac{P_{ABCD}}{P_{EFHG}} = k = \dfrac{AB}{EF}$ Теорема доказана	Упрощение и свойство равенства

У.4.-У.6.. Выполняется решение данных заданий.

Урок 112-114. Стр. 148-152 учебника. Признаки подобия треугольников. 3 часа

Содержательный стандарт. 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

Навыки учащегося
- показывает на примерах признаки подобия треугольников;
- использует признаки подобия при решении задач;
- решает задачи с применением признаков подобия, соответствующие реальной жизненной ситуации.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №1

1-ый час. Мотивация. Задается вопрос: Какие треугольники можно называть подобными? Согласно ранее изученным правилам, треугольники являются подобными, если 3 соответствующих угла одного треугольника конгруэнтны 3 соответствующим углам другого треугольника, а также если отношения соответствующих сторон этих треугольников равны. Значит, мы можем говорить о подобии треугольников по отношению между 6 элементами (3 угла, 3 стороны).

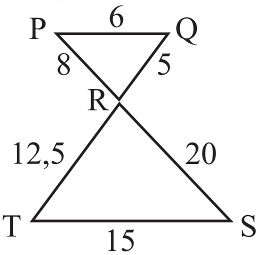
Однако, можно говорить о подобии треугольников также по отношению меньших элементов - 2 угла, 2 стороны и 1 угол, 3 стороны. Эти отношения называются признаками подобия.

Обучение. Рекомендуется выполнить доказательство в тетрадях самостоятельно (в качестве домашнего задания) в виде двустолбчатой таблицы.

При решении задач, составленных на признаках подобия треугольников, еще раз обращается внимание на соответствие сторон напротив углов и на то, что отношение этих сторон выражает коэффициент подобия.

Выполняются задания в учебнике. Уделяется внимание выполнению данных задач каждым учеником. Постольку, поскольку задания в учебники даны в виде рисунков и многие из них соответствуют реальной жизненной ситуации, рекомендуется обращать внимание на решение задачи каждым учащимся в тетради, обеспечивать участие в обсуждениях, создавать условия высказыванию своего мнения.

У.2-1)



$$\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{5}{12{,}5}$$

из верности равенств

получаем $\frac{PQ}{TS}=\frac{PR}{RS}=\frac{QR}{RT}$

По признаку ССС это означает, что $\Delta\, TRS \sim \Delta\, QRT$. Для записи конгруэнтности соответствующих углов выгоднее отмечать соответствующие стороны одинаковым цветом.

Соответствующие стороны: PQ и TS, PR и RS, QR и RT

Соответствующие углы - это углы напротив соответствующих сторон:

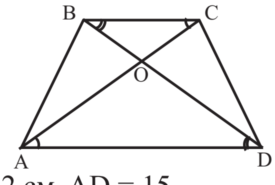
$\angle PRQ \cong \angle SRT$, $\angle Q \cong \angle T$ $\angle P \cong \angle S$

Вместе с учащимися последовательно исследуются признаки подобия треугольников. До сведения учащихся доводится, что доказательство данных признаков основывается на теореме о том, что прямая, пересекающая две стороны треугольника и параллельная третьей стороне отсекает от него подобный треугольник.

У.5. 1) Из-за того, что диагонали трапеции ABCD являются внутренними накрест лежащими углами,

$\angle OCB \cong \angle OAD$, $\angle OBC \cong \angle ODA$

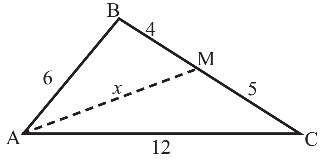
По признаку УУ $\Delta\, OCB \sim \Delta\, OAD$



Отсюда $\frac{OC}{OA}=\frac{CB}{AD}=\frac{OB}{OD}$ При BO = 8 см, OD = 12 см, AD = 15

$$\frac{8}{12}=\frac{BC}{15},\ BC=\frac{8\cdot 15}{12}=10 \text{ см}$$

У.7. Решение: а) По данным рисунка $\frac{BM}{AB}=\frac{AB}{BC}$ т.е. ясно, ($\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$). Т.к. $\angle B$ общий, то по признаку СУС $\Delta ABM \sim \Delta CBA$



b) Оношения соответствующих сторон:

$$\frac{AB}{CB}=\frac{BM}{BA}=\frac{AM}{CA}$$

c) Учитывая данные на рисунке $\frac{6}{9}=\frac{4}{6}=\frac{x}{12}$ получим $x = 8$.

2- ой, 3-й час. Совместно с учащимися исследуется доказательство признака треугольника ССС, представленного в учебнике. Рекомендуется, чтобы учащиеся выполнили доказательство самостоятельно (в виде домашнего задания) в тетради при помощи двухстолбчатой таблицы.

При помощии признаков подобия треугольников находятся размеры объектов, которые невозможно измерить непосредственно. Это широко используется в реальной жизни в важных измерениях в топологии, строительстве, а также в военных делах. Одним из методов измерения с применением подобия является придуманный великим греческим ученым Фалесом метод тени. С помощью этого метода он вычислил высоты древних египетских пирамид. Подробнее об этом говорится в задании 10 на 158-ой странице учебника.

Обязательно должны быть выполнены задания на построение (рисунки) на определение длин, которые невозможно измерить в реальной жизни, определенным масштабом.

У.15. На указанной части горы должна быть проведена подземная тоннель. Найдите длину тоннели (Z).

Дано:

$\angle A \cong \angle C$, $\angle D \cong \angle B$

AO = 30м, OC = 60м

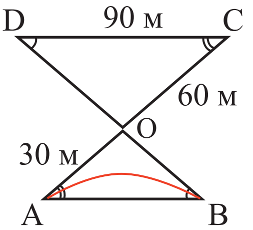
CD = 90м

AB = ?

По признаку УУ $\Delta OAB \sim \Delta OCD$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$$

$$\frac{30}{60} = \frac{AB}{90}, \quad AB = 45м$$

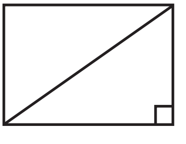


Урок 115-116. Стр. 153-155 учебника. Подобие прямоугольных треугольников. 2 часа

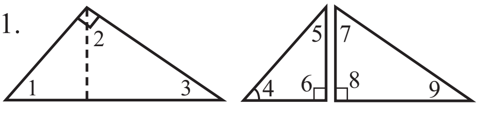
Содержательный стандарт. 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.
3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов.

Навыки учащегося.
- разъясняет на рисунке деление прямоугольного треугольника высотой, проведенной к гипотенузе, на два подобных треугольника.

1-ый час. В качестве мотивации проводятся исследования в учебнике



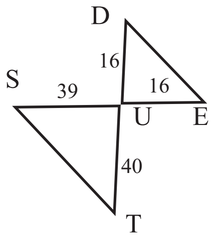
1) Разделить прямоугольник по диагонали.
2) При складывании одного из полученных треугольников создается след высоты, проведенной с вершины прямого угла.
3) Разрезанием по высоте делится на два треугольника.
4) Измеряются углы каждого треугольника.
5) Определяются углы, конгруэнтные $\angle 1$.
6) Высказываются доводы о подобии треугольников.



Рабочий лист № 1 Подобие треугольников

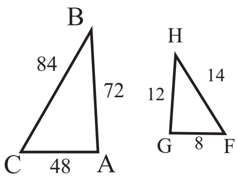
Имя______________ Фамилия____________________ Дата_________

1) Какие два из треугольников на рисунке являются подобными? Если есть подобие, напишите его признак



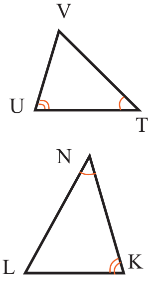
Δ UTS ~

____
____
____
____



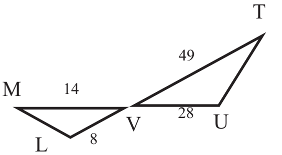
Δ CBA ~

____
____
____
____



Δ LNK ~

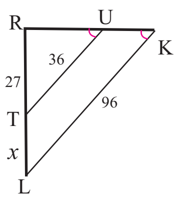
____
____
____
____

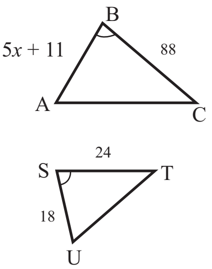


Δ VUT ~

____
____
____
____

2) Треугольники на рисунке являются подобными . Найдите x





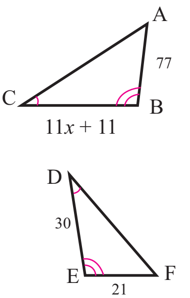


Таблица самооценивания

Не понимаю задание

Понимаю требуемое в задании, но не могу решить

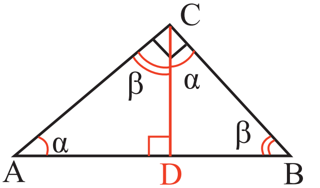
Знаю как надо решать задание, однако в вычислениях допустил несколько ошибок

Понимаю задание и выполняю его

Навыки				
По данным сведениям определяет, являются ли два треугольника подобными				
Записывает отношения подобия				

Теорема. Высота, проведенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

Предположение	Обоснование
1. $\Delta ABC \quad \angle C = 90^0, CD \perp AB$	1. Дано
2. $\angle A \cong \angle BCD = \alpha$ $\angle ACD \cong \angle B = \beta$	2. Сторону углов перпендикулярны
3. $\Delta ACD \sim \Delta CBD \sim \Delta ABC$	3. По признаку УУ



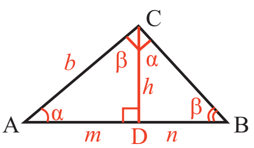
Понятие среднее геометрическое обсуждается с учащимися. Для положительных чисел a и b средней геометрической является $x = \sqrt{ab}$.
Используя понятие среднего геометрического, формируются результаты, полученные в вышеуказанной теореме.

Следствие 1. Высота прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла есть среднее геометрическое отрезков, на которые она делит гипотенузу.

$\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{CD}{DB}$ или $\qquad \dfrac{m}{h} = \dfrac{h}{n} \qquad h^2 = mn \qquad h = \sqrt{mn}$

Предположение	Обоснование
$\Delta ADC \sim \Delta CDB$ $\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{CD}{DB}$	Согласно теореме Отношение соответствующих сторон

Теорема доказана.



Следствие 2. Каждый катет прямоугольного треугольника есть среднее геометрическое между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

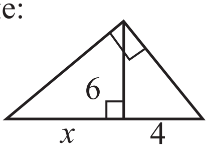
По теореме $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ и $\Delta ABC \sim \Delta CBD$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

У.4. Найдите x по данным

Решение:

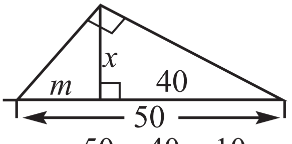
1)



По следствию 1:

$\dfrac{x}{6} = \dfrac{6}{4} \qquad 4x = 36 \qquad x = 9$

2)



$m = 50 - 40 = 10$

По следствию 2:

$\dfrac{m}{x} = \dfrac{x}{40} \qquad x^2 = 40 \cdot m = 400$

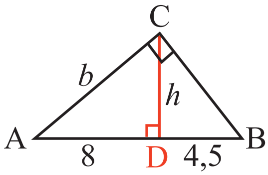
$x = 20$

2-ой час. Решаются задач из учебника

У.7. Дано:
AD = 8
DC = 4,5
$h = ?, b = ?$

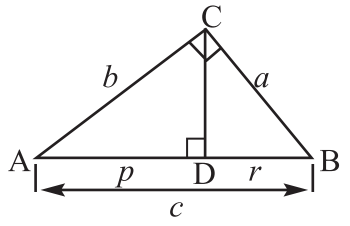
1) $\dfrac{8}{h} = \dfrac{h}{4{,}5}$, $h^2 = 36$, $h = 6$

2) $b^2 = 8^2 + h^2 = 100$, $b = 10$



У.8. В задании, пользуясь следствием 2, дается доказательство теоремы Пифагора. Учащиеся записывают доказательство, отмечая основания для каждого высказывания.

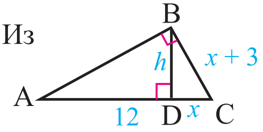
Дано:
Прямоугольный треугольник Δ ABC
CD - высота.
Докажите: $c^2 = a^2 + b^2$



Предположение	Основание
1. BD - высота Δ ABC	1. Дано
2. $\dfrac{c}{a} = \dfrac{a}{r}$, $\dfrac{c}{b} = \dfrac{b}{p}$	2. По результату 2
3. $cr = a^2$, $cp = b^2$	3. Свойство пропорции
4. $cr + cp = a^2 + b^2$	4. Сложение почленно верных равенств
5. $c(r + p) = a^2 + b^2$	5. Вынесение общего множителя за скобки
6. $r + p = c$	6. Сложение отрезков
7. $c^2 = a^2 + b^2$	7. Свойство равенства

Теорема доказана.

У.10. а) Проведем обозначения как показана на рисунке. Из следствия-1 имеем $h^2 = 12x$. Из ΔBDC по теореме Пифагора $h^2 = (x + 3)^2 - x^2$. Отсюда получим уравнения: $(x + 3)^2 - x^2 = 12x$. Решая это уравнение находим: $x = 1{,}5$.



Урок 117-118. Стр. 156-158 учебника. Применение подобия треугольников. 2 часа

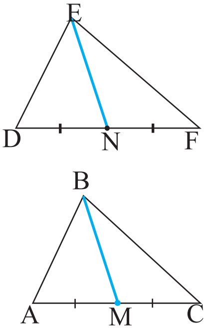
Содержательный стандарт. 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

Навыки учащегося:
- пременяет признаки подобия треугольников при решении задачи;
- пременяет признаки подобия в решении задач, соответствующих реальным жизненным ситуациям

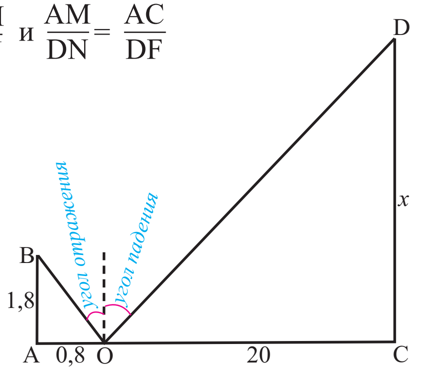
После коллективного обсуждения ученики записывают в тетради теоремы, выражающие соотношения между высотами, медианами, биссектрисами подобных треугольников и отношением сторон. Деятельность каждого учащегося находится под вниманием.

Теорема 2. Если два треугольника подобны, то отношение длин соответствующих медиан равно отношению длин соответствующих сторон.

Предложение	Основание
$\angle A \cong \angle D$	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$
$AM=\frac{1}{2}AC$, $DN=\frac{1}{2}DF$	Медиана делит противоположную сторону пополам
$\frac{AM}{DN}=\frac{AC}{DF}$	Равенство отношений
$\frac{AC}{DF}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$
$\frac{AB}{DE}=\frac{AM}{DN}$	Свойство транзитивности равенства
$\Delta ABM \sim \Delta DEN$	Признак СУС
$\frac{AB}{DE}=\frac{BM}{EN}=\frac{AM}{DN}$	Отношения соответствующих сторон
$\frac{BM}{EN}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$	$\frac{AB}{DE}=\frac{AM}{DN}$ и $\frac{AM}{DN}=\frac{AC}{DF}$



У.6. Рисунок, представленный в учебнике каждый учащийся схематично изображает в тетради. Внимание учащихся акцентируется на том, что угол падения луча равен углу отражения.



Так как $\angle AOB \cong \angle COD$, то треугольники AOB и COD прямоугольные подобные треугольники. Запишем отношение соответствующих сторон:

$$\frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD}$$

Используя размеры, указанные на рисунке получим: $\frac{0,8}{20}=\frac{1,8}{x}$. Отсюда находим $x = 45$ м.

У.10. В данном задании дается информация о том, как Фалес измерил высоту пирамиды Хеопса и учащиеся вычисляя убеждаются в том, что действительно высота пирамиды равна 145 метрам.

Урок 119-120. Стр. 159-160 учебника. Площади подобных фигур. 2 часа.

Содержательный стандарт

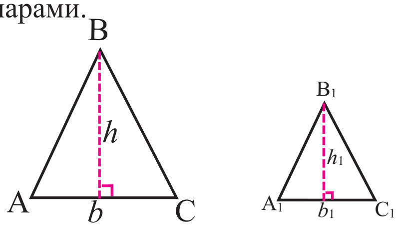
1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.
3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма ромба трапеции.
3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб, трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

Навыки учащегося:

- применяет признаки подобия при решении задач;
- решает задачи о площади подобных фигур, обобщает результаты вычислений.

В качестве **мотивации** предлагается вычислить площади квадратов со сторонами 5 см и 10 см, и отношение их площадей. Могут быть заданы следующие вопросы:
1) Как изменится площадь квадрата, если увеличить длину его сторон в 2 раза, в 3 раза?
2) Как изменится площадь прямоугольника при увеличении длины и ширины в 2 раза?
Обучение. Указывается связь между отношением соответствующих сторон подобных фигур и отношением их площадей, и на доске чертится несколько подобных фигур.
Выполняются данные в учебнике упражнения.
У.1. Задание целесообразно выполнять парами.
У.2. Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ $\quad \dfrac{AC}{A_1C_1} = k$

$AC = b$ $A_1C_1 = b_1$

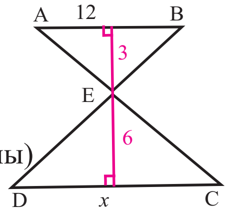


Доказать: $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = k^2$

Предложение	Основание
$\dfrac{h}{h_1} = \dfrac{b}{b_1}$	Отношение высот подобных треугольников равно отношению соответствующих сторон.
$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}bh \qquad S_{\Delta A_1B_1C_1} = \dfrac{1}{2}b_1h_1$	Формулы площади треугольника
$\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = \dfrac{\frac{1}{2}bh}{\frac{1}{2}b_1h_1} = \dfrac{b}{b_1} \cdot \dfrac{h}{h_1} = \dfrac{b}{b_1} \cdot \dfrac{b}{b_1} = k^2$	Отношение площадей и упрощение

D.3. 1) Дано: $AB \parallel CD$

Найти: $S_{ABE}=?$ $S_{CED}=?$



Решение:

1. $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$ (внутренние накрест лежащие углы)

2. $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ (По признаку подобия УСУ)

3. $S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 = 18$ (По формуле площади треугольника)

4. $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (Отношение высот в подобных треугольниках равно отношению длин соответствующих сторон).

5. $\frac{S_{ABE}}{S_{CED}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2$ (По теореме об отношении площадей подобных треугольников)

6. $\frac{18}{S_{CED}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ($S_{ABE} = 18$). Отсюда $S_{CED} = 4 \cdot 18 = 72$

У. 6. Дано.

$\Delta_1 \sim \Delta_2$, $S_1 = 45$ см^2, $S_2 = 80$ см^2, $P_1 + P_2 = 35$ см, $P_1 = ?$ $P_2 = ?$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{a_1}{a_2}$ Отношение периметров двух подобных треугольников равно отношению соответствующих сторон

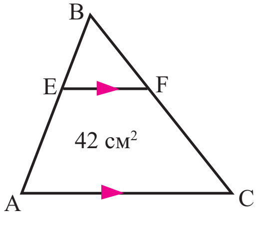
$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$ Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату отношения соответствующих сторон

$\frac{45}{80} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$ Запишем данные

$\frac{9}{16} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{4}$ $\frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{4}$ $P_2 = 35 - P_1$ $\frac{P_1}{35 - P_1} = \frac{3}{4}$

$4P_1 = 105 - 3P_1$ $7P_1 = 105$ $P_1 = 15$ $P_2 = 35 - 15 = 20$

У.11. Решение: по условию $3 \cdot BF = 2 \cdot FC$. Тогда получим, если $BF = 2x$, то $FC = 3x$. Тогда, $BC = 5x$. Так как $EF \parallel AC$,то $\Delta EBF \sim \Delta ABC$ и коэффициент подобия равен



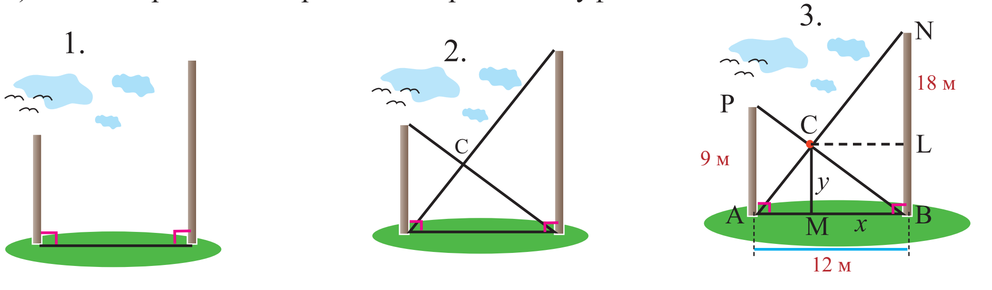
$k = \frac{BF}{BC} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$. Тогда $\frac{S_{\Delta EBF}}{S_{\Delta ABC}} = (\frac{2}{5})^2$, $\frac{S_{\Delta EBF}}{42 + S_{\Delta EBF}} = \frac{4}{25}$

Отсюда находим $S_{\Delta EBF} = 8$. Тогда $S_{\Delta ABC} = 42 + S_{\Delta EBF} = 50$ см^2

Контрольные вопросы:
1) Какие фигуры называются подобными?
2) Конгруэнтны ли соответствующие углы подобных фигур?
3) Чему равно отношение соответствующих сторон подобных фигур?
4) Чему равно отношение площадей подобных фигур, если отношение периметров равняется k?

Урок 121-122. Стр. 161-162 учебника. Обобщающие задания. 2 часа

У.10. Ученики последовательно чертят в тетрадях схематическое изображение согласно данному условию. Исследуется, какие из нижеследующих сведений являются необходимыми.
1) Два столба с разными высотами перпендикулярно вкопаны в землю. Значит они параллельны.
2) Столбы прикреплены друг к другу металлическими проволоками.
3) Место пересечения проволок закреплено муфтой.



Находится расстояние от верхней точки низкого столба до нижней точки высшего столба: $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ (м)
Для решения задачи проводится буквенное обозначение.
Расстояние от муфты до большего столба обозначим через x, расстояние от муфты до земли - y. Если расстояние от муфты до верхней точки низкого столба будет z, то расстояние от муфты до нижней точки большего столба будет 15- z.

1) Найдите расстояние от муфты до большего столба.

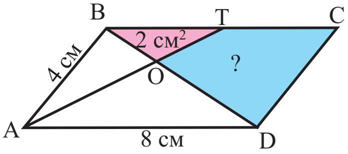
$$\frac{18}{y} = \frac{12}{12 - x} \qquad \Delta ANB \sim \Delta ACM$$
$$\frac{9}{y} = \frac{12}{x} \qquad \Delta APB \sim \Delta MCB$$

Так как прямоугольные треугольники, у которых одни острые углы конгруэнтны - подобны.

Из 2-го уравнения имеем $3x = 4y$. Учитывая это, в 1-ом уравнении получаем:
$12\,y = 18 \cdot 12 - 18x \qquad 4y = 6 \cdot 12 - 6x \qquad 3x = 72 - 6x \qquad x = 8$ (м)
Найдя y из равенства $3x = 4y$, получаем ответ на 2-ой вопрос: $y = 6$ (м)
2) Муфта находится на высоте 6 м от земли.
3) Расстояние от муфты до нижней точки большего столба составляет 10 м.
4) По теореме о пропорциональных отрезках $\dfrac{z}{4} = \dfrac{15 - z}{8}$, а отсюда $z = 5$.

Расстояние от муфты до верхней точки низкого столба составляет 5 м.

У.12. Решение:



1) $\angle DAT \cong \angle BAT$ (AT биссектриса)
2) $\angle DAT \cong \angle BTA$ (накрест лежащие углы)
3) $\angle BAT \cong \angle BTA$ (транзитивность равенства)
4) BT = 4 см (ΔABT равнобедренный)
5) $\angle ADO \cong \angle TBO$ (накрест лежащие углы)
6) $\Delta AOD \sim \Delta TOB$ (по признаку УУ)

7) $\frac{TO}{AO} = \frac{BT}{AD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (отношение соответтетствующих сторон)

8) $\frac{S_{\Delta TBO}}{S_{\Delta ABO}} = \frac{TO}{AO} = \frac{1}{2}$ (высоты прведенные из вершиныB для ΔABO и ΔTBO одинаковы). Тогда $S_{\Delta AOB} = 4$.

9) $\frac{S_{\Delta TBO}}{S_{\Delta AOD}} = (\frac{BT}{AD})^2 = \frac{1}{4}$ (отношение площадей подобных треугольников). Тогда $S_{\Delta AOD} = 8$

10) $S_{\Delta CBD} = S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ABO} + S_{\Delta AOD} = 4 + 8 = 12$. Тогда $S_{OTCD} = 12 - 2 = 10$ см²

Таблица критериев суммативного оценивания по разделу

	Навыки	Примечания
1.	По данной пропорции составляет новые	
2.	Применяет свойства пропорции в решении задач	
3.	Находит настоящие размеры объекта по масштабу	
4.	Применяет свойства отношения и пропорции в решении задач, соответствующих реальным жизненным ситуациям	
5.	Определяет соответствующие углы и соответствующие стороны подобных четырехугольников и подобных треугольников	
6.	Использует признаки подобия фигур в решении задач	
7.	Решает задачи, составленные на площади подобных фигур	

Урок 123. Задания суммативного оценивания по разделу.

1. Сколько высказываний верно?
- Отношение площадей подобных треугольников равняется коэффициенту подобия.
- Отношение периметров подобных треугольников равняется отношению соответствующих сторон.
- Если две стороны треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.
- Если два угла треугольника конгруэнтны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

A) одно B) два C) три D) четыре

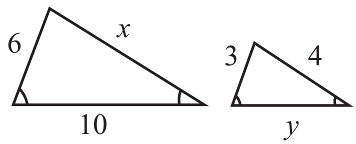
2. 1,5 см расстояния на карте соответствуют 20 км. Если расстояние от Баку до горы Савалан составляет на карте 30 см, чему равно это расстояние в реальности?

A) 300 км B) 400 км C) 350 км D) 320 км

3. По рисунку найдите x и y.

A) $x = 5$; $y = 8$ B) $x = 8$; $y = 5$

C) $x = 4$; $y = 8$ D) $x = 8$; $y = 10$



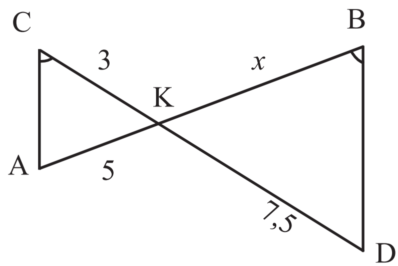
4. Коэффициент подобия двух подобных треугольников равен $\frac{5}{2}$. Чему равен периметр меньшего треугольника, если периметр большего составляет 24 см?

A) 12 см B) 12,5 см C) 9,6 см D) 12,4 см

5. Найдите x по данным рисунка

A) 10 B) 12

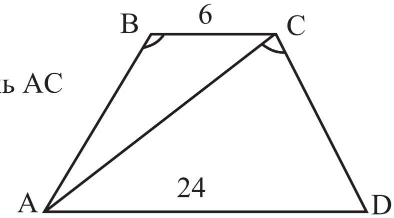
C) 6,5 D) 4,5



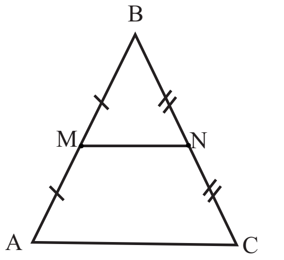
6. В трапеции ABCD $\angle ABC \cong \angle ACD$, BC = 6 см, AD = 24 см. Найдите диагональ AC трапеции ABCD.

A)10 см B) 14 см

C) 8 см D) 12 см



7. Найдите площадь треугольника ABC, если MN ─ средняя линия ΔABC, $S_{\Delta MBN} = 5{,}25$ см^2



A) 10,5 см^2 B) 21 см^2

C) 10,25 см^2 D) 12 см^2

8. Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки длиной 3 см и 4 см. Найдите длину меньшей стороны треугольника, если известно, что периметр равен 21 см.

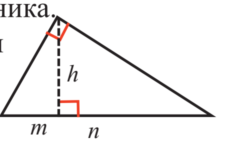
A) 7 см B) 8 см C) 5 см D) 6 см

9. Установите соответствие.

h - высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, *m* и *n* являются отрезками гипотенузы, S - площадь треугольника.

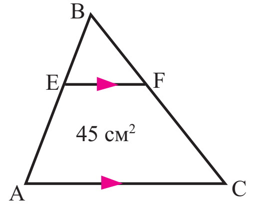
1. m=4 см, n=9 см 2. m=9 см, n=16 см 3. m=4 см, n=4 см

A) h=6 см B) h=4 см C) h=12 см D) S=39 см^2



10. На рисунке EF || AC, 3·BF = FC.

Зная, что площадь трапеции AEFC равна 45 см^2, найдите площадь ΔABC.

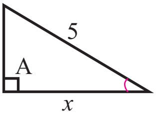


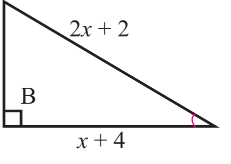
11. По данным рисунка найдите:

a) значение переменной x ;

b) периметры треугольников;

c) площаде треугольников.



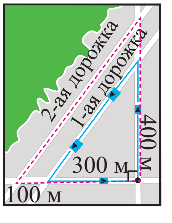


12. Рашад гуляет по парку по синим и красным дрожкам как показано на рисунке. Эти дорожки образуют подобные пряоугольные треугольники. Двигаясь по синей дорожке, вдоль сторон прямоугольного треугольника, он совершает один оборот за 12 минут.

1) Со скоростью сколько метров в минуту движется Рашад?

2) За сколько минут Рашад совершит полный оборот двигаясь по другой дорожке?

3) Сколько квадратных метров площади охватывает вторая дорожка?



9. Неравенства

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Страницы учебника
1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной. 2.2.3. Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам..	124-125	Неравенства	2	163-165
	126-128	Свойства неравенств	3	166-170
	129	Сложение и умножение неравенств	1	171-172
	130	Числовые промежутки	1	173-174
	131-133	Решение линейных неравенств с одной переменной	3	175-178
	134-135	Решение двойных неравенств	2	179-181
	136-137	Простые неравенства содержащие переменную под знаком модуля	2	182-183
	138-139	Обобщающие задания	2	184-185
	140	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	17	

Урок 124-125. Стр. 163-165 учебника. Неравенства. 2 часа.

Содержательный стандарт. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

Навыки учащегося:
- представляет неравенство словесно, изображением на числовой оси и математической записью;
- представляет математической записью и изображением на числовой оси неравенство, заданное словесно, и наоборот;
- представляет математическую модель простых жизненных ситуаций неравенством (например, выразить предложение “цена этой книги не меньше 5 манат” неравенством)

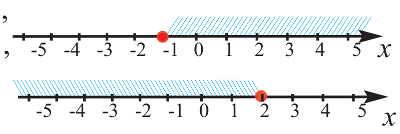
Обсуждается задание исследования в учебнике. Учащиеся должны уметь высказывать мнение относительно того, что выражает заданное неравенство.
1) Предупреждение “Масса почтовых упаковок не должна превышать 8 кг” выражает неравенство $x \leq 8$.

Ученикам создается условие выражать одно и то же неравенство по-разному. Для повышения логического мышления тема неравенств является одной из самых полезных. Поэтому не советуется решение монотонных упражнений. Широкое место должно уделяться выполнению заданий, отражающих проблемные ситуации.
2) Предложение “Чтобы пройти во 2-ой тур, в 1-ом туре Сеймур должен набрать минимум 50 баллов” выражает неравенство $x \geq 50$ (здесь x обозначает сумму набранных баллов): Если Сеймур наберет меньше 50-и баллов, он не пройдет во 2- ой тур.
3) Неравенство, соответствующее предложению “В гимнастической группе занимаются дети младше 13-и лет” будет: $t < 13$(t -возраст).

Для изображения неравенств на числовой оси рекомендуется уделять 8-10 минут общеклассной деятельности.

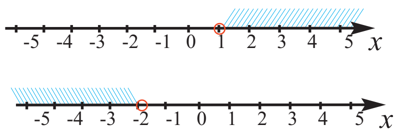
$x \geq -1$
$x \leq 2$

При изображении числовых неравенств, записанных с помощью символов $\geq$ и $\leq$, соответствующая точка окрашивается. Это означает, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству.



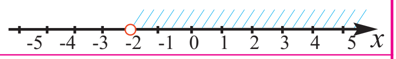
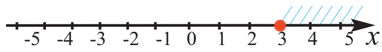
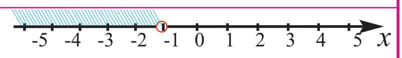
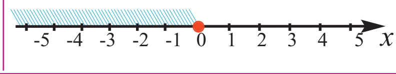
$x > 1$
$x < -2$

При изображении неравенств, записанных символами < и >, соответствующая точка не окрашивается. Это означает, что координаты этой точки не удовлетворяют неравенству.



Рекомендуется подготовить электронные или бумажные плакаты, которые могут быть следующего содержания:

Неравенства можно выразить словами, математической записью, а также изображением на числовой оси.

Словами	Математическая запись	Изображение
Все действительные числа больше -2	$x > -2$	
Все действительные числа больше или равно 3	$x \geq 3$	
Все действительные числа меньше -1	$x < -1$	
Все действительные числа меньше или равно 0	$x \leq 0$	

Обучающие задания. Приводятся примеры и решаются задачи.

а) Возраст учеников VIII класса не меньше 15-и. Если обозначим возраст кого-то из них x, получим неравенство $x \geq 15$.

d) “Долгожители”- люди, живущие более века. Если обозначим возраст кого-либо из них x, получим неравенство $x > 100$.

У.8. Сравнение чисел c и d при равенстве разности $c - d$ числам -3; 4; 0, опирается на применение следующих правил

$a - b > 0 \Rightarrow a > b$

$a - b < 0 \Rightarrow a < b$

$a - b = 0 \Rightarrow a = b$

Имеем:

$c - d = -3 < 0 \Rightarrow c - d < 0 \Rightarrow c < d$

$c - d = 4 > 0 \Rightarrow c - d > 0 \Rightarrow c > d$

$c - d = 0 \Rightarrow c = d$

Прикладные задания.

У.16. Сравним значение выражений $b(b+1)$ и $(b+2)(b-3)$ при $b = -4$; $b = -3$; $b = 2$.

$b = -4$; $b\,(b+1) = -4 \cdot (-3) = 12$; $(b+2) \cdot (b-3) = -2 \cdot (-7) = 14$

$b = -3$; $b\,(b+1) = -3 \cdot (-2) = 6$; $(b+2) \cdot (b-3) = -1 \cdot (-6) = 6$

$b = 2$; $b(b+1) = 2 \cdot 3 = 6$; $(b+2) \cdot (b-3) = 4 \cdot (-1) = -4$

Как видно, при $b = -4$ $b(b+1) < (b+2)(b-3)$

при $b = -3$ $b(b+1) = (b+2)(b-3)$

при $b = 2$ $b(b+1) > (b+2)(b-3)$

Значит, в зависимости от b значение I выражения может быть больше, меньше или равно II выражению.

У.17. а) Докажем, что при любом a значение выражения $a^2 - 4a$ больше соответствующих значений $2a - 10$.

Для этого мы должны показать, что разность значений I и II выражений больше нуля:

$a^2 - 4a - (2a - 10) = a^2 - 4a - 2a + 10 = a^2 - 6a + 10 = a^2 - 6a + 9 + 1 =$

$= (a-3)^2 + 1 > 0.$

У.18. а) Чтобы доказать неравенство $c^2 + 1 \geq 2c$, рассмотрим разность левого и правого сторон:

$c^2 + 1 - 2c = c^2 - 2c + 1 = (c - 1)^2 \geq 0$

Подобным образом выполняются задания, данные в пунктах b) и c).

b) $a(a + 3) \geq 3a \qquad a(a + 3) - 3a = a^2 + 3a - 3a = a^2 \geq 0$

c) $d^2 - cd + c^2 \geq cd$? $\qquad d^2 - cd + c^2 - cd = d^2 - 2cd + c^2 = (d - c)^2 \geq 0$

Оценивание. Оценивание проводится по навыкам выражать неравенства словами, математической записью, изображением на числовой оси, представлению определенных значений, удовлетворяющих неравенства.

Урок 126-128. Стр.166- 170 учебника. Свойства неравенств. 3 часов.

Содержательный стандарт. 2.1.2. Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

Навыки учащегося:

- объясняет на примерах, что при прибавлении и вычитании одного и того же числа от обеих частей данного неравенства, получается верное неравенство;
- решает неравенства с применением этого свойства;
- объясняет на примерах, что при умножении и делении обеих частей на одно и то же положительное число, получается верное неравенство;
- решает неравенство, умножая и деля обе части на одно и то же отрицательное число.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 1

1-ый час. Свойства неравенств (Прибавление и вычитание одного и того же числа).

Мотивация. Задается вопрос: Какие свойства равенств вы знаете? Выслушиваются мнения. Высказываются мнения о свойствах равенства при прибавлении, вычитании, умножении и делении на одно и то же число. Можно ли отнести эти свойства и к неравенствам? Эта мысль обсуждается на модели весов.

$\boldsymbol{a = b}$

$\boldsymbol{a + c = b + c}$

$\boldsymbol{a < b}$

$\boldsymbol{a + c < b + c}$

В конце обсуждения дается обобщение “При прибавлении и вычитании одного и того же числа от обоих частей верного неравенства (равенства), получается верное неравенство (равенство)” по модели весов.

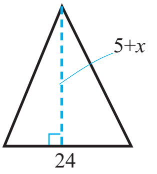
Ниже представлено решение некоторых заданий. Обращается внимание на то, чтобы обучающие задания выполнялись всеми учащимися. Решение этих заданий не должно создавать трудностей, т.к. ученики знакомы с решением линейных уравнений. Однако изображение решения на числовой оси, представление решения путем подбора, построение соответствующей неравенству жизненной ситуации остаются в центре внимания.

У.3. $a > b$

$a - 6 - (b - 6) = a - 6 - b + 6 = a - b > 0 \Rightarrow a - 6 > b - 6$

Отметим, что также прибавлением к обеим частям неравенства -6 можно показать что $a - 6 > b - 6$: $a + (-6) > b + (-6)$

Прикладные задания.



У.10. Дано: $h = 5 + x$

$24 < h$

$24 < 5 + x$ если прибавим к обеим частям (-5),

$19 < x \Rightarrow x > 19$

2-ой час. Свойства неравенств (умножение и деление на одно и то же число).

Аналогичные рассуждения проводятся и при умножении и делении обеих частей неравенств на одно и то же число. Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получим верное неравенство. Если обе части верного неравенства разделить или умножить на одно и то же отрицательное число и поменять знак неравенства на противоположный, то получим верное неравенство.

Применяя эти свойства решаются задания из учебника

У.12. a) Умножим обе стороны неравенства $a > b$ на 4 : $4a > 4b$

b)Умножим обе стороны неравенства $a > b$ на (-5): $-5a < -5b$

c) Разделим обе части неравенства $a > b$ на $\frac{1}{2}$: $\frac{a}{\frac{1}{2}} > \frac{b}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2a > 2b$

d) Разделим обе части неравенства $a > b$ на (-2) k: $\frac{a}{-2} < \frac{b}{-2} \Rightarrow -\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

У.13. 4) $-15 \le 5b$ $: 5$ $-3 \le b \Rightarrow b \ge -3$

7) $\frac{P}{6} > 5$ $\cdot 6$ $P > 5 \cdot 6 \Rightarrow P > 30$ 10) $\frac{t}{9} < -12$ $\cdot 9$ $t < -12 \cdot 9 \Rightarrow t < -108$

У.21-b. $a, b, c, d, > 0$ $a>b, b>d$ и $c > a \Rightarrow c > a > b > d$

Из обыкновенных дробей с одинаковыми числителями меньше та, знаменатель которой больше $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$

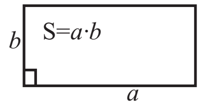
У.22-1. Если разрезать ленту на n части длиной по 3 см, то длина оставшейся части будет: $28 - 3n$.

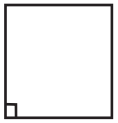
$28 - 3n \ge 15$ $28 - 15 \ge 3n$

$28 - 15 \ge 3n$ $13 \ge 3n$ $n \le 4\frac{1}{3}$ Ответ: на 4 части.

3-й-час. У.23 а) Если сумма двух чисел остается постоянной, то их произведение принимает НБЗ, если множители равны. Когда $a + b = 16$ при $a = b$, т.е. при $a = b = 8$ произведение $a \cdot b$ принимает свое НБЗ, равное $8 \cdot 8 = 64$.

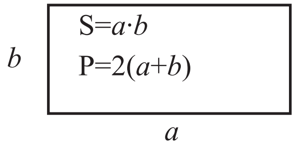
b) $P_{\text{прям.}} = 20\,(a + b) = 40,\ a + b = 20,$
При $a = b = 10$ площадь будет наибольшей:
$S = a \cdot b = 10 \cdot 10 = 100$ см^2
Т.е. среди прямоугольников с периметром 40 см наибольшую площадь имеет квадрат со стороной 10 см.





У.24.

а) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$



$S = ab = 36\text{см}^2,\ P_{\text{НМЗ}}$ - ?
$P=2(a + b)$. Как видно НМЗ периметра соответствует НМЗ $a + b$. Поэтому в неравенстве $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ при $a = b$, имеем $\Rightarrow \dfrac{a+a}{2} = \sqrt{36} = 6,\ a = b = 6,\ P = 4a = 24$

Урок 129. Стр. 171-172 учебника. Сложение и умножение неравенств

Содержательный стандарт. 2.1.2. Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

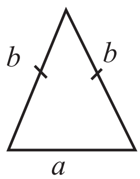
Навыки учащегося:
- Применяет свойства о почленном сложении и умножении неравенств при оценке выражений.

Теоремы о почленном сложении и умножении неравенств находят применение при выполнении простейших упражнений на оценку выражений.
Деньги Арифа и Бахтияра можно выразить неравенствами $7 < a < 10$ и $5 < b < 8$ соответственно. Смогут ли они купить мячик по цене 13 манат ?

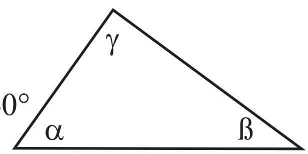
У.6. Оценим $P = a + 2b$
$16 \leq a \leq 18,\ \ 24 \leq b \leq 26,\ \ 48 \leq 2b \leq 52$

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 16 \leq a \leq 18, \\ 48 \leq 2b \leq 52 \end{array} \\ \hline 64 \leq a+2b \leq 70 \end{array}$$

$64 \leq P \leq 70$



У.8. 1) $\begin{array}{r} + \ 58^\circ \leq \alpha \leq 59^\circ \\ \hline 82^\circ \leq ß \leq 83^\circ \end{array}$
$58^\circ + 82^\circ \leq \alpha + ß \leq 59^\circ + 83^\circ$
$140^\circ \leq \alpha + ß \leq 142^\circ$
$-140 \geq -(\alpha + ß) \geq -142^\circ \Rightarrow -142^\circ \leq -(\alpha + ß) \leq -140^\circ$
К обеим частям прибавим 180°
$-142^\circ + 180^\circ \leq 180^\circ - (\alpha + ß) \leq 180^\circ - 140^\circ$
$38^\circ \leq \gamma \leq 40^\circ$



$\gamma = 180^\circ - (\alpha + ß)$

Рабочий лист №1

Самооценивание

Имя____________ Фамилия__________________ Дата_________

Запишите соответствующие неравенства

Температура воздуха, когда начался ветер, была 38°С. Под воздействием холодного ветра температура начала уменьшаться на 2 градуса за каждый час. Через сколько часов температура воздуха будет меньше 21°?

Гюляр размещает яйца в коробки. Каждая коробка вмещает по 12 яиц. 2 коробки уже заполнены. Сколько яиц необходимо Гюляр, чтобы заполнить как минимум 17 коробок?

6-и кратное значение какого числа не больше 96?

Половина дороги от дома Вахида до торгового центра меньше 6 км.

Длина прямоугольника больше ширины в 4 раза. Найдите длину прямоугольника, если его ширина меньше 60 см.

Друг Фарруха ждет его на расстоянии 3 км от его дома, и просил, чтобы тот был на месте в течении 20 минут. Фаррух отправился в путь на велосипеде. С какой минимальной скоростью он должен ехать, чтобы доехать до места встречи в назначенное время?

Составьте задачу, соответствующую неравенствам:

$x + 3 \geq 15$

$\frac{x}{20} < 12$

$72 - 12a < 24$

Не понимаю задания

Понимаю что требуется в задании, но не могу решить

Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки				
Решает задачи составлением соответствующего неравенства				
Строит задачу, соответствующую данному неравенству				

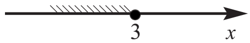
Урок 130. Стр. 173-174 учебника. Числовые промежутки.

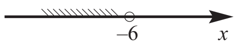
Содержательный стандарт. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.
1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

Навыки учащегося:
- выражает числовые промежутки (интервалы), соответствующие неравенствам, в виде множеств;
- представляет числовые промежутки изображением на числовой оси;
- представляет числовые промежутки, применяя свойства действий над множествами.

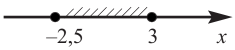
Выполняются упражнения, охватывающие навыки изображения на числовой оси числовых промежутков, записи числовых промежутков в виде множеств. Навыки правильного представления данных промежутков составляют основу решения неравенств.
Ученик на примерах показывает в каких случаях данная точка относится к решению, а в каких нет.

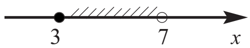
У.3. a) $x \geq -6$ 

b) $x \leq 3$ 

c) $x < -6$ 

d) $x > 4$ 

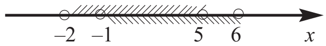
У.4. a) $-2{,}5 \leq x \leq 3$ 

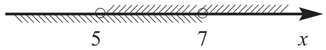
d) $3 \leq x < 7$ 

У.6. a) Целые числа, относящиеся к промежутку $(-5;\ 3)$: $-4;-3;-2;-1;0;1;2$

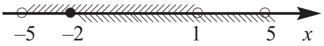
У.7. b) Наибольшим целым числом в промежутке $(-4;\ 5{,}2)$ является 5, а наименьшим -3.

У.8. a) $(-2;5) \cap (-1;6) = (-1;5)$
b) $(5;\ +\infty) \cap (-\infty;7) = (5;7)$



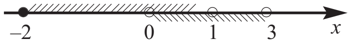


У.9. a) $(-5;1) \cup [-2;5) = (-5;5)$

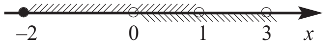


У.10. g) Найдите $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$

$A = [-2;1)$, $B = (0;3)$, $C = (-1;2)$
$A \setminus B = [-2;0]$



$A \cap B = (0;1)$



$(A \setminus B) \cup (A \cap B) = [-2;0] \cup (0;1) = [-2;1)$

Урок 131-133. Стр. 175-178 учебника. Решение линейных неравенств с одной переменной. 3 часа

Содержательный стандарт. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

Навыки учащегося:
- решает линейные неравенства с одной переменной с применением свойства неравенства;
- решает различные задачи, сводящиеся к линейным неравенствам с одной переменной;
- составляется задачу, соответствующую данному линейному неравенству.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 2

1-ый час. Внимание учеников обращается на применение свойств неравенства для решения линейных неравенств. Учащиеся устно высказывают эти свойства и записывают последовательно сказанные свойства на доске математической записью и на числовых примерах.
Внимание учеников обращается на то, что решение с построением неравенства, соответствующего условию задачи, аналогично решению задачи с построением уравнения.

У.8. Учитывая, что Лейла за x минут сканирует $4x$ фотографии, то по условию задачи получим неравенство $56 - 4x < 10$. А отсюда

$$-4x < 10 - 56,\ -4x < -46,\ x > \frac{46}{4}, \qquad x > 11\frac{1}{2}$$

Т.е., Лейла должна поработать больше 11,5 минут, чтобы у нее осталось меньше 10 фотографий для сканирования.

У.9. У Наримана есть подарочный чек на сумму 50 манат, из которых он потратил 15 манат, и у него осталось 35 манат денег. Учитывая, что цена очков составляет 2,55 манат, на x пар очков он потратит $2{,}55x$ манат. По условию задачи получим $2{,}55\,x \le 35$. А отсюда:

$x \le \frac{35}{2{,}55} = \frac{3500}{255} = \frac{700}{51} = 13\frac{37}{51}$. Из-за того, что количество пар очков является натуральным числом, наибольшее количество, которое может купить Нариман, составляет 13 пар.

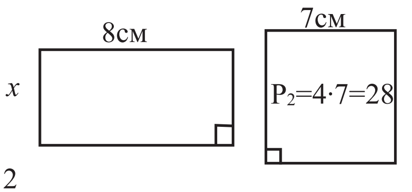
У.11. b) $(\sqrt{2} - 3)\cdot(5 - x) > 0$
Из-за того, что $\sqrt{2} - 3 < 0$, разделив обе части неравенства на этот числовой множитель, получим $5 - x < 0$. Отсюда $-x < -5$. Умножив обе части этого неравенства на -1, получим $x > 5$.

2-3-ий час. У.15. Если обозначим три последовательных нечетных числа через x, $x + 2$, $x + 4$, то $x + x + 2 + x + 4 > 105 \Rightarrow 3x > 105 - 6 = 99 \Rightarrow 3x > 99$

$$x > \frac{99}{3} = 33,\ x > 33$$

Наименьшим нечетным числом, следующим за 33, является число 35.

У.16. Если обозначим ширину прямоугольника через x, его периметр будет $P_1=2(8+x)$.
По условию $P_1 < P_2$



Тогда $2(8 + x) < 28 \Rightarrow 16 + 2x < 28 \Rightarrow 2x < 12$
$x < 6$. Т.е., ширина прямоугольника должна быть меньше 6 см.

У.17. Примем расстояние, которое требуется найти за x. Из-за того, что скорость моторной лодки по течению реки составляет $18 + 2 = 20$км/ч, а скорость против течения $18 - 2 = 16$км/ч, туристы потратят на дорогу туда $\frac{x}{20}$, а на обратную дорогу $\frac{x}{16}$ часов времени. Учитывая, что по условию задачи время не больше 3 часов, получим следующее неравенство:

$$\frac{x}{20} + \frac{x}{16} \le 3 \Big| \times 80 \Rightarrow$$

$$4x + 5x \le 3\cdot 80 \Rightarrow 9x \le 240, \qquad x \le \frac{240}{9} = \frac{80}{3}\ , \qquad x \le 26\frac{2}{3}$$

Наибольшее расстояние, на которое могут удалиться туристы, составляет $26\frac{2}{3}$ км.

У.18. Велосипедисты едут навстречу друг другу. Скорость одного из них 12 км/ч, второго - x. Тогда сумма проеденной ими пути за 2 часа составит $2(12+x)$. По условию задачи на этой 45 км-вой дороге велосипедисты должны встретиться меньше, чем через 2 часа. Тогда

$2(12 + x) > 45$

$24 + 2x > 45 \Rightarrow 2x > 21$, $x > 10{,}5$ км/ч. Т.е. скорость второго велосипедиста должна быть больше 10,5 км/ч.

У.20. Обозначим число дней, которое требуется найти, через x. Тогда Ульвия за этот промежуток должна потратить на обед $4{,}5 \cdot x$ манат денег. По условию задачи $80 - 4{,}5x < 20 \Rightarrow$

$-4{,}5x < 20 - 80, -4{,}5x < -60$

$$x > \frac{-60}{-4{,}5} = \frac{60}{4{,}5} = 13\frac{15}{45} = 13\frac{1}{3}\ , \quad x > 13\frac{1}{3}$$

Учитывая, что количество дней является целым числом, получим $x = 14$ дней.

У.21. По условию должно быть $180^\circ(n - 2) > 900^\circ$.

Делением каждой части на 180 получим: $n - 2 > 5$, $n > 7$.

Т.е., наименьшее количество сторон, которое может иметь искомый восьмиугольник.

Оценивание. В центре внимания держится уровень обучения учащихся выполнять прикладные задания. По результатам наблюдения, наряду с выполнением заданий в учебнике, рекомендуется подготовка рабочих листов.

Рабочий лист №2
Самооценивание
Решение линейных неравенств с одной переменной

Имя____________ Фамилия_______________ Дата_________

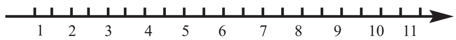
Решите неравенства, покажите решение на числовой оси

1) $-3\,(p+1) \le -18$

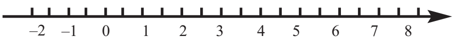
2) $-4\,(-4+x) > 56$

3) $-b-2 > 8$

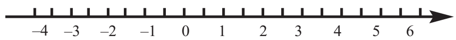
4) $-4(3+n) > -32$



5) $4+\dfrac{n}{3} < 8$

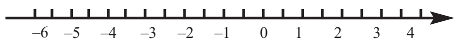


6) $-3(r-4) \ge 0$

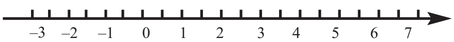


7) $-7x+7 \le -56$

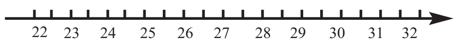
8) $-3(p-7) \ge 21$



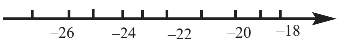
9) $-11x-4 > -15$



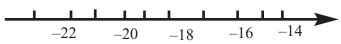
10) $\dfrac{-9+a}{15} > 1$



11) $-1 \le \dfrac{v-2}{21}$



12) $-132 > 12\,(n+9)$



Не понимаю задания

Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки				
Решает линейные неравенства с одной переменной				
Графически изображает решение на числовой оси				

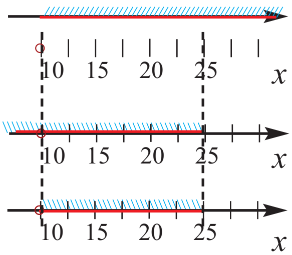
Урок 134-135. Стр. 179-181 учебника. Решение двойных неравенств. 2 часа

Содержательный стандарт. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

Навыки учащегося:
- решает линейные неравенства с одной переменной, применяя свойства неравенства;
- решает различные неравенства, приводящие к линейным неравенствам с одной переменной;
- составляет задачу, соответствующую данному линейному неравенству.

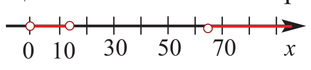
Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 3

Обсуждается задание на исследование.
У Айтен больше 10 манат, меньше 25 манат.
Обозначим деньги Айтен буквой x.
Первое сведение о деньгах Айтен:
Больше 10 манат. $x > 10$
Второе сведение о деньгах Айтен:
Меньше 25 манат. $x < 25$
Выразим оба сведения о деньгах Айтен вместе: $\mathbf{10 < x < 25}$
Такие неравенства называются двойными неравенствами. Двойные неравенства выражаются двумя неравенствами. Исследуется изображение сведений на отдельных числовых осях, а также на одной числовой оси.

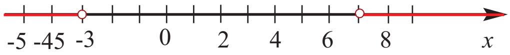


Методические рекомендации: 1. Обращается внимание на умение учеников читать двойные неравенства: неравенство $\mathbf{10 < x < 25}$ читается как "x больше 10 и меньше 25", или "x находится между 10 и 25".
2. Рекомендуется представление значения, задач на перемещение математической записи и на числовой оси.
3. Из-за того, что значение этих переменных положительно, множество отрицательных чисел не учитывается.

Для исследования советуется задать еще одну задачу.
При температуре тела меньше 35°, и больше 37°, человек считается больным. В этой задаче есть два сведения об одной переменной - температуре тела. Соответствующее неравенство записывается как $x < 35°$ или $x > 37°$.
Другой пример: Билеты для просмотра кинофильма бесплатны для лиц в возрасте меньше 12-и лет или для лиц с возрастом больше 65 лет:
$x < 12$ или $x > 65$.
Два неравенства, соответствующие такого рода ситуациям записываются при помощи союза **или.**

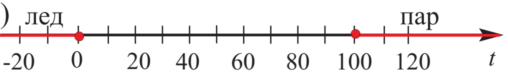


Если два неравенства задаются при помощи союза *и*, то множеством решений неравенства является пересечение двух множеств. Если двойное неравенство задается при помощи союза *или*, то множество решений соответствует объединению двух множеств. Например, все действительные числа меньше –3 или больше 7: решение двух неравенств выражается в виде $x < -3$ или $x > 7$.



У.6. $t \leq 0°$ кристальное состояние (лед)

$t \geq 100°$ пар



У.7. Решение неравенств $x < 5$ *и* $x > 3$ является общей частью промежутков (пересечением): (3;5). А в случае $x > 5$ или $x < 3$ решением могут быть числа, входящие в оба промежутка. Решение неравенства является объединением этих промежутков.

C: $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$

У.8. Учитывая, что за x месяцев на банковском счету Фармана будет $100 + 1{,}5x$ манат, а на счету у Гюльнар $155 + 1{,}2x$ манат, то по условию задачи получим $100 + 1{,}5x > 155 + 1{,}2x$. А отсюда $0{,}3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{0{,}3} = 16\frac{2}{3}$

Ответ: Через 17 месяцев сумма вклада Фармана станет больше суммы вклада Гюльнар.

У.12. По I тесту 90 баллов

По II тесту x баллов

Средний балл, который надеется набрать Магомед - не меньше 93.

Для среднего балла можно записать это отношение: $93 \leq \frac{90+x}{2} \leq 100$

$186 \leq 90 + x \leq 200, \qquad x \leq 100$

$90 + x \geq 186 \Rightarrow x \geq 96. \; x \leq 100.$

Ясно, что, [96;100] будет требуемым промежутком. Наименьшее количество баллов, которое должен набрать Магомед 96.

У.13. I тест 81 балл

II тест 90 баллов

III тест x баллов

$85 \leq \frac{81+90+x}{3} \leq 95$

$255 \leq 171 + x \leq 285$

$255 - 171 \leq x \leq 285 - 171$

$84 \leq x \leq 114$, учитывая, что $x \leq 100$, то

$84 \leq x \leq 100$

У.14. 1) Частота слуха человека варьирует в интервале $20 \leq T_1 \leq 20000$, а собаки $15 \leq T_2 \leq 50000$.

2) $T_1 \cap T_2 = [20; 20000] \cap [15; 50000] = [20; 20000]$ в этом интервале оба способны слышать.

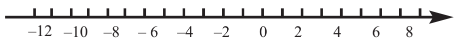
3) В интервалах (15;20) и (20000; 50000] собака слышит, а человек - нет.

Рабочий лист № 3
Решение двойных неравенств

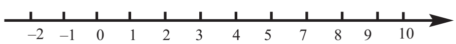
Имя___________ Фамилия______________ Дата________

1) $m - 2 < -8$ или $\frac{m}{8} > 1$

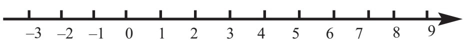
2) $-1 < 9 + n < 17$



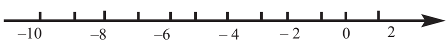
3) $2x < 10$ или $\frac{x}{2} \ge 3$



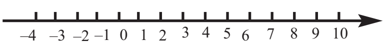
4) $x+8 \ge 9$ и $\frac{x}{7} \le 1$



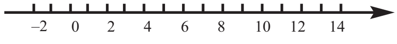
5) $-3 \le \frac{p}{2} < 0$



6) $r + 5 \ge 12$ или $\frac{r}{9} < 0$



7) $7v - 5 \ge 65$ или $-3v - 2 \ge -2$



8) $-10b + 3 \le -37$ или $3b - 10 \le -25$

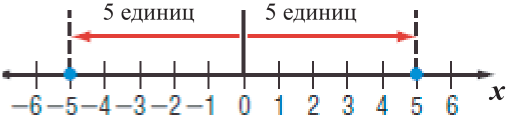
Урок 136-137. Стр. 182-183 учебника. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. 2 часа

Содержательный стандарт. 2.2.3. Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам. 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

Навыки учащегося:
- решение неравенства, содержащего переменную под знаком модуля, сводит к решению двойных неравенств;
- представляет решение неравенства, содержащего переменную под знаком модуля, математической записью на числовой оси;
- записывает и решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля, соответствующие реальной жизненной ситуации.

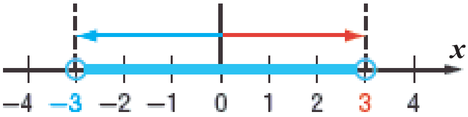
Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 4

Мотивация. Демонстрирует изображение, выражающее абсолютное значение числа. Учащиеся показывают понимание понятия абсолютного значения.



Обсуждается задание на исследование. Внимание учеников обращается на то, что на продуктах погрешность массы по стандарту указывается числом со знаком ± и указывается, что математически эту информацию можно записывать, применяя знак абсолютного значения.

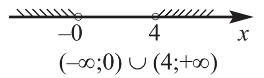
Неравенство $|x|< 3$ показывает, что расстояние между точкой, соответствующей x и точкой 0, меньше 3 единиц. Это - множество точек, соответствующих числам больше -3, меньше 3. Поэтому для решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, требуется решение двух неравенств. $x > -3$ и $x < 3$. Решение неравенства $|x|< 3$ можно записать в виде двойного неравенства $-3 < x < 3$.



У.2. a) $|x| < 4 \Rightarrow -4 < x < 4$, $(-4;4)$
b) $|x| \le 2 \Rightarrow -2 \le x \le 2$, $[-2;2]$
c) $|x| < -1$ из-за того, что $|x| \ge 0$, неравенство не имеет решения.
e) $|x| > 4$ $x > 4$ или $x < -4$: $(-\infty;-4) \cup (4;+\infty)$
g) $|x| > -1$ из- за того, что $|x| \ge 0$ любое значение x является решением неравенства: $(-\infty;+\infty)$
h) $|x| > 0$ все значения x, различные от нуля, являются решением неравенства: $(-\infty;0) \cup (0; +\infty)$

У.3. а) $|x-2|>2$ $\qquad x-2>2$ или $x-2<-2$

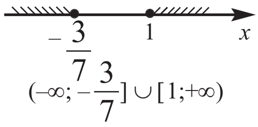
$x>4$ или $x<0$



е) $|7x-2|\geq 5$ $\qquad 7x-2\geq 5$ или $7x-2\leq -5$

$7x\geq 7$ или $7x\leq -3$

$x\geq 1$ или $x\leq -\dfrac{3}{7}$



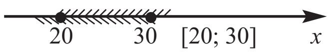
2-ой час.

У.7. Если обозначим абонентскую плату через x, то по условию

$|x-25|\leq 5$

$x-25\leq 5$ и $x-25\geq -5$

$x\leq 30$ и $x\geq 20\ \Rightarrow 20\leq x\leq 30$



У.9. При каких значениях a, решением неравенства является множество действительных чисел R?

а) Учитывая, что модуль не принимает отрицательные значения, правая сторона должна принять не положительные значения.

А отсюда, для того, чтобы неравенство $|x+1|\geq a-2$ удовлетворялось по всей часовой оси, должно быть $a-2\leq 0$, т.е. $a\leq 2$.

b) $|x-3|>a+1$, $\quad a+1<0$, $\ a<-1$

Урок 138-139. Стр.184-185 учебника. Обобщающие задания. Суммативное оценивание. 2 часа

Обобщающие упражнения охватывают навыки решения линейных неравенств, двойных неравенств, неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Эти задания могут быть также использованы в качестве пробной контрольной работы для суммативного оценивания.

У.2. Если обозначим количество экземпляров через x, то для принтера А расходуется $85+0{,}05\,x$ манат, а для принтера В $215+0{,}01x$ манат. Покупка принтера В выгоднее в том случае, если деньги, расходуемые для него, будут меньше денег, расходуемых для принтера А.

Т.е. $215+0{,}01x<85+0{,}05x\ \Rightarrow$

$0{,}01x-0{,}05\,x<85-215$

$-0{,}004x<-130\Rightarrow$

$$x>\frac{-130}{-0{,}04}=\frac{13000}{4}=3250,\quad x>3250$$

Значит, если количество экземпляров будет больше 3250 и, (3251, 3252, ...), то покупать принтер В выгоднее.

При решении задач обращается внимание на деление задачи на фрагменты и умение записывать неравенство, соответствующее каждому фрагменту.

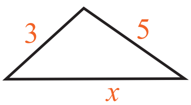
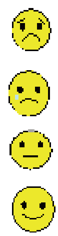
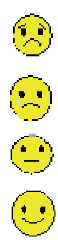
У.4. $F=\dfrac{9}{5}C+32^\circ$ Найдем изменение температуры по Цельсию, если температура в течение дня изменилась с 65° до 115° по Фаренгейту $65^\circ\leq F\leq 115^\circ$.

$$65^\circ\leq \frac{9}{5}C+32^\circ\leq 115^\circ\Rightarrow\ 65^\circ-32^\circ\leq \frac{9}{5}C\leq 115-32$$

$$33^\circ\leq \frac{9}{5}C\leq 83^\circ\ \Big|\times\frac{5}{9}\qquad 33^\circ\cdot\frac{5}{9}\leq C\leq 83^\circ\cdot\frac{5}{9}\Rightarrow(18\frac{1}{3})^\circ\leq C\leq(46\frac{1}{9})^\circ$$

Рабочий лист № 4
Самооценивание
Решение неравенств

Имя____________ Фамилия_______________ Дата_________

Навыки	Объясняет на данном примере понимание и записывает еще один пример	При наличии трудностей, повторно обращается к примерам и обучающим задачам в учебнике	Мои результаты
Решает задачи о линейных неравенствах с одной переменной	*Длины двух сторон треугольника - 3 единицы и 5единиц. Запишите целые значения, которые могут соответствовать III стороне .*  	Стр.177, №9, 15-18	
Решает двойные неравенства, выраженные союзами “и” “или”	$-3 < 1 - 2x \leq 5$ $x + 1 > 5$ или $x + 1 < 0$	Стр.180, №1, 2	
Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля	$\lvert x - 2 \rvert < 7$	Стр.182-183, №1-4	

Критерии суммативного оценивания по разделам

Имя___________ Фамилия______________ Дата________

№	Критерии оценивания
1.	Представляет неравенства словесной записью, математической записью, изображением на числовой оси
2.	Оценивает множество решений неравенства, применяя свойства неравенства
3.	Выполняет упражнения на почленное сложение и умножение неравенств
4.	Изображает числовые промежутки на числовой оси, выражает эти промежутки с применением свойств множеств
5.	Решает линейные неравенства, используя свойства неравенства, представляет решение на числовой оси математической записью
6.	Представляет на числовой оси множество решений двойных неравенств
7.	Различает друг от друга множество решений двух неравенств, данных союзом “и”, а также союзом “или”
8.	Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля
9.	Составлением неравенств решает задачи, соответствующие жизненной ситуации.

Урок 140. Упражнения для суммативного оценивания

1. Какие неравенства верны при $a > b$?

I. $a + 3 = b + 3$ II. $-2{,}1a > -2{,}1b$ III. $7a > 7b$ IV. $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$

V. $a - 0{,}1 < b - 0{,}1$

A) II, V B) I, II, III C) I, III, IV D) III, IV, V

2. Найдите произведение целых чисел, входящих в промежуток $(-7{,}3 ; 5{,}3)$.

A) -35 B) 120 C) 0 D) 720

3. Найдите пересечение промежутков $(-\infty ; 20)$ и $(-5; +\infty)$.

A) $(-\infty ; -5)$ B) $(-5; 20)$ C) $(20; +\infty)$ D) $(-\infty ; +\infty)$

4. Сумма двух чисел меньше 12. Если одно из чисел 4, какие значения может принять другое число?

5. Оцените выражение $\frac{2x}{y}$, если $4 < x < 6$ и $1 < y < 2$.

A) $3 < \frac{2x}{y} < 8$ B) $4 < \frac{2x}{y} < 8$ C) $3 < \frac{2x}{y} < 4$ D) $4 < \frac{2x}{y} < 12$

6. При каких значениях c выражение $2(c-3) - (0{,}5+c)$ положительно?

7. Стороны прямоугольника a и b. Если $15 < a < 20$, $6 < b < 8$, оцените периметр прямоугольника.

A) $42 < P < 56$ B) $21 < P < 28$

C) $90 < P < 160$ D) $20 < P < 27$

8. Если $1 < a < 3$, оцените выражение $8 - 2a$.

9. Установите соответствие для неравенств.

1. $-4 \le x \le 4$
2. $-4 < x \le 4$
3. $-3 < x < 4$

A) Наименьшее целое решение – 4.
B) Наименьшее целое решение – 3.
C) Наибольшее целое решение 3.
D) Сумма целых решений равна 0.

10. Решите неравенство $(1-\sqrt{5}) \cdot (x-3) < 0$.

11. При каких значениях x выражение $\sqrt{3x+15}$ имеет смысл?

A) $x \geq -5$ B) $x \leq -5$ C) $x \geq -3$ D) $x > -5$

12. Найдите наибольшее целое решение неравенства $-2x > 8$.

A) 4 B) – 4 C) – 3 D) – 5

13. Решите неравенство

$$\frac{6x-1}{4} + \frac{1-2x}{2} > 10$$

A) (19,5; $+\infty$) B) ($-\infty$; 19,5) C) (–19,5; $+\infty$) D) ($-\infty$; –19,5)

14. При каких значениях x, функция $y = \frac{2}{3}x - 8$ принимает не отрицательные значения?

A) (12; $+\infty$) B) [12; $+\infty$;) C) ($-\infty$; 12] D) ($-\infty$; 12)

15. При каких значениях числа a, уравнение $x^2 - 7x + a = 0$ не имеет действительных корней?

A) $a \geq 12{,}25$ B) $a \leq 12{,}25$ C) $a > 12{,}25$ D) $a < 12{,}25$

16. Найдите число целых решений неравенства $|2x-1| \leq 5$.

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6

17. Основания трапеции x см и y см.
К какому промежутку относится значение длины средней линии трапеции, если $7 \leq x \leq 11$; $5 \leq y \leq 9$?

18. Установите соответствие

1. $|x - 1| > -1$
2. $|x - 2| < 1$
3. $|x - 1| < -2$

A) ($-\infty$; $+\infty$)
B) $\varnothing$
C) (1; 3)
D) наибольшее целое решение 2.

19. Длина прямоугольника 7 см. Сколько см должна быть ширина, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 6 см?

20. Найдите наименьшее целое решение, удовлетворяющее неравенству $(2 - \sqrt{5}) \cdot x < 4 - \sqrt{20}$.

10. Тригонометрические отношения. Метод координат. Преобразование фигур.

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Страницы учебника
3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций для острого угла и находит их значение для некоторых углов. 3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур. 3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот. 3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.	141-142	Прямоугольный треугольник и тригонометрические отношения	2	187-189
	143-145	Применения тригонометрических отношений при решении задач	3	190-193
	146	Тригонометрические тождества	1	193-194
	147-149	Координаты середины отрезка. Уравнение прямой, проходящей через две точки	3	195-198
	150-151	Преобразование фигур. Поворот	2	199-202
	152	Преобразование подобия. Гомотетия.	1	203-204
	153-154	Обобщающие задания	2	205-206
	155	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	15	

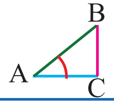
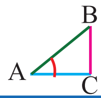
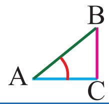
Урок 141-146. Стр. 187-194 учебника. Прямоугольный треугольник и тригонометрические отношения. Применения тригонометрических отношений при решении задач. Тригонометрические тождества. 6 часов.

Содержательный стандарт. 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций для острого угла и находит их значение для некоторых углов.

Навыки учащегося:
- в прямоугольном треугольнике синус, косинус и тангенс острого угла выражает отношением сторон;
- находит синус, косинус и тангенс углов 30°, 45°, 60°;
- с помощью калькулятора находит градусную меру угла по тригонометрическому отношению;
- находит неизвестную сторону прямоугольного треугольника, используя тригонометрические отношения;
- выполняет вычисления, применяя тригонометрические тождества;
- решает различные задачи о тригонометрических тождествах.

Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 1.

Рекомендуется заранее подготовить плакат со следующим содержанием

Тригонометрические отношения		
$\sin\angle A = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$	
$\cos\angle A = \dfrac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\cos\angle A = \dfrac{AC}{AB}$	
$\tan\angle A = \dfrac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$	$\tan\angle A = \dfrac{BC}{AC}$	

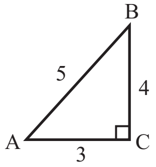
Мотивация. Выполняется практическая работа. Сравниваются результаты. Исследуется какие отношения остаются постоянными в каждом треугольнике. Представляется информация о том, что этим отношениям даются определенные названия, и они широко применяются в решении многих практических задач в реальной жизни.

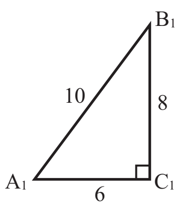
У.1. (стр. 181) Из ΔABC Из $A_1B_1C_1$

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{4}{5}$ $\sin\angle A = \dfrac{B_1C_1}{A_1B_1} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

$\cos\angle A = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{5}$ $\cos\angle A_1 = \dfrac{A_1C_1}{A_1B_1} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

$\tan\angle A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{4}{3}$ $\tan\angle A_1 = \dfrac{B_1C_1}{A_1C_1} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$





Сравниваются результаты, выслушиваются мнения учеников.

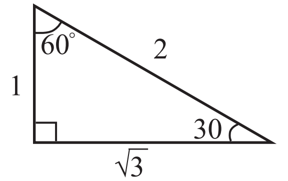
Задания У.3, У.4, У.5 на стр. 188 являются упражнениями определения синуса, косинуса и тангенса острых углов 30°, 45°, 60°.

1) Чертятся треугольники с углами 45°, 45°, 90°. Учащиеся понимают, что эти треугольники равнобедренны и подобны. Для простоты, примем катеты за единицу. Гипотенуза этих треугольников $\sqrt{2}$.

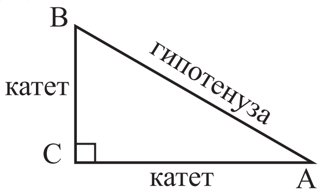
У.4. Нарисуем треугольник с углами 30°; 60°; 90°, найдем значения $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\tan 30^\circ$; $\sin 60^0$, $\cos 60^\circ$, $\tan 60^\circ$.
Если принять меньший катет треугольника за единицу, то другой катет этих треугольников будет больше меньшего катета в $\sqrt{3}$ раза.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \ \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



Задача **У.7.** выполняется общеклассным обсуждением.



$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{катет}}{\text{гипотенуза}} < 1$$

$$\cos \angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{катет}}{\text{гипотенуза}} < 1$$

При $BC < AC$ $\tan \angle A = \dfrac{BC}{AC} < 1$, при $AC > BC$ $\tan \angle B = \dfrac{AC}{BC} > 1$,

При $AC = BC$, $\tan \angle A = 1$

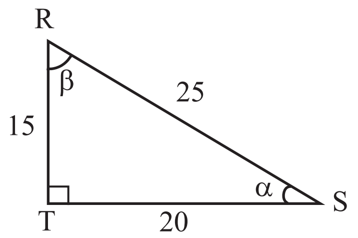
Т.е., синус и косинус острого угла всегда меньше 1, а тангенс может быть больше 1, меньше 1 и равен 1.

У.9. В задании по измерениям на рисунке даются значения синуса, косинуса и тангенса острого угла и при необходимости результаты округляются до десятых. Из Δ SRT

$$\sin \alpha = \frac{15}{25} = 0{,}6 \qquad \sin \beta = 0{,}8$$

$$\cos \alpha = \frac{20}{25} = 0{,}8 \qquad \cos \beta = 0{,}6$$

$$\tan \alpha = \frac{15}{20} = 0{,}75 \qquad \tan \beta = \frac{4}{3}$$

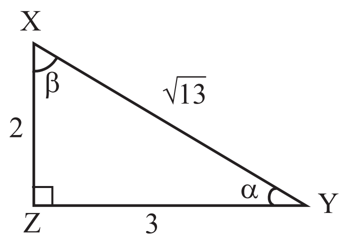


Из Δ XYZ

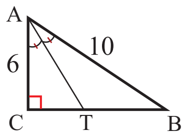
$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2}{3{,}6055} \approx 0{,}6 \qquad \sin \beta \approx 0{,}8$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3}{3{,}6055} \approx 0{,}8 \qquad \cos \beta \approx 0{,}6$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{3} \qquad \tan \beta = \frac{3}{2} = 1{,}5$$



У.10. По данным рисунка найдите синус, косинус и тангенс $\angle TAC$.



Решение: из ΔABC по теореме Пифагора найдем $BC = 8$.
По свойству биссектрисы $CT = 6x$, $TB = 10x$. Тогда $BC = 16x = 8$ и находим $x = 0{,}5$. Значит, $CT = 6 \cdot 0{,}5 = 3$.
Из ΔTAC по теореме Пифагора $AT = \sqrt{AC^2 + CT^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
Из ΔTAC находим синус, косинус и тангенс по определению:

$$\sin\angle TAC = \frac{CT}{AT} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},\ \cos\angle TAC = \frac{AC}{AT} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

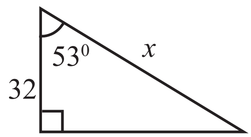
$$\operatorname{tg}\angle TAC = \frac{CT}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Во 2-ой час выполняются задания на вычисление синуса, косинуса, тангенса любого угла с помощью калькулятора. Полученные результаты округляются.

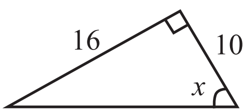
У.11. a) 1) $\cos 70^0 \approx 0{,}3420 \approx 0{,}34$
3) $\tan 2^0 \approx 0{,}0349 \approx 0{,}03$
6) $\sin 56^0 \approx 0{,}8290 \approx 0{,}83$

b) 1) $\tan\angle A = 0{,}5095$, $\angle A \approx 27^0$
2) $\sin\angle A = 0{,}35$, $\angle A \approx 20{,}5^0$
4) $\cos\angle A = 0{,}135$, $\angle A \approx 82{,}2^0$

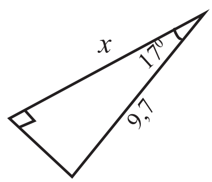
У.12. $\frac{32}{x} = \cos 53^0 \Rightarrow x \approx \frac{32}{0{,}6018} \approx 53{,}2$



$\tan x = \frac{16}{10} = 1{,}6 \Rightarrow x \approx 58^0$

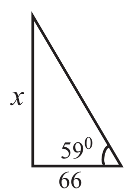


$\frac{x}{9{,}7} = \cos 17^0 \Rightarrow x = 9{,}7 \cdot \cos 17^0 \approx 9{,}7 \cdot 0{,}9563 \approx 9{,}3$



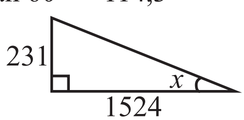
В 3-5-ый час. с использованием тригонометрических отношений решаются задачи, данные на стр. 190-193, соответствующие реальным жизненным ситуациям. Учащийся понимает возможность вычисления с помощью тригонометрических отношений в прямоугольном треугольнике высоты объекта (катет), расстояние от одного объекта до другого (катет), расстояние от наивысшей точки объекта до точке на поверхности земли (гипотенуза). В центре внимания держатся навыки черчения в тетрадях соответствующих задаче рисунков. Решаются задачи на нахождение неизвестных сторон и углов, периметра прямоугольного треугольника по данному углу и стороне. Это называется решением прямоугольного треугольника.

У.2. $\frac{x}{66} = \tan 60^0 \Rightarrow x = 66 \cdot \tan 60^0 \approx 114{,}3$



$\tan x = \frac{231}{1524} \approx 0{,}1516$

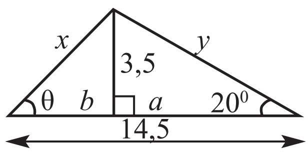
$x \approx 8{,}6°$



У.3. $\sin 20^\circ = \dfrac{3,5}{y}, y = \dfrac{3,5}{\sin 20^\circ} \approx 10,2$

$\dfrac{3,5}{a} = \tan 20^0 \Rightarrow a = \dfrac{3,5}{\tan 20^0} \approx 9,62$

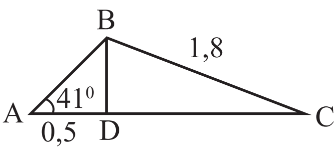
$b = 14,5 - a \approx 14,5 - 9,62 \approx 4,88$



$\tan\theta = \dfrac{3,5}{b} \approx \dfrac{3,5}{4,88} \approx 0,72, \quad \theta \approx 36^\circ$

$\dfrac{3,5}{x} = \sin\theta \Rightarrow x = \dfrac{3,5}{\sin\theta} \approx \dfrac{3,5}{0,588} \approx 6$

У.4. Найдите градусную меру измерения углов Δ ABD и длину сторон Δ BDC
$\angle ABD = 90^0 - 41^0 = 49^0$



$\dfrac{0,5}{AB} = \cos 41^0 \Rightarrow AB = \dfrac{0,5}{\cos 41^0} = \dfrac{0,5}{0,7547} \approx 0,66$

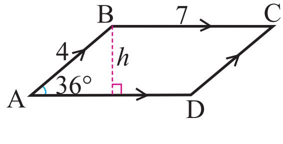
$\dfrac{BD}{0,5} = \tan 41^0 \Rightarrow BD = 0,5 \cdot \tan 41^0 \approx 0,5 \cdot 0,8693 \approx 0,43$

Из Δ BDC $\quad \dfrac{BD}{1,8} = \sin\angle C, \sin\angle C \approx \dfrac{0,43}{1,8} = 0,24, \ \angle C \approx 14^0$

$\angle DBC = 90^0 - \angle C \approx 90^0 - 14^0 = 76^0$

$\dfrac{DC}{1,8} = \cos\angle C \Rightarrow DC = 1,8 \cdot \cos\angle C \approx 1,8 \cdot 0,9703 \approx 1,75$

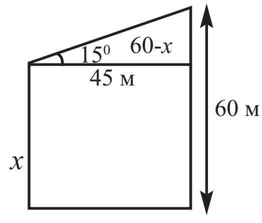
D.5. b) **Решение:** по рисунку $\sin 36^\circ = \dfrac{h}{4}$.
$h = 4 \cdot \sin 36^\circ \approx 2,35$
Тогда $S_{ABCD} = 7 \cdot 4 \cdot \sin 36^\circ = 28 \cdot \sin 36^\circ \approx 16,45$.



У.6. $\dfrac{60 - x}{45} = \tan 15^0$

$60 - x = 45 \cdot \tan 15^0 \Rightarrow$

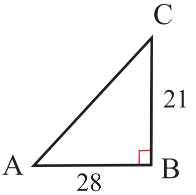
$x = 60 - 45 \cdot \tan 15^0 \approx 48$ м



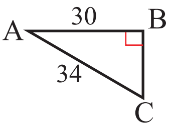
Рабочий лист № 1
Самооценивание
Найдите неизвестное по данным прямоугольного треугольника

1) Запишите требуемые тригонометрические отношения в данных треугольниках

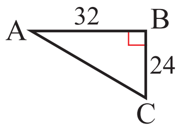
a) $\sin\angle C$



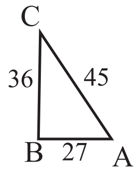
b) $\cos\angle A$



c) $\sin\angle C$

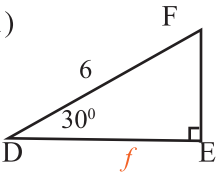


d) $\tan\angle A$

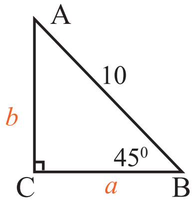


2) Найдите стороны в данных треугольниках, обозначенные переменными

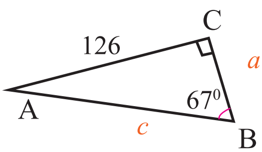
1)



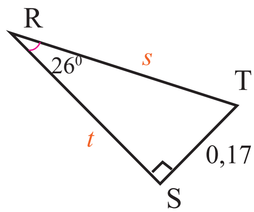
2)



3)



4)



3) Решите задачи:

a) Стороны равностороннего треугольника 12 см. Найдите высоту треугольника.

b) В равнобедренном треугольнике угол при основании 30°, а основание $10\sqrt{3}$.
1. Найдите высоту треугольника
2. Найдите длину боковых сторон треугольника

c) Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если один из острых углов треугольника равен 45°, а один из катетов 5 см.

Не понимаю задания

Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить его

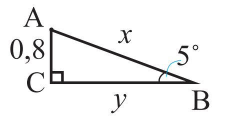
Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки				
В прямоугольном треугольнике выражает sin, cos, tg соответствующего угла отношением сторон				
С помощью тригонометрических отношений находит неизвестную сторону или угол в прямоугольном треугольнике				

У.7. 1) Сначала получим необходимую информацию для одной ступени.

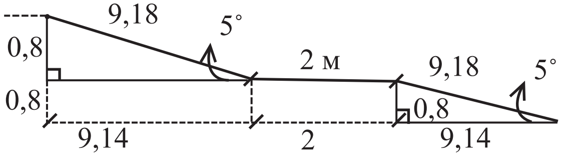
Если обозначим в прямоугольном треугольнике ABC $AB = x$, $BC = y$, то с помощью угла B (5°) и высоты AC (высота ступени) (0,8 м) можем записать следующее: учитывая, что



$\dfrac{0{,}8}{x} = \sin 5^\circ$, $\dfrac{0{,}8}{y} = \tan 5^\circ$. Отсюда находим:

$x = \dfrac{0{,}8}{\sin 5^\circ} \approx 9{,}18$, $y = \dfrac{0{,}8}{\tan 5^\circ} \approx 9{,}14$.

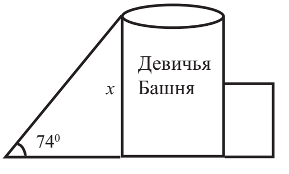
2) А теперь обратим внимание на последовательность ступеней. После каждой ступени идет горизонтальный участок длиной 2 м, затем ставится новая ступень. А это означает подъем еще на 0,8 м.



Как видно на каждой ступени через 9,18 м горизонтальная площадка, длиной 2 м, а затем снова ступень длиной 9,18 м, а снова горизонтальная площадка длиной 2 м: пройденный путь равен 9,18 + 2 + 9,18 + 2 = 22,36 метров.

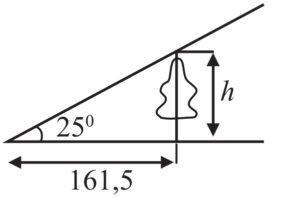
У.8. $\dfrac{x}{8} = \tan 74^0$

$x = 8 \cdot \tan 74^0 \approx 28$ м



У.11. 1) $\dfrac{h}{161{,}5} = \tan 25^0 \approx 0{,}4663$

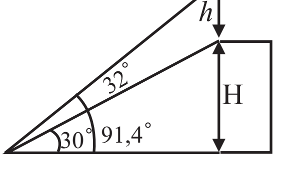
$h = 161{,}5 \cdot \tan 25^0 \approx 161{,}5 \cdot 0{,}4663 \approx 75$ м



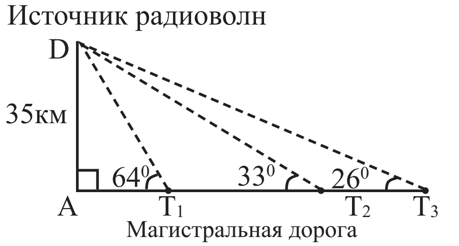
У.12. $\dfrac{H}{91{,}4} = \tan 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $H = 91{,}4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 52{,}8$ $H \approx 52{,}8$ м

$\dfrac{H + h}{91{,}4} = \tan 32^0$, $H + h = 91{,}4 \cdot \tan 32^0 \Rightarrow$

$h = 91{,}4 \cdot \tan 32^0 - 52{,}8 \approx \approx 57{,}1 - 52{,}8 \approx 4{,}3$ м



У.13. DT_1, DT_2, DT_3 – ?



$$\frac{35}{DT_1} = \sin 64^0$$

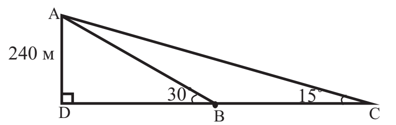
$$DT_1 = \frac{35}{\sin 64^0} \approx \frac{35}{0{,}8988} \approx 38{,}9 \text{ км}$$

$$\frac{35}{DT_2} = \sin 33^0 \qquad DT_2 = \frac{35}{\sin 33^0} \approx \frac{35}{0{,}5446} \approx 64{,}3 \text{ км}$$

$$\frac{35}{DT_3} = \sin 26^0 \qquad DT_3 = \frac{35}{\sin 26^0} \approx \frac{35}{0{,}4384} \approx 79{,}8 \text{ км}$$

Используя углы подъема и спуска, вычисляются высоты объектов, непосредственное измерение которых не представляется возможным. По данным углам подъема и спуска вычисляются требуемые расстояния.

У.14. Представьте себе, что вы альпинист и находитесь на вершине горы высотой 240 м. Отсюда вы видите двух всадников на лошадях, движущихся по направлению к горе. Угол снижения от вас до всадника B составляет 30˚, а до всадника C - 15˚.



1) Сколько метров в данный момент составляет расстояние между вами и каждым всадником? 2) Чему равно расстояние между двумя всадниками?

Сначала схематически представим задачу.

1) Определим расстояние между AB и AC в прямоугольных треугольниках ADB и ADC. В прямоугольном треугольнике противолежащий углу 30˚ катет равен половине гипотенузы. Т.е.,

$$AD = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2AD = 2 \cdot 240 = 480 \text{ м}$$

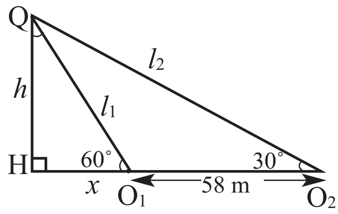
Тот же результат получим из равенства $\frac{AD}{AB} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

А из Δ ADC $\frac{240}{AC} = \sin 15^\circ \approx 0{,}2588$

А отсюда получим $AC \approx \frac{240}{0{,}2588} \approx 927$ м.

2) Расстояние между всадниками B и C можно найти из того, что ΔABC равнобедренный ($\angle BAC = 30° - 15° = 15° = \angle C$):
BC = AD = 480 метр.

У.17. Сначала изобразим схему согласно условию. QH - расстояние от гнезда до земли. Обозначим через O_1 точку в которой орнитолог ведет наблюдение под углом подъема 60^0 и через O_2 точку, где орнитолог ведет наблюдение под углом подъема 30^0. Расстояние между наблюдателями 58 м. Определим расстояния QO_1 и QO_2. Для этого сделаем следующие обозначения: $QH = h$, $HO_1 = x$, $HO_2 = x + 58$, $QO_1 = l_1$, $QO_2 = l_2$



Так как $\angle O_1QO_2 = 30°$, то ΔO_1QO_2 равнобедренный: $QO_1 = O_1O_2 = 58$ метров. Тогда из ΔQHO_1катет, который лежит напротив угла 30° равен половине гипотенузы,то находим, что $HO_1 = 29$ метров.
Тогда $HO_2 = x + 58 = 29 + 58 = 87$ м.

Из Δ QHO_2 $\dfrac{HO_2}{l_2} = \cos 30° \Rightarrow 87 = l_2 \cdot \cos 30°$ и $l_2 = \dfrac{87}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{87 \cdot 2}{\sqrt{3}} \approx \dfrac{174}{1{,}732} \approx 100$ м

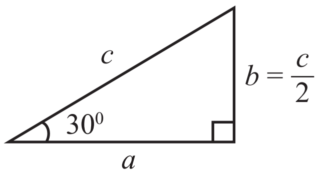
Таким образом, расстояние от одного орнитолога до гнезда составляет 58 м, а от другого - приблизительно 100 м.

В 6-ой час выполняются упражнения с применением тригонометрических тождеств, данные на стр. 194.

У.2 1) $\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0 = 1$

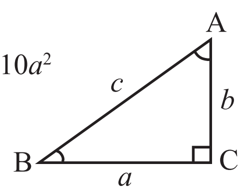
$a^2 = c^2 - b^2 = c^2 - \dfrac{c}{4} = \dfrac{3}{4}c^2$ $\qquad a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c$

$\sin 30^0 = \dfrac{b}{c} = \dfrac{\frac{c}{2}}{c} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad \cos 30^0 = \dfrac{a}{c} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{c}}{\cancel{c}} =$



$\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{4} = 1$

2) $\tan A = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow b = 3a$ $\quad c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 9a^2 = 10a^2$



$c = a\sqrt{10}$ $\qquad \sin A = \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{a\sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{9}{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

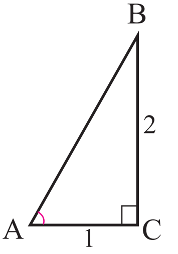
$\sin B = \dfrac{b}{c} = \dfrac{3a}{a\sqrt{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ $\qquad \cos B = \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{a\sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

У.6. Угол A острый. Зная, что $\tan\angle A = 2$, найдите значение выражения.

a) $\dfrac{\sin\angle A + 2\cos\angle A}{\cos\angle A}$ b) $\dfrac{\sin\angle A + \cos\angle A}{2\sin\angle A - \cos\angle A}$

Решить данную задачу предлагается разными способами. Ниже представлено одно из них. Построим какой-либо прямоугольный треугольник, тангенс острого угла которого равен 2 например треугольник с катетами 2 и 1. По теореме Пифагора так как

$AB = \sqrt{5}$, то $\sin\angle A = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\angle A = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.



Запишем полученные значения в выражение. Получим:

a) $$\frac{\sin\angle A + 2\cos\angle A}{\cos\angle A} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}} + 2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 4$$

Аналогичным образом выполняется решение пункта b).

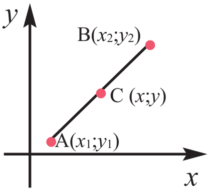
Урок 147. Стр. 195 учебника. Координаты середины отрезка

Содержательный стандарт: 3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам

Навыки учащегося:
- строит на координатной плоскости отрезок по заданным координатам концов
- определяет координаты середины отрезка, заданного на координатной плоскости при помощи формулы
- использует формулу для нахождения координаты середины отрезка при решении задач

Принадлежности. Плакаты, рабочие листы, созданные при помощи сайта http://worksheets.tutorvista.com/distance-and-midpoint-worksheet.html?page=1

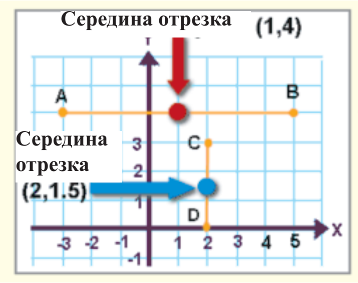
Рекомендуется создать электронные или бумажные плакаты о координате середины отрезка.

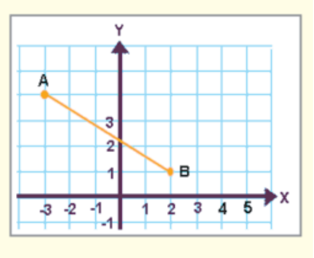
Формула координаты середины отрезка	Графическое представление координат середины отрезка	Координаты середины отрезка в примерах
$\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}; \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$		A (–1; –3) и (–5; –7) $x_1 = -1$; $y_1 = -3$ и $x_2 = -5$; $y_2 = -7$ $\left(\dfrac{-1 + (-5)}{2}; \dfrac{-3 + (-7)}{2}\right)$ (–3; –5)

Мотивация. Детям задается вопрос: Можно ли по клеткам найти координату середины отрезка AB параллельного оси абсцисс на координатной плоскости?

Выслушиваются мнения учащихся. По рисунку видно, что точка (1;4) является координатой середины отрезка AB. Отмечается, что аналогичным образом можно найти координату середины отрезка CD параллельного оси ординат.

А как можно найти точку - середину отрезка AB на втором рисунке?





Обучение. Выполняется задание для исследования из учебника, обучающие материалы последовательно анализируются вместе с учащимися.

Выполняются задания из учебника. Можно при помощи координатной плоскости выполнить задачи, соответствующие реальной жизненной ситуации. На плане библиотека расположена в точке (100; 230), а обсерватория - в точке (50; 130). Здание новой школы планируется построить на одной прямой с данными объектами так, чтобы оно было расположено на одинаковом расстоянии от каждого объекта. Запишите координату точки, соответствующей зданию школы, на координатной плоскости.

У.4. b) **Решение:** из параллелограмма ABCD найдем координаты точки M

являющейся серединой диагонали AC

$x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3,\ y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{3+7}{2} = 5.$

Точка M также является серединой диагонали BD: $x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2},\ y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2}$

Отсюда $3 = \dfrac{2 + x_D}{2},\ 5 = \dfrac{6 + y_D}{2}.\ x_D = 4,\ y_D = 4.$ Ответ: D(4;4)

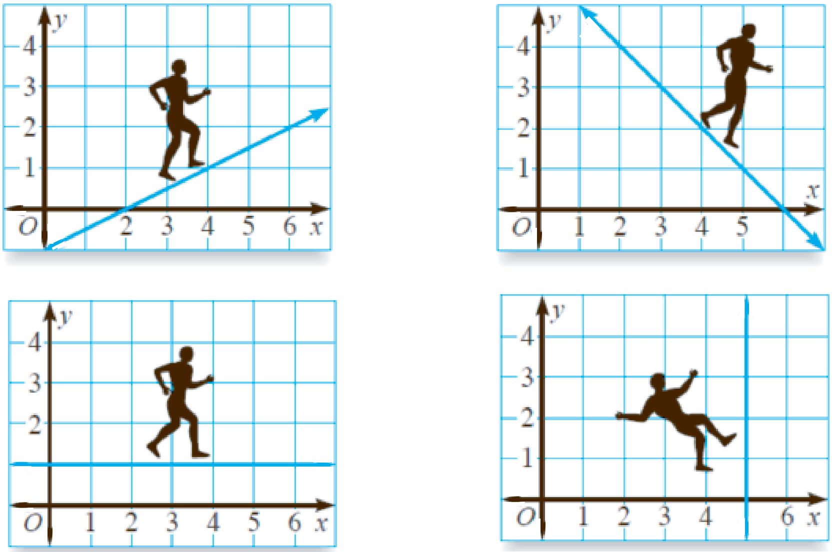
Урок 148-149. Стр. 196-198 учебника. Уравнение прямой, проходящей через две точки. 2 часа.

Содержательный стандарт. 3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.

Навыки учащегося:
- по угловому коэффициенту и координатам точки записывает уравнение прямой в виде $y - y_1 = k(x - x_1)$;
- определяет угловой коэффициент по координатам двух точек на прямой;
- по данному графику прямой определяет угловой коэффициент, записывает соответствующее уравнение прямой;
- по угловому коэффициенту определяет взаимное расположение двух прямых на координатной плоскости.

Мотивация. С 7-ого класса ученики знакомы с уравнением прямой вида $y = kx + b$. Проверяются знания об определении точек пересечения прямой с координатными осями, расположении прямой на координатной плоскости в зависимости от углового коэффициента k. Рекомендуется заранее подготовить электронный или бумажный плакат, как показано ниже.

Ученики исследуют связь между значениями x и y для каждого случая. Выявляется, что на 1-ом рисунке с возрастанием значения x значение y тоже возрастает, на 2-ом рисунке с возрастанием значения x уменьшается значение y, на 3-ем рисунке значение x меняется, значение y остается постоянным, на 4-ом рисунке значение x остается постоянным, а значение y меняется.



Зависят ли все эти изменения от знака и значения углового коэффициента k? Выслушиваются мнения учеников. Построением с помощью граф калькулятора различных графиков, в зависимости от знака углового коэффициента k, учащиеся определяют возрастание или убывание значения y. При положительном k, с возрастанием x ордината y возрастает, при отрицательном k значения y уменьшаются.

Обучение. Обучающий блок пошагово анализируется вместе с учащимися. Внимание учеников обращается на широкое применение записи уравнения прямой в виде $y = kx + b$ и $y - y_1 = k(x - x_1)$.

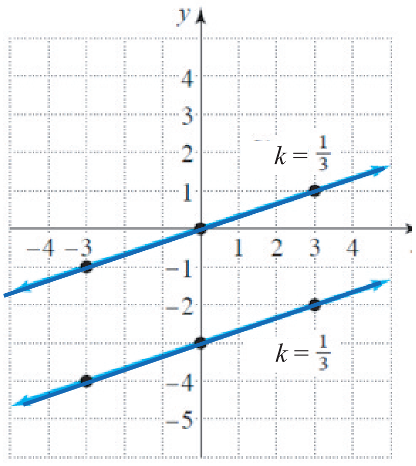
В зависимости от ситуации используются нижеследующие формы записи:

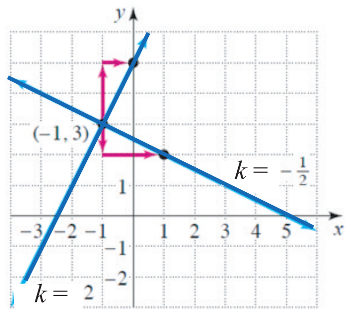
$y = kx + b$; $\quad y - y_1 = k(x - x_1)$.

Обсуждается формула для определения углового коэффициента k

$k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ и выполняются задания с применением данной формулы.

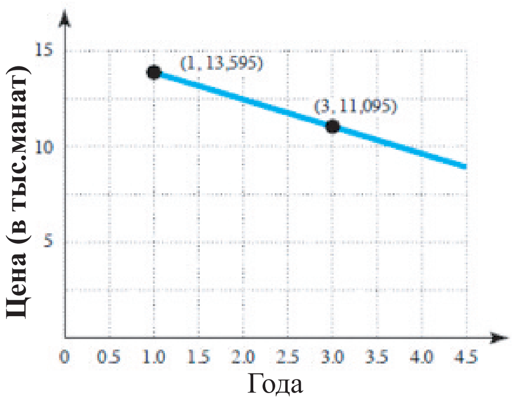
Определяется взаимное расположение двух прямых в зависимости от углового коэффициента k. Эти прямые параллельны, если угловые коэффициенты равны ($k_1 = k_2$), и перпендикулярны, если угловые коэффициенты удовлетворяют равенству $k_1 \cdot k_2 = -1$.





Вместе с учениками исследуется каким величинам в реальной жизненной ситуации соответствуют угловой коэффициент.

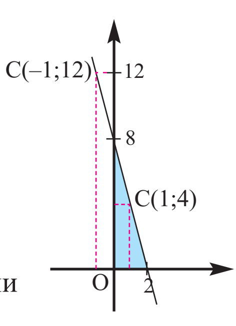
Например, на графике представлена зависимость стоимости автомобиля от срока его эксплуатации. Здесь k обозначает изменение стоимости автомобиля за каждый последующий год. В этом случае коэффициент пропорциональности k можно представить как “коэффициент старения”. Например, если определим по графику коэффициент k, то можем найти цену автомобиля через 3 года. Ученики приводят подобные примеры из реальной жизни. Например, в прямолинейном равномерном движении k соответствует скорости и т.д.



У.10. Решение: запишите уравнение прямой, проходящей через точки C(1;4) и D(–1;12):

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{y-4}{x-1}=\frac{12-4}{-1-1} \Rightarrow \frac{y-4}{x-1}=-4$$

$$y-4=-4(x-1), \qquad y-4=-4x+4, \qquad y=-4x+8$$



Данная прямая пересекает ось ординат в точке N(0;8), а ось абсцисс в точке M(2;0).

Площадь треугольника, который образуется при пересечении прямой с осями координат: $S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 8=8$.

Рабочий лист № 2

Уравнение прямой, проходящей через две точки

Имя______________ Фамилия_________________ Дата_____________

1) Запишите уравнение прямой, проходящей через данные точки

(–1;1) и (2;7)	(–3;3) и (6;0)	(–3;3) и (6;0)
(–2;2) и (–1;7)	(–1;3) и (–2;–2)	(–1;3) и (–2;–2)
(3;–1) и (0;4)	(4;–5) и (–3;1)	(4;–5) и (–3;1)

2) Напишите уравнения прямых по данным.

При $k = 2$ проходит через точку A(1;4)

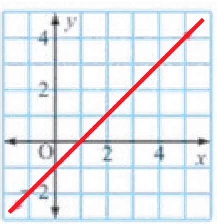
При $k = -3$ проходит через точку A(3;1)

При $k = -\frac{1}{4}$ проходит через точку A(2;–3)

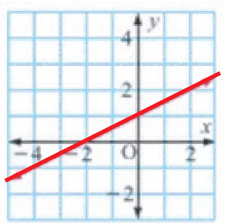
При $k = -\frac{4}{5}$ проходит через точку A(10;–4)

3) Определите угловой коэффициент прямой, изображенной на рисунке и запишите ее уравнение.

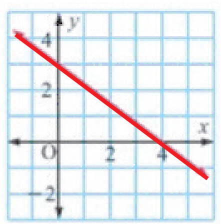
a)



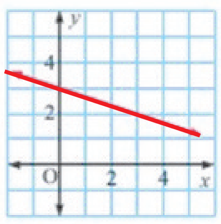
b)



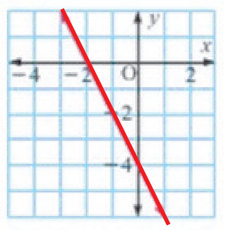
c)



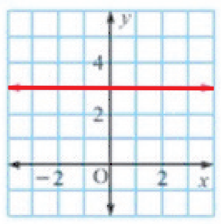
d)



e)



f)

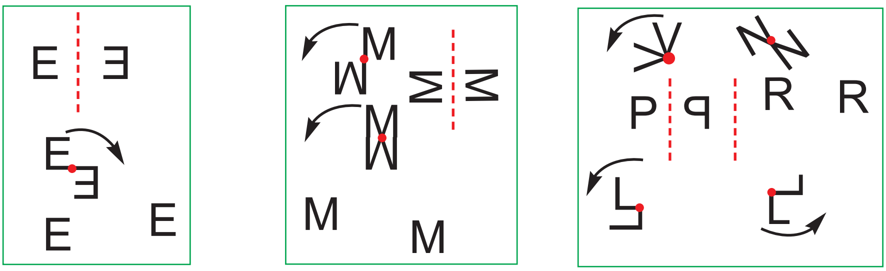


Урок 150-151. Стр. 199-202 учебника. Преобразование фигур. Поворот. 2 часа.

Содержательный стандарт.
3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур.
3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот.

Навыки учащегося:
- манипулятивно показывает различные движения фигур;
- показывает различные движения фигур, начертив их;
- понимает конгруэнтность новых фигур, образованных в результате движения фигур;
- Строит узоры и модели, образующиеся движением фигур.

Рекомендуется заранее подготовить плакаты, отображающие движение фигур.
Мотивация. Ученики могут строить модели только на одной букве, на различных буквах, а также на цифрах и фигурах.



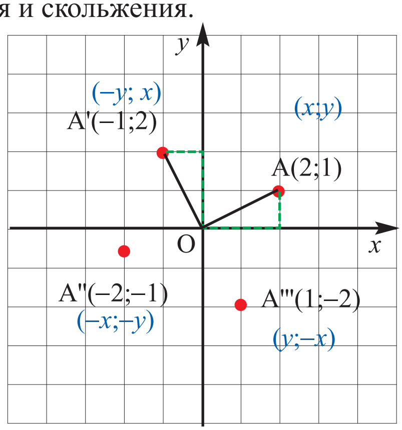
Учащимся задаются вопросы по содержанию плаката: Какое движение буквы Е изображено на плакате?

- Как вы можете описать движение отражения? Отмечается, что в результате движения отражения получается зеркальное отражение фигуры. Также движение отражения может быть представлено как осевая симметрия. При движении отражения расстояние от всех точек объекта и его отражения остаются одинаковыми по отношению к линии отражения (осевой симметрии). Аналогичные сведения высказывают для движения вращения и скольжения.

Обучение. Задание на исследование выполняется общеклассным обсуждением. Исследуется правило изменения координат вершин фигур в результате поворота. Это преобразование исследуется сначала на одной точке - А. Вопрос: Как изменились координаты точки А при повороте на 90° в направлении против часовой стрелки вокруг начала координат? Значение координат точки изменились как

$x \to -y$ и $y \to x$.

$(x;y) \to (-y; x)$



Вопрос: Что вы можете сказать о координатах точки A'', полученной при повороте точки A' относительно начала координат в направлении против часовой стрелки на 90º. Координаты изменяются как $(-y; x) \to (-x; -y)$. Что вы можете сказать о координатах точки A''', полученной при повороте точки A'' относительно начала координат в направлении против часовой стрелки? Координаты изменяются как $(-x; -y) \to (y; -x)$.

Вопросы для расширения обучения: мы определили положение каждой точки после каждого поворота на 90º по отношению к положению изначальной.

Как мы можем определить положения точек A', A'', A''' по отношению к данной точке A? Точка A' совершила поворот по отношению к точке A на 90º. $(x; y) \to (-y; x)$

Точка A'' получена поворотом вокруг O точки A на 180 º. $(x; y) \to (-x; -y)$

Точка A''' получена поворотом вокруг O точки A на 270º. $(x; y) \to (y; -x)$

Дается самостоятельное задание: отметьте на плоскости координат любую точку и изобразите ее поворот вокруг начала координат по часовой стрелке или наоборот на 90º, 180º, 270º.

Задание может быть выполнено всем классом по приведенному ниже примеру.

Ученик, сидящий за первой партой, записывает информацию о движении поворота и передает товарищу, сидящему за ним; - второй ученик дополняет записанную информацию и передает следующему и т.д. Затем вместе обсуждается, была ли представлена вся информация, описывающая поворот.

Координаты данной точки	Поворот вокруг начала координат против движения часовой стрелки			
	90º	180º	270º	360º
$(x; y)$	$(-y; x)$	$(-x; -y)$	$(y; -x)$	$(x; y)$

Обращается внимание на правильность угла поворота и центра поворота (в данном случае это начало координат). На координатной плоскости выполняются задания поворота против движения часовой стрелки (положительное) или по часовой стрелке (отрицательное).

Урок 152. Стр. 203-204 учебника. Преобразование подобия. Гомотетия

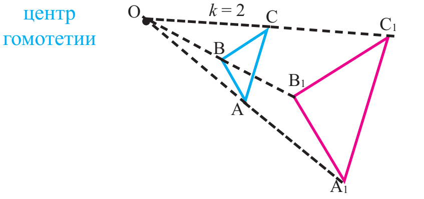
Содержательный стандарт. 3.1. Исследует признаки и свойства фигур при помощи геометрического изображения, представления, воображения и логических обсуждений.

Навыки учащегося:
- объясняет гомотетию по рисунку.
- строит гомотетичную фигуру по заданному центру и коэффициенту.

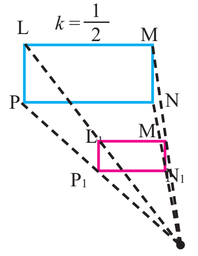
Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 2.

Учащимся объясняется правило выполнения построений при преобразовании подобия. Особое внимание уделяется следующим пунктам.

1. Чертится изначальная фигура
2. Выбирается центр гомотетии
3. Принимается коэффициент гомотетии



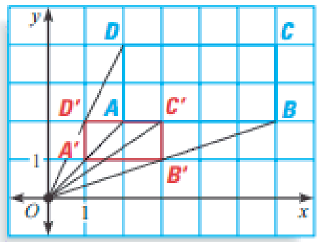
4. С помощью циркуля вычисляется расстояние от центра гомотетии до вершин данной фигуры.
5. По коэффициенту гомотетии с помощью циркуля измеряются расстояния численностью с коэффициент подобия, начиная от вершин изначальной фигуры на лучах, исходящих из центра преобразования.



Учащиеся исследуют преобразование подобия при k больше единицы и при k меньше единицы.

При $0< k <1$ в результате преобразования фигура уменьшается относительно изначальной фигуры, а при $k >1$ увеличивается.

Построение преобразований подобия на координатной плоскости дает более яркое представление подобия. На рисунке определяется, что координаты каждой точки прямоугольника A'B'D'C', гомотетически построенного по отношению к прямоугольнику ABDC, в 2 раза больше первоначальных. Значит, чтобы найти координаты гомотетически построенной фигуры на плоскости координат, координаты изначальной фигуры необходимо умножить на коэффициент k .



$A(2;2) \rightarrow A'(1;1)$

$B(6;2) \rightarrow B'(3;1)$

$C(6;4) \rightarrow C'(3;2)$

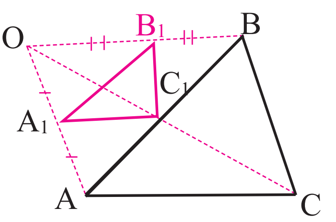
$D(2;4) \rightarrow D'(1;2)$

Учащиеся демонстрируют понимание преобразования подобия построением преобразования различных многоугольников. Рекомендуется выполнять данное в качестве домашнего задания. Это задание дает возможность оценить навыки учащихся более обширно. Поиском в интернете **“dilation activites”** можно найти более интересные упражнения.

Выполняются данные в учебнике задания. Задания охватывают такие навыки как построение подобных фигур (также на координатной плоскости), определение коэффициента подобия.

У.4 Каждый ученик выполняет задание в тетради.

1) Центр O, $k = \frac{1}{2}$



$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{1}{2}$$

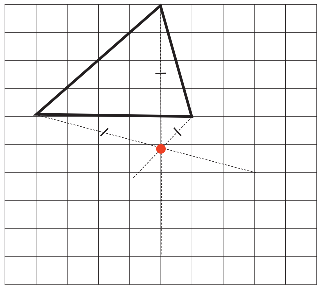
Рабочий лист № 3
Гомотетия

Имя________ Фамилия__________ Дата________

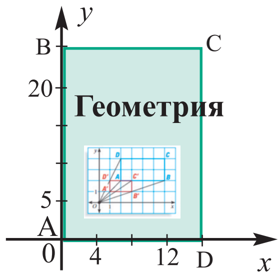
1) Постройте треугольник, гомотетичный данному треугольнику относительно заданной точки с коэффициентом

a) $k = \frac{1}{2}$

b) $k = 2$



2) Издательство готовит для рекламы увеличенные и уменьшенные изображения обложки нового учебного пособия по геометрии.



a) Запишите координаты вершин A,B,C,D обложки

A (___;___) B(___;___), C(___;___), D(___;___)

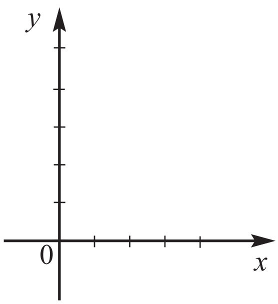
b) Постройте и запишите координаты точек, полученных при гомотетии относительно начала координат с коэффициентом $k = 2$ грани с вершинами A,B,C,D.

A (___;___)

B(___;___),

C(___;___),

D(___;___)



c) Постройте и запишите координаты точек, полученных при гомотетии относительно начала координат с коэффициентом $k = \frac{1}{2}$ грани с вершинами A,B,C,D.

A (___;___)

B(___;___),

C(___;___),

D(___;___)

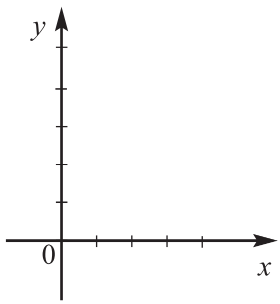


Таблица самооценивания

Не понимаю задание

Понимаю требуемое в задании, но затрудняюсь выполнять

Выполнил задание

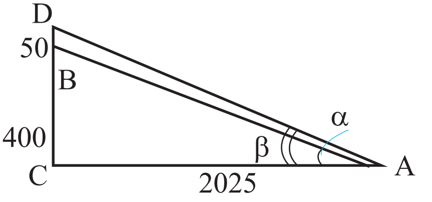
С легкостью выполнил задание

Навыки				
По заданному центру и коэффициенту гомотетии строит фигуру, гомотетичную данной				
По координатам гомотетичных фигур определяет коэффициент подобия				

Урок 153-154. Стр. 205-206 учебника. Обобщающие задания. 2 часа

Обобщающие задания охватывают навыки выражения синуса, косинуса, тангенса острого угла отношением сторон в прямоугольном треугольнике, нахождения синуса, косинуса, тангенса углов 30°,45°,60°, нахождение градусного измерения угла по тригонометрическим отношениям (и наоборот), выполнения различных задач с применением тригонометрических отношений. Держится в центре внимания выполнение задания каждым учащимся. По уровню выполнения учениками данных заданий составляются рабочие листы.

У.1. BD = 50 м
BC = 400 м
AC = 1025 м



Из Δ ABC $\tan\alpha = \dfrac{400}{2025} \approx 0{,}1975$

$\alpha \approx 11{,}2^0$ Если самолет пролетит под этим углом подъема, то разобьется о гору.

Из Δ ADC $\tan\beta = \dfrac{450}{2025} \approx 0{,}2222,\ \beta \approx 12{,}6°$

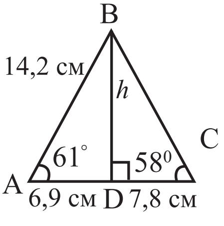
Под этим углом подъема самолет пролетит на высоте 50 м над горой.

$\beta - \alpha \approx 12{,}6° - 11{,}2^0 = 1{,}4° = 1^0 24'$.

У.10. Какое из тригонометрических отношений верно для определения высоты треугольника?

A) $\cos 58^0 = \dfrac{h}{7{,}8}$ B) $\tan 58^0 = \dfrac{h}{7{,}8}$

C) $\tan 61^0 = \dfrac{h}{14{,}2}$ D) $\tan 61^0 = \dfrac{h}{6{,}9}$



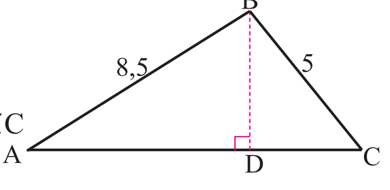
Из ΔABD $\tan 61° = \dfrac{BD}{AD} = \dfrac{h}{6{,}9}$

Из ΔCBD $\tan 58° = \dfrac{BD}{DC} = \dfrac{h}{7{,}8}$

Значит, в пунктах B и D высота *h* определена правильно.

У.12. Дано: ΔABC, $BD \perp AC$, AB = 8,5,
BC = 5, $\tan\angle A = \dfrac{8}{15}$

Найдите: 1) BD; 2) AD; 3) DC; 4) $S_{\Delta ABC}$; 5) $\cos\angle C$



Решение: по условию, т.к. $\tan\angle A = \dfrac{8}{15}$, то BD = 8*x* и AD = 15*x*. Тогда

из ΔABD по теореме Пифагора $(8x)^2 + (15x)^2 = 8{,}5^2$. Отсюда найдем $x = 0{,}5$. Значит, BD = 8·0,5 = 4, AD = 15·0,5 = 7,5.
Из ΔCBD найдем CD = 3. Тогда AC = 10,5 и $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot 10{,}5 \cdot 4 = 21$,
$\cos\angle C = \dfrac{3}{5}$

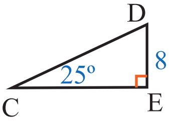
Критерии для оценивания по разделу

№	Критерии	Примечание
1.	Выражает отношение сторон прямоугольного треугольника через синус, косинуси тангенс острого угла	
2.	Находит градусную меру угла по тригонометрическим отношениям при помощи калькулятора	
3.	Решает различные задачи при помощи тригонометрических отношений	
4.	Применяет формулу середины отрезка при решении задач	
5.	Находит угловой коэффициент по координатам двух точек, принадлежащих прямой	
6.	Представляет различные виды движения фигур	
7.	Строит фигуру, гомотетичную данной для заданного центра гомотетии	

Урок 155. Задания для суммативного оценивания по разделу

1) Какое из нижеследующих выражает длину стороны DC?

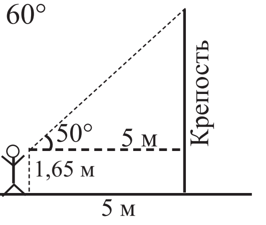
a) 8 cos25º b) 8 sin25º c) 8 tan25º d) $\dfrac{8}{\sin 25^\circ}$



2) По градусным измерениям данных углов покажите, что $\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$.

1. $\angle A = 30°$ 2. $\angle A = 45°$ 3. $\angle A = 60°$

3) Найдите высоту крепости по данным рисунка



4) Найдите координаты середины отрезка с концами в точках M(4;12) и N(–10;4).

5) Точка M(–4;2) является серединой отрезка конец которого находится в точе L(3;–5). Найдите в какой точке расположен другой конец отрезка.

6) Чему равен угловой коэффициент прямой, проходящей через точки (1; 14) и (5; 4)?

7) Угловой коэффициент прямой, проходящей через точку (0; 0) равен 2. Какая из нижеуказанных точек находится на этой прямой?

A) (–4; 2) B) (2; –4) C) (–2; 4) D) (2; 4)

8) Прямая, проходящая через какие точки будет параллельна прямой с угловым коэффициентом $k = \dfrac{1}{3}$?

A) (3; –3) и (6;1) B) (3; –2) и (6;4) C) (3; 2) и (6;3) D) (3; 3) и (6;1)

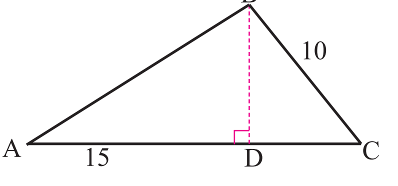
9) Запишите уравнение прямой, перпендикулярной прямой $y = 2x$ и проходящей через начало координат. Постройте данные прямые на координатной плоскости.

10) В какую точку переходит точка N(–2; 1) при поворте вокруг начала координат на 90º по часовой стрелке?

11) В какую точку переходит точка C (3;2) при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом гомотетии k= 3?

12) Дано: ΔABC, $BD \perp AC$, $BC = 10$, $AD = 15$, $\tan\angle C = \dfrac{4}{3}$

Найдите: 1) BD; 2) CD;
3) AB; 4) $S_{\Delta ABC}$; 5) $\sin\angle A$



11. Сбор и представление информации. Вычисление вероятности.

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Страницы учебника
1.1.4. При выполнении действий над множествами, применяет их свойства. 5.1.1. Собирает информацию, определенную для двух параметров (например, информацию о росте и весе человека). 5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определенному признаку 5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации. 5.1.4. Определяет в простых случаях связь между информацией, зависящей от двух параметров, и параметром. 5.2.1. Понимает, является событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий. 5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность). 5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на выполнение вероятности.	156-159	Сбор и представление информации. Диаграмма рассеивания	4	207-214
	160-161	Меры центральных тенденций. Обобщаюшие задания	2	215-217
	162-164	Вычисление вероятности.	3	218-221
	165-166	Зависимые и независимые события	2	222-224
	167-168	Обобщающие задания	2	225-226
	169	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	170-173	Задания для суммативного оценивания по разделу Самооценивние Задания для годового суммативного оценивания	4	227-233
	Всего		**18**	

Урок 156-157. Стр. 207-210 учебника. Сбор и представление информации. 2 часа.

Содержательный стандарт.
5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определенному признаку.

Навыки учащегося:
- ставит вопросы для сбора информации;
- объясняет на примерах понимание информации, изменяющейся в большом диапазоне, как “совокупность (популяция)”, а выбранную из совокупности группу как “выборка”;
- представляет для исследования примеры совокупности и выборки;
- обосновывает верность или неверность прогноза по верности или неверности выборки из совокупности;
- на основе результатов исследования дает прогнозы;
- для представления информации выбирает подходящую графическую форму
- решает задачи представленные в виде диаграммы.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы № 1, № 2, № 3

Обучение. Для статистического исследования важную роль играют определение проблемы и правильная постановка вопроса. Постановка вопроса исследуется на нижеследующих примерах.

1) Хочу знать, довольны ли покупатели ... (обслуживанием, качеством товаров и т.д.)?

2) Хочу знать, довольны ли работники ... (законодательством, зарплатой, рабочими часами и т.д.)?

3) Хочу знать, какая зависимость имеется между переменными x и y?

4) Хочу знать разность между x и y.

Правильная постановка вопросов исследования важна для правильной оценки ситуации. Например, ответ вопроса “Довольны ли вы обслуживанием?” будет “Да” или “Нет”, или же будет неопределенным, что является не важным для новых решений. По этой причине важным является постановка вопросов, определяющих качество обслуживания.

Сбор и систематизирование информации:
1-ый шаг. Формирование вопроса. На этом этапе исследуется постановка вопросов, их последовательность, характер возможных ответов.

2-ой шаг. Сбор информации. Как и когда должна быть собрана информация на этом этапе? Как можно приобрести информацию (письменной анкетой, устным опросом, наблюдением, экспериментом)? Как первоначально регистрировать полученную информацию?

3-ий шаг. Анализ, систематизирование и представление информации. Какой график должен быть выбран для представления информации? Наглядно ли демонстрирует ответ выбранная форма?

Пример В таблице указаны цены различных блюд в столовой. Выполните задания.

1. Сбор информации: Исследовательская группа исследует цены блюд. Первым шагом отмечаются все цены на блюда:

1,50	2,75	1,52	8,00	9,00
2,20	4,80	1,25	2,00	4,40
1,00	3,25	2,45	3,15	3,20
2,70	1,90	6,77	6,20	2,10

2. Систематизирование и представление информации:

1) Сгруппируйте данную информацию по нижеследующим интервалам цен:

1) 1-3 манат 2) 4-6 манат 3) 7-10 манат

2) Систематизируйте информацию с помощью таблицы.

3) Выберите наиболее подходящую форму графика для представления информации (гистограмма).

3. Анализирование и сравнение информации:

1) Каким интервалам цен соответствует большинство блюд?

2) Нигяр говорит, что первичное фиксирование информации было проведено неудачно. Если бы блюда изначально были поделены на категории-например, соки, салаты, супы, основные блюда, то можно было бы более реально оценить ситуацию. Зачем Нигяр так думает? Обсудите и сгруппируйте цены по этим категориям. Например, салаты 1-3 манат и т.д.

Статистическое исследование можно обобщить нижеуказанным схематическим изображением. Рекомендуется вывесить такую таблицу в классе.

Если исследуемому объекту присуща информация, изменяющаяся в большом диапазоне, то исследование ведется над мелкими группами, относящимися к этому объекту. Мы будем называть информацию, изменяющуюся в большом диапазоне, **совокупностью** или популяцией, а выбранную из совокупности маленькую группу - **выборкой**. Результаты исследования по выборке применяются в совокупности, дается прогноз.

Если выборка не верена, то результаты не правильно оценивают ситуацию, прогноз не подтверждается.

Представляются примеры о совокупности и выборке.

1) Чтобы найти соответствующее лекарственное средство для борьбы с новыми сорняками на помидорной грядке, агроном сначала вытащил с каждого ряда по 5 рассад.

Совокупность: все рассады, **выборка:** 5 рассад с каждого ряда.

2) В фабрике для проверки, соответствуют ли болты стандартам, проверены размеры каждого сотого болта.

Совокупность: все болты, **выборка:** каждый сотый болт.

Здесь обращается внимание на случайный выборку элементов, т.е. все элементы совокупности имеют равный шанс выбора.

У.2 выполняется задание. Определяются совокупность и выборка для каждого случая.

1) Чтобы проверить, сколько минут посетители проводят в столовой во время обеда, на каждый 10-ый чек поставили отметку. Правильная выборка.

Совокупность: все посетители, **выборка:** каждый 10-ый.

2) Для определения места постройки нового футбольного стадиона опросили игроков одной команды.

В этом случае выборка не представляет совокупность. Неправильная выборка. потому, что мнения игроков одной команды могут быть субъективными.

3) Работники муниципалитета провели опрос, отражающий мнение населения по поводу того, как они относятся к выгулу собак в парке. Для этого они узнали мнения 50 человек, у которых есть собаки.

Совокупность: все городское население, **выборка:** 50 человек, у которых есть собаки. Выборка не представляет совокупность.

2-ой час. Решаются задачи прогнозирования с применением результатов выборка в совокупности.

У.4. Среди 40 студентов из 2000, обучающихся в университете было проведено исследование вопроса “есть ли необходимость в уроках физкультуры?”. 12 человек ответили “да”, 28 из них ответили “нет”. Если по результатам данного опроса надо узнать мнение всех студентов, то сколько из них дадут ответ “да”?

Совокупность 2000 человек

Выборка 40 человек

Вопрос: Если ли неебходимость в уроках физкультуры?

Результат: 28 человек из 40 ответили “нет”

Применим результат к выборке:

40 28

2000 x

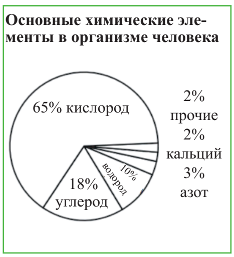
$x = 28 \cdot 2000 : 40 = 1440$

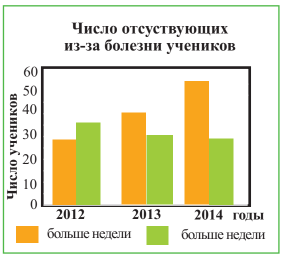
Значит, 1440 человек из 2000 скажут “нет”, а 560 человек скажут “да”.

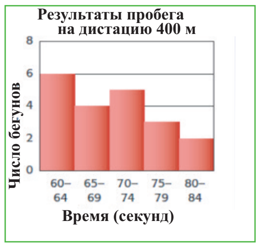
Прогноз: большое количество студентов считают, что уроки физкультуры не нужны.

Для представления собранной информации выбор правильной графической формы играет важную роль. Рекомендуется подготовить плакаты с графическим изображением представленной информации.

Это может быть барграф, двустолбчатый барграф, круговая диаграмма, гистограмма, линейный график и т.д.







У.5 Зачем информацию, данную в таблице, выгоднее представить гистограммой? Выслушиваются мнения учеников. Если количество числовой информации и значения чисел очень различаются в близких по составу числовых данных, то необходимо группировать их по определенному интервалу изменения. В этом случае более наглядное представление информации - гистограмма.

У.6 В задании собранная информация дана в процентах. Такого типа информацию выгоднее представлять круговой диаграммой.

Рекомендуется обсуждение задания по нижеследующим вопросам.

1. Что выражает в задаче полная информация?
2. Какие части составляют полную информацию?

Расход	% бюджета
Еда	40%
Одежда	15%
Транспорт	10%
Услуги	15%
Прочее	20%

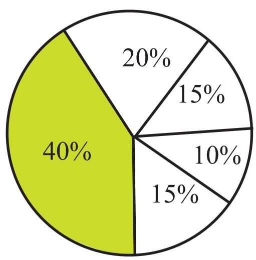
40% → 144°

15% → 54°

10% → 36°

15% → 54°

20% → 72°



Рабочий лист №1

Совокупность и выборка

Имя____________ Фамилия________________ Дата________

1) Определите совокупность и выборку. Правильно ли представлена совокупность выборкой?

a) Вы хотите исследовать, сколько фильмов за неделю просматривают ученики вашей школы? Вы провели опрос среди 25 учеников вашего класса.

Совокупность:
Выборка:
Выборка представляет совокупность _________________

b) Вы хотите исследовать, сколько книг прочитано учениками вашей школы за летние каникулы. Вы узнаете мнение каждого 5-го ученика, заходящего в школьный двор.

Совокупность:
Выборка:
Выборка представляет совокупность _________________

2) По какому исследованию можно получить более правильный результат?

a) На вопрос "Занимаетесь ли вы спортом?" из 60-и случайно выбранных учеников "да" ответили 12. Можно ли прийти к заключению, что 20% учеников вашей школы занимаются спортом?

b) При опросе среди пришедших на старый стадион случайно выбранных 100 человек, 80 - за строительство нового стадиона. Значит ли это, что 80% городского населения за строительство нового стадиона?

☐ Не понимаю задания

◧ Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

◪ Выполнил задание

■ С легкостью выполнил задание

Навыки:	☐	◧	◪	■
На примерах объясняет понятие информации как "совокупность", а исследуемую часть как "выбор"				
Обосновывает верность или неверность прогноза по верности или неверности выбора для совокупности				

Рабочий лист №2

Совокупность и выборка

Имя______________ Фамилия____________________ Дата_________

Руководство школы провело исследование, каким путем родители осведомляются о школьных новостях, и получило нижеследующие результаты.

Средство	Число родителей
Посредством ученика	12
Спрашиваю у учителя по телефону	12
Посредством социальных сетей	8
Периодически прихожу в школу	16

a) Сколько родителей из 900, согласно этим результатам, узнают школьные новости посредством социальных сетей?

b) Сколько процентов из 1000 родителей, согласно этим результатам, узнают школьные новости, периодически посещая школу?

c) По данным сведениям запишите еще один вопрос по прогнозированию.

Не понимаю задания

Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки:				
Даются прогнозы на основе результатов, полученных при исследовании				

Обращается внимание на построение круговой диаграммы каждым учеником. Такие задания охватывают навыки вычисления процента, измерения угла.

По данной информации вычисляются части месячного бюджета в 960 манат. Изменения расходов можно представить такой таблицей:

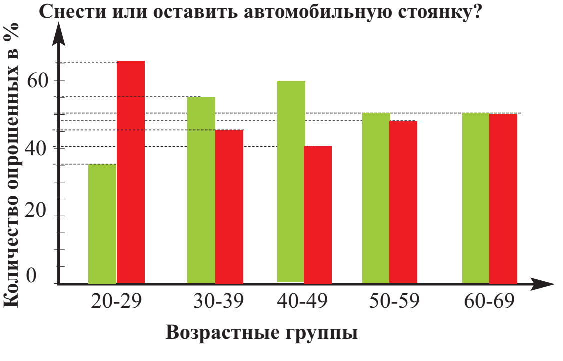
Расход	% бюджета Прошлый месяц	% бюджета Этот месяц
Еда	40%	55% (+15%)
Одежда	15%	10% (–5%)
Транспорт	10%	10%
Услуги	15%	15%
Прочее	20%	10% (–10%)

Построение круговой диаграммы в соответствии с изменением расходов может быть задано учащимся в качестве домашней работы.

У.7 Задание охватывает навыки представления заданной гистограммой информации в форме круговой диаграммы. Здесь части круга строятся определением, какую часть от общей информации составляют отдельные части.

Эти задания играют важную роль в формировании навыков представления, связывания, а также в развитии социальных навыков учеников.

Анализируется информация, данная в таблице.



Возраст	Оставить	Снести
20-29	35%	65%
30-39	55%	45%
40-49	60%	40%
50-59	52%	48%
60-69	50%	50%

Учащиеся обсуждениями обнаруживают выгодность представления этой информации в виде двустолбчатого графика. Потому что так можно сравнивать соответствующие сведения и приобрести новую информацию. Например, лица в возрасте 20-29 лет не хотят, чтобы во дворе строили автостоянку.

Рабочий лист №3

Сбор и представление информации

Имя________________ Фамилия__________________ Дата_________

Заполните таблицу в соответствии с датами рождения одноклассников. Постройте круговую диаграмму. Укажите части круговой диаграммы в градусах, процентах и отношением. Представьте свои вычисления в письменном виде.

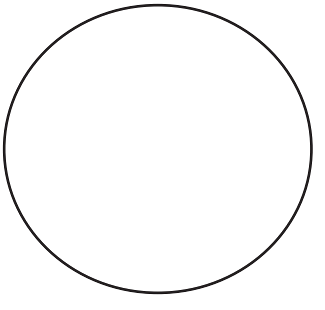
Дата рождения			
Месяц	**Число учеников**	**В градусах**	**В процентахы**
Январь			
Февраль			
Март			
Апрель			
Май			
Июнь			
Июль			
Август			
Сентябрь			
Октябрь			
Ноябрь			
Декабрь			

Не понимаю задания

Выполнил задание

Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

С легкостью выполнил задание



Навыки				
Собирает и отмечает информацию				
Представляет информацию круговой диаграммой				

Урок 158-159. Стр. 211-214 учебника. Обработка информации зависящей от двух параметров. Диаграмма рассеивания. 2 часа

Содержательный стандарт. 5.1.1. Собирает информацию, определенную для двух параметров (например, информацию о росте и весе человека).
5.1.4. Определяет в простых случаях связь между информацией, зависящей от двух параметров и параметром.

Навыки учащегося:
- представляет информацию по таблице с двумя параметрами;
- представляет в виде таблицы информацию, зависящую от двух параметров;
- представляет в виде барграфа информацию, зависящую от двух параметров.

1-ый час. Во многих случаях при исследовании одного объекта приходится анализировать два вида информации. Эту информацию удобнее представить в виде таблицы или барграфа. Например, информация о цвете и размерах одежды. В этом случае требуется определение информации по категориям: несколько цветов (красный, синий, белый) и размеров S (Small) - маленький размер, M (medium) - средний размер, L (Large) - большой размер.

Информация, полученная при опросе о гендерном различии, тоже относится к информации, зависящей от двух параметров. Можно поручить учащимся исследовать, являются ли девочки и мальчики в классе правшой или левшой. Сначала информация фиксируется нижеследующим образом, затем, систематизируясь, представляется в виде таблицы.

Мальчик или девочка	М	Д	Д	М	Д	М	Д	Д	М	Д	М	М	Д	М	Д
Правша или левша	прав	лев.	прав	прав	прав	прав	прав	прав	прав	прав	лев.	лев.	прав	прав	прав

По составленной таблице с двумя параметрами можно ответить на вопросы разных категорий:
1) Сколько девочек являются левшами?
2) Сколько всего правшей?
3) Скольких мальчиков участвовали в опросе? и т.д.

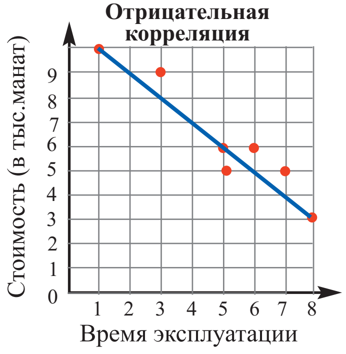
		Правша или левша		
		Правша	Левша	Всего
Пол	Девочка	7	1	8
	Мальчик	5	2	7
	Всего	12	3	15

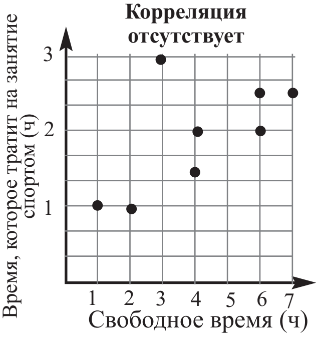
4) Запишите отношение числа левшей к числу правшей.

Данные таблицы, отмеченные красным цветом, получены из первоначальной информации. Рекомендуется решение задач на вычисление процента, построенных на сравнении информации. Правило построения таблицы с двумя параметрами исследуется учениками самостоятельно. В задании **У.12** навыки представления информации в виде таблицы с двумя параметрами могут быть использованы в качестве формативного оценивания.

Также с помощью ключевых слов **“data and two way table for 8 grade+pdf”** можно найти различные ресурсы по теме.

2-ой час. Диаграмма рассеивания показывает зависимость между двумя группами информации. Эта зависимость называется корреляцией. Корреляция может быть положительной или отричательной. Возможна также ситуация отсутствия корреляции.





В зависимости между двумя параметрами наблюдаются случаи слабой и сильной корреляции.

По диаграмме рассеивания также можно давать верные прогнозы. Задание **У.13** охватывает навыки чтения информации с диаграммы рассеивания и навыки применения. Ученики приходят к выводу, что между возрастом девочек и их умением плавать нет зависимости.
Гюльсум 6 лет и она может проплыть 300 м, Гямяр 12 лет, а она проплывает 175 м.
Диаграмма рассеивания дает возможность классификации информации по тенденции возрастания или убывания, положительной или отрицательноя связи изменения (корреляции) .

Урок 160-161. Стр. 215-217 учебника. Меры центральных тенденций. Обобщающие задания 2 часа.

Содержательный стандарт: 5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации.

Навыки учащегося:
- представляет соответствующие информации интервалы, кластер, пустоту и выбросы;
- использует меры центральных тенденций и наибольшую разность для анализирования информации;
- ведет рассуждения об изменении мер центральных тенденций и наибольшей разности с добавлением или убыванием новой информации.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы № 4

Рабочий лист№4

Изменение среднего арифметического, моды и медианы при добавлении новой информации

Имя ______________ Фамилия __________________ Дата_________

1) Отметьте изменения среднего арифметического, моды и медианы:
Всегда - В, иногда - И, никогда - Н.

Изменения	**Влияние**		
	среднее арифметическое	**медиана**	**мода**
Добавлен нуль			
Добавлено два противоположных числа			
Добавлено два разных по знаку и абсолютному значению числа			
Добавлено два одинаковых положительных (отрицательных) числа			

2) Проведено оценивание по 100 балльной системе. Если средний балл Эльмара 89,5, он получает наивысший уровень А. Его средний балл по 4 оцениваниям равен 88. Сколько баллов он должен набрать при последнем оценивании, чтобы получить уровень А?

3) В информации о температуре воздуха за неделю медиана равна 37°, мода 37°, средняя температура 37°, наибольшая разность 10°. Запишите численную информацию, соответствующую ежедневной температуре за неделю.

Не понимаю задания

Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки				
Рассуждает по поводу изменения мер центральных тенденций и наибольшей разности при добавлении (убавлении) информации				

Под мерами центральных тенденций подразумеваются среднее арифметическое, мода и медиана.

Найдите среднее арифметическое, моду и медиану для групп информации A и B. Напишите мнения об этих группах.

Группа информации A: 99, 99, 100, 100, 100, 100, 100, 101, 101

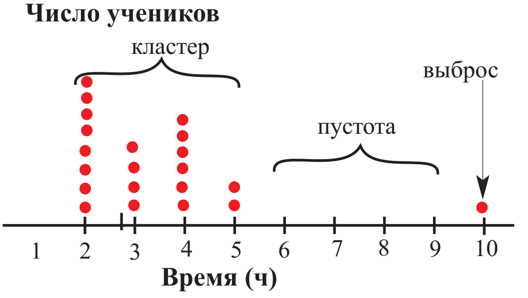
Группа информации B: 1, 1, 99, 100, 100, 100, 101, 199, 199

	Ср.арифм.	**Медиана**	**Мода**
A	100	100	100
B	100	100	100

Как видно, для обеих информационных групп среднее арифметическое, медиана и мода равны 100. Однако в группу B входят очень маленькие числовые информации.

Меры	Преимущества	Недостатки
Среднее арифметическое	Отражает в себе всю информацию	При наличии очень маленьких или очень больших числовых информаций (отклонений), сильно влияет на результат и направляет его неправильно.
Медиана	Очень маленькие или очень большие числовые информации не влияют	При большом количестве информации создаются трудности в последовательном написании и это занимает много времени
Мода	Отклонения не влияют Выгодна, если информация представлена не числами (цвет, форма, вид и т.д.)	1. Может быть несколько мод 2. Мода может отсутствовать 3. Может не правильно характеризовать всю информацию

При анализе информации важную роль играет правильный учет интервалов: кластер - интенсивность информации плотная; пустота-нет информации; выброс - сильно отличающаяся информация. Это помогает правильно оценивать ситуацию и правильно прогнозировать. Наряду с мерами центральных тенденций для представления информации используется также наибольшая разность.



10 часов принимается за резкое отклонение (выброс).

Если не учитывать это отклонение, среднее арифметическое будет:

$(2 \cdot 8+3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2) : 20 = 3{,}1.$

Каждый ученик в среднем смотрит телевизор примерно 3 часа.

Если учтем эти значения, то среднее арифметическое будет

$(2 \cdot 8+3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 10) : 21 = 3\frac{3}{7}$.

Информацию можно представить также медианой:

2;2;2;2;2;2;2;2;3;3;3;3;4;4;4;4;4;4;5;5;10.

Медиана равна 3. И среднее арифметическое, и медиана дают возможность правильно оценить ситуацию.

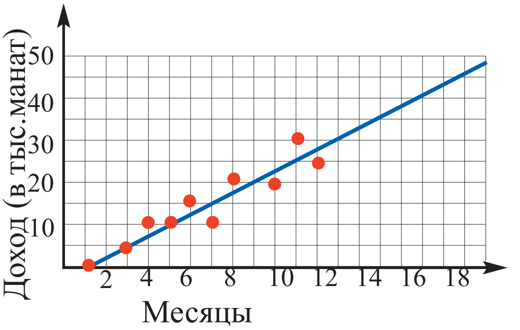
1) Возраст 6 человек в одной группе: 11, 14, 12, 12, 11, 32.
Медиана. Медиана равна 12. Человек в возрасте 32 лет - резкое отклонение. Из-за наличия резкого отклонения среднее арифметическое возрастает.
2) Месячный доход (в манатах): 325,320,300,325,325,4000.
Мода и наибольшая разность
Здесь мода равна 325.
3) Пробег, который совершил Самир за 5 дней (км): 3, 5, 4, 5, 6.
Среднее арифметическое
Эта информация может быть правильно оценена средним арифметическим, потому, что представлена в виде кластера.

2-ой час. У.4. 1) Медиана равна 16 и нижеследующие числа добавляются к множеству информации. Не проводя письменных вычислений, определите, изменится ли медиана в каждом случае.
a) 15 и 17 b) 14 и 18 c) 18 и 21 d) 13 и 12
Медиана равна 16. Ученик определяет изменение информации по медиане, расположению
a) и перед медианой, и после медианы добавлена 1 информация. Медиана не меняется.
b) этот пункт является аналогичной ситуацией.
А при добавлении информации в пунктах c) и d), медиана изменится. Потому, что оба добавляются или перед медианой, или после нее.
2) Среднее арифметическое равно 16. Определите, изменится ли среднее арифметическое при добавлении двух нижеследующей информации.
Среднее арифметическое равно 16. При добавлении каких двух чисел изменится эта мера?
a) 15 и 17 b) 14 и 18 c) 18 и 21 d) 13 и 12
При добавлении 2 чисел со средним арифметическим 16, среднее арифметическое не меняется. Это пункты a) и b). Если добавить информацию из пунктов c) и d), среднее арифметическое изменится.

У.5 В задании представлена информация о времени, за которое некоторые птицы выводят птенцов (время инкубации). Ученики могут подготовить реферат интерактивно с уроком биологии.

У.2 (стр-217) На диаграмме рассеивания представлен доход фирмы за первый год деятельности.

Верно ли, что по данной диаграмме можно найти наименьшую сумму, которую может получить фирма на 16-ом месяце существования? Исследованием графика можно дать этот прогноз.



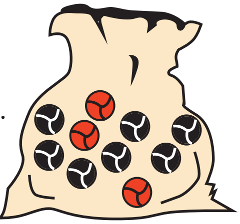
Согласно графику можно наблюдать, что повышение дохода каждые 4 месяца составляет 10 тысяч манатов. А это дает возможность прогнозировать, что в 16-ый месяц доход составит приблизительно 42000 манат.

Урок 162-164. Стр. 218-221 учебника.
Вычисление вероятности. 3 часа.

Содержательный стандарт. 1.1.4. При выполнении действий над множествами, применяет их свойства.
5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на выполнение вероятности.

Навыки учащегося:
- решает задачи о пересечении и объединении множеств;
- определяет число елементов в пересечении и объединении множеств;
- объясняет на примерах понимание понятий экспериментальной и теоретической вероятности;
- понимает приближение вероятности к теоретической при увеличении количества экспериментов;
- решает задачи на вычисление экспериментальной и теоретической вероятности и прогнозирование.

Рекомендуется выполнение нижеследующего занятия в качестве практического.



Занятие. Представьте себе, что вы вытащили из мешка 20 шаров, и из них 7 оказались черными. По этому результату сравните теоретическую и экспериментальную вероятности. Для сравнения выполните нижеследующее

1. Найдите теоретическую вероятность.
2. Построением пропорции по теоретической вероятности, дайте прогноз на то, сколько шаров из 20 вынутых окажутся черными.
3. Найдите экспериментальную вероятность.
4. Сравните теоретическую и экспериментальную вероятности.
5. Повторите этот эксперимент. Сравните результаты.

1-ый час. Примеры в учебнике на вычисление теоретической и экспериментальной вероятности выполняются общеклассным обсуждением. В примерах исследуется, какую новую информацию можно приобрести по экспериментальной вероятности. Ученикам разъясняется, что при определении информации о погоде используется экспериментальная вероятность происшедшего случая. Эти статистические анализы важны в прогнозировании.

Обсуждение Примера 1 и Примера 2 дает возможность понять, что при возрастании количества испытаний значение экспериментальной вероятности стремится к значению теоретической вероятности. Пример 2 показывает, что и другие числовые данные можно находить при помощи экспериментальной и теоретической вероятности.

У.3. Задача решается построением пропорции. Можно заранее сказать, что число событий будет кратно 10-и $\frac{3}{10} = \frac{9}{n}$, $n = 30$

Экспериментальная и теоретическая вероятности. Для вычисления экспериментальной вероятности проводятся эксперименты, фиксируются результаты. Проведение этих экспериментов обязательно.

У.4 охватывает такие навыки учащихся, как проведение экспериментов, фиксирование результатов, прогнозирование по полученным результатам. Эксперимента могут быть исполнен в классной обстановке, группами или парами.

У.1. В барграфе указаны результаты подбрасывания зары 300 раз. Чтобы найти, сколько раз выпадали очки меньше 4-х, сложим числа, указанные в 1-ом, 2-ом и 3-ем столбцах: 48 + 51 + 47 = 146

Значит, из 300 экспериментов подбрасывания зары, в 146 выпало очко меньше 4-х. По формуле экспериментальной вероятности

Р (очко меньше 4) $= \frac{146}{300} = \frac{73}{150}$

Найдем теоретическую вероятность данного события.

При подбрасывании зары 300 раз очко на каждой стороне может выпасть

300 : 6 = 50

Тогда очки меньше 4-х могут выпасть 50 + 50 + 50 = 150 раз.

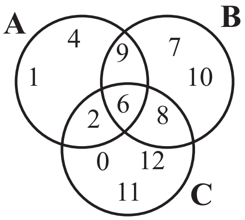
Отсюда ясно, что теоретическая вероятность данного события равна $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

Сравнение значений теоретической и экспериментальной вероятностей показывает, что они очень мало отличаются друг от друга.

2-ой час. Перед началом иселедования можно раздать заранее приготовленные рабочие листы с рисунками. Таким образом можно провести диагностическое оценивание на сколько правильно учащиеся могут выполнять действия над множествами.

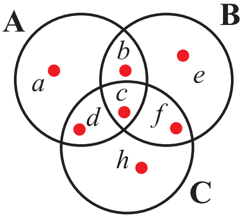
С этой целью в задании исследования можно составить новые образцы, изменяя элементы множеств, данных диаграммой Венна. Учащиеся выполняют соответствующие действия.

Напишите элементы требуемых множеств.



$(A\cap B)\cup C =$
$(A\cap C)\cup B =$
$(B\cap C)\cup A =$
$(A\cup B)\cap C =$
$(A\cup C)\cap B =$
$(B\cup C)\cap A =$

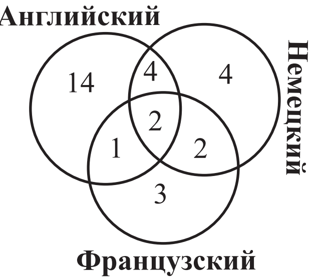
$(A\cap B)\cup C = \{0,2,6,8,9,11,12\}$



$(A\cup B)\cap C =$
$(A\cup C)\cap B =$
$(B\cup C)\cap A =$
$(A\cap B)\cup C =$
$(A\cap C)\cup B =$
$(B\cap C)\cup A =$

Также рекомендуется выполнение обратной задачи. Рисуется 3 пересекающихся круга, по заданным действиям окрашивается соответствующая часть круга.

У.7. Задание выполняется с помощью диаграммы Венна. Определяются действия решения.



1. Рисуется 3 пересекающихся круга.
2. На каждом круге пишут язык изучения.
3. Число разговаривающих на всех трех языках отмечается в общей части этих кругов (2 человека).
4. Число разговаривающих на двух языках указывается на пересечении двух соответствующих кругов, вычитая число разговаривающих на всех трех языках (1 человек, 2 человека, 4 человека).
5. Число разговаривающих на одном языке отмечается на соответствующей части круга, при этом вычитаются отмеченные на 3-ем и 4-ом шагах.

У.9. Решение: всего в кружках занимается 30 учащихся. а) во всех кружках 3 человека. Вероятность, что случайным образом выбранный ученик занимается во всех трех кружках $\frac{3}{30}$ или 0,1.

b) Только рисованием занимается 6 человек.

Вероятность: $\frac{6}{30} = 0{,}2$

пункты c) и d) решаются аналогично.

3-ий час. Испытание (опыт, наблюдение) являются результатами определенного события. Самое простое событие, событие которое невозможно разложить, называется элементарным событием. Каждое событие состоит из множества результатов. В задачах где одновременно подбрасывают две металлические монетки или монетку и игральный кубик это число возможных и благоприятных исходов. Их можно найти при помощи:

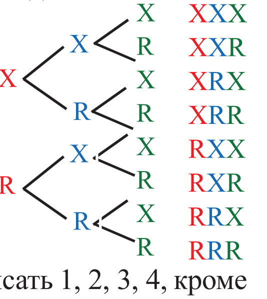
1) диаграммы разветвления; 2) составлением списка;

3) таблиц; 4) правила умножения.

Правило умножения: если элемент a можно выбрать n способами, а элемент b - m способами, то упорядоченную пару (a,b) можно выбрать $n \cdot m$ способом.

Материал обучения и пример обсуждается общеклассной деятельностью.

1-ый пример помогает найти число возможных событий при помощи диаграммы, 2-ой пример - при помощи таблицы, а 3-ий - при помощи правила умножения. В каждом случае исследуется связь между условием и результатом. В 1-ом примере речь идет о 3-х монетах и каждая из них имеет 2 возможных варианта. Исследуются всевозможные варианты.



У.12. а) В разряде тысяч четырехзначного числа можем записать 1, 2, 3, 4, кроме 0. Цифру в разряде сотен можно выбрать 5-ю способами из 5 цифр. Так же 5-ю способами выбирают цифры в разряде десятков и единиц.

По правилу умножения получается, что с данными цифрами можно записать $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$ четырехзначных чисел.

b) Цифру в разряде тысяч в этом случае можно выбрать 4 способами. В соответствии с каждым таким выбором, цифру в разряде сотен выбираем из остальных 4-х 4-мя способами, цифру в разряде десятков выбираем тремя, а в разряде единиц - двумя способами. Таким образом, число четырехзначных чисел, все цифры которых различны, составленных из цифр 0, 1,2, 3, 4, будет $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$.

c) Если из количества всех четырехзначных чисел, составленных из данных цифр, вычтем количество четырехзначных чисел с различными цифрами, то получим количество четырехзначных чисел, хотя бы две цифры которых одинаковы: 500 – 96 = 404.

У.14. При одном подбрасывании зары есть 6 возможных вариантов выпадения очков. А число возможных вариантов остановки колеса фортуны на 5-и различных частях, равно 5. Значит, при одновременном подбрасывании зары и вращении колеса фортуны имеем $5 \cdot 6 = 30$ различных вариантов. Из них только один вариант благоприятен, поэтому искомая вероятность равна $\frac{1}{30}$.
Вероятность наступления данного события будет $\frac{29}{30}$.

Урок 165-166. Стр. 222-224 учебника. Зависимые и независимые события. 2 часа.

Содержательный стандарт. 5.2.1. Понимает, является ли событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.
5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).
5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.

Навыки учащегося:
- различает зависимые и независимые события;
- вычисляет возможные варианты зависимых и независимых событий по принципу умножения;
- решает задачи о вероятности зависимых и независимых событий.

Дополнительные ресурсы: Рабочие листы № 5

Высказываются примеры зависимых и независимых событий. Если результат происшествия одного события влияет на результат происшествия другого события, то такие события называются зависимыми. Если результат происшествия одного события не влияет на результат происшествия другого события, то такие события называются независимыми. Эксперимент 1 и эксперимент 2 наглядно выполняются учениками. Учащиеся обсуждают разницу между этими экспериментами, изменение возможных вариантов.

Записываются формулы вычисления вероятности зависимых и независимых событий и применяются в примерах.

Рабочий лист №5
Зависимые и независимые события

Имя______________ Фамилия______________ Дата________

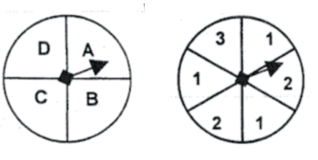
Какое из событий зависимое, а какое - независимое? Дополните предложения.

1) При подбрасывании зары 2 раза подряд, события выпадения 6 очков, являются
_____________событиями, потому что происшествие события_______________
от происшествия события ______________ .

2) Числовые карты от 1 до 8 помещены в коробку. Сначала вытаскиваем одну карту, затем, не возвращая ее обратно, вытаскиваем вторую карту. События вытаскиваение обоих чисел четными являются
____________событиями, потому что происшествие события_______________
от происшествия события ______________.

3) В классе 8 мальчиков и 10 девочек. На уроке рисования учитель просит повесить на доске работы a) у 2-х; b) у 3-х учеников. Найдите вероятность того, что a) оба ученика - девочки; b) все три - девочки.

4) Вычислите вероятность событий по двум колесам фортуны, изображенным на рисунке



a) P (A и 2) b) P (D и 3) c) P (C и 1)
d) P (A и не остановится на 2)

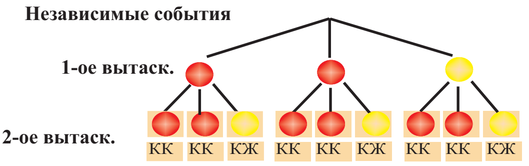
Не понимаю задания

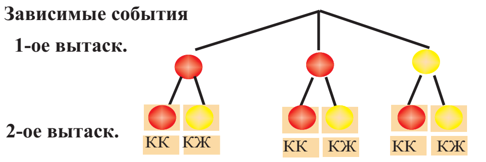
Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить

Выполнил задание

С легкостью выполнил задание

Навыки				
Различает зависимые и независимые события				
Вычисляет вероятность зависимых и независимых событий				





Вероятность независимых событий: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Вероятность зависимых событий: P (А и В) = $P(A) \cdot P$ (В - если произошло А)

Учащийся наглядно наблюдает с помощью диаграммы разветвления уменьшения количества событий с каждым последующим шагом в зависимых событиях. Поэтому рекомендуется находить число возможных событий при помощи диаграммы разветвления.

У.2. По данным задачи, в мешке всего:
4 красных + 3 зеленых + 2 желтых + 1 синий = 10 разноцветных шаров.
1) Если безвозвратно вытащим один шар, то вероятность того, что он окажется красным, будет равна $\frac{4}{10}$.
После этого в мешке остается всего 9 шаров, каждый третий из них является зеленым. Тогда вероятность того, что при втором вытаскивании шар окажется зеленым, равна $\frac{3}{9}$. По формуле вычисления вероятности зависимых событий получаем P (красный и зеленый) = P (красный) · P (зеленый после красного) = $= \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$
4) Вытащим один шар и вернем на место.
Вероятность того, что он окажется зеленым P (зеленый) = $\frac{3}{10}$
Из-за того, что вынутый шар возвратили обратно, цвет II вынутого шара не зависит от вынутого в I раз. Вероятность того, что II вынутый шар окажется красным: P (красный) = $\frac{4}{10}$. По формуле вероятности двух независимых событий: P (зеленый) · P (красный)= $\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{3}{25}$

У. 4. По данным таблицы, общее количество призов составляет $4+8+5=17$.
Вероятность того, что Фидан выиграет билет в кино, равна $\frac{4}{17}$. После попытки Фидан вероятность того, что Улькяр выиграет билет в кино, равна $\frac{3}{16}$, т.к. 3 из оставшихся 16 призов являются билетами в кино.
Найдем вероятность того, что и Фидан, и Улькяр выиграют билеты в кино.
P (Фидан, Улькер) = P (Фидан) · P (Улькяр после Фидан) = $\frac{4}{17} \cdot \frac{3}{16} = \frac{3}{68}$

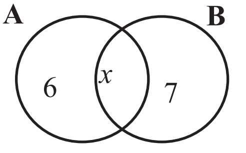
У. 6. Решение: 1) Пусть количество шаров с буквой N равно x, тогда шаров с буквой A $x+1$. По условию $\frac{x}{2x+1} = 0{,}4$. Отсюда находим $x = 2$. Значит, всего в ящике 5 шаров: 2 с буквой N и 3 с буквой A.
2) В этом случае, события независимые: $P = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = 0{,}144$.
3) В этом случае, события зависимые: $P = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = 0{,}2$.

У. 8. Решение: если вероятность, что лидером группы является Лейла $\frac{1}{15}$, то в группе 15 человек. Вероятность выбора лидерами и Лейлы и ее подруги равна $\frac{1}{165} = \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{11}$ и так как данные события независимые, то вероятность выбора подруги Лейлы равна $\frac{1}{11}$. Значит в группе у подруги 11 человек, а всего в классе 15+11= 26 человек.

Урок 167-168. Стр. 225-226 учебника. Обобщающие задания.

Обобщающие задания охватывают навыки по статистике и содержательным стандартам вероятности. Обобщающие задания могут играть роль подготовки к суммативному оцениванию.

У. 4. а) **Решение:** пусть $n(A \cap B) = x$. Отметим количество элементов в соответствующих частях диаграммы Венна. По условию $n(A \cup B) = 17$ тогдаиз уравнения $6 + x + 7 = 17$получим $x = 4$. Значит, $n(A \cap B) = 4$.



У. 7. a) По изображенной круговой диаграмме известно, что в исследовании приняли участие $21 + 24 + 60 = 75$ учеников. Из них 21 смотрит за неделю один фильм. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный ученик из 75 будет из ряда учеников, просматривающих за неделю 1 фильм, будет равна $\frac{21}{75}$
В этом случае приблизительно можем оценить, сколько из 1500 учеников смотрит за неделю 1 фильм: $1500 \cdot \frac{21}{75} = 420$ учеников

b) Если из двух выбранных среди 75 учеников первый смотрит за неделю один фильм, то вероятность выбора его будет $\frac{21}{75}$.
А вероятность просмотра двух и более фильмов вторым из этих учеников будет $\frac{24}{74}$. Вероятность искомого события: $\frac{21}{75} \cdot \frac{24}{74} = \frac{7}{25} \cdot \frac{12}{37} = \frac{84}{925}$

У. 10. Решение: 144° всего угла составляет 40%. Значит, 40% людей принимавших участие не смогли сдать экзамен, а 60% сдали экзамен успешно.
1) Если 40% это 6 человек, то 60% это $6 \cdot 60 : 40 = 9$ человек.
2) Всего на экзамене было $6 + 9 = 15$ человек. Вероятность, что случайным образом выбранные два человека сдали экзамен успешно равна: $\frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{12}{35}$

У. 11. Решение: Вероятность того, что Анар ответил:
a) на все три вопроса верно; $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$
b) на все три вопроса неверно; $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$
c) на первый вопрос верно, а на оставшиеся два - неверно; $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$
d) на первые два вопроса верно, а на оставшийся один - неверно; $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$

Критерии суммативного оценивания

Имя______________ Фамилия________________ Дата_____

№	Критерии оценивания	Примечания
1.	Ставит вопросы для сбора информации	
2.	Выбирает способ сбора информации	
3.	Дает прогнозы по полученной информации	
4.	Решает задачи, построенные на графически представленной информации	
5.	Для очного наблюдения за частотой информации, пользуется линейной диаграммой обозначения	
6.	Выдвигает предположения об изменении мер центральных тенденций и наибольшей разности добавлением или вычитанием информации	
7.	Решает задачи, построенные на вычислении теоретической и экспериментальной вероятности и на прогнозировании.	
8.	Представляет возможные варианты зависимых и независимых событий диаграммой разветвления	
9.	Вычисляет возможные варианты зависимых и независимых событий с помощью правила умножения	
10.	Решает задачи вычисления вероятности зависимых и независимых событий	

Урок 169. Задания для суммативное оценивание по разделу

1) Грани куба окрашены в зеленый, желтый и красный цвета. Результаты подбрасывания куба 500 раз показаны в нижеследующей таблице. Как вы думаете: сколько граней куба окрашены в желтый цвет?

Цвета	Зеленый	Желтый	Красный
Количество	90	370	40

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

2) Нариман исследует, автомобили какого цвета больше предпочитаются покупателями. Оказалось, что покупатели в основном выбирают автомобили белого цвета. Какой статистический показатель больше подходит для представления Нариманом собранной информации?

a) медиана b) мода c) арифметическое среднее d) наибольшая разность

3) В стеклянной посуде имеется 10 лимонных, 10 молочных, 10 клубничных конфет, покрытых шоколадом. Керим съел две конфеты. Обе конфеты оказались молочными. Керим хочет съесть еще две конфеты. С помощью какого выражения можно найти вероятность того, что эти конфеты тоже окажутся молочными?

a) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$ b) $\frac{9}{30} \cdot \frac{8}{28}$ c) $\frac{8}{28} \cdot \frac{7}{27}$ d) $\frac{7}{20} \cdot \frac{6}{21}$

4) В классе 30 учеников. Вероятность того, что случайно выбранный ученик окажется отличником, равна $\frac{2}{3}$. Сколько отличников в классе?

a) 10 b) 15 c) 20 d) 5

5) Ниже представлены результаты баллов полученные учащимися за тест.

42, 51, 74, 56, 60, 73, 57, 82, 93, 94, 68, 74, 86, 76, 74, 65, 67, 83, 47, 48

a) Постройте таблицу сгруппировав данные по интервалам 41-50, 51-60, 61-70, 71-80, 81-90, 91-100 . b) В какой интервал попадает медиана? c) В какой интервал попадает среднее арифметическое?

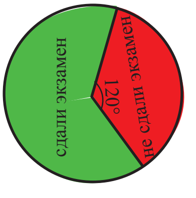
6) В ящике 5 белых и 3 красных шара. Случайным образом последовательно вытаскивают 2 шара. Найдите верятность того, что оба шара будут белыми, если: a) шары возвращают обратно; b) шары не возвращают.

7) На диаграмме представлена информация результатов экзамена.

1) Если экзамен не смогли сдат 7 человек, то сколько человек сдали экзамен удачно?

2) Найдите вероятность, что случайно выбранный 1 человек успешо сдал экзамен.

3) Найдите вероятность, что случайным образом выбранные два человека успешно сдали экзамен.



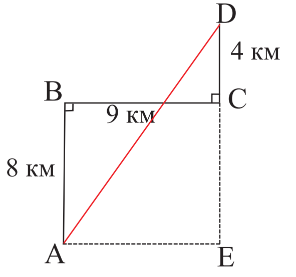
Урок 170-173. Стр. 227-233 учебника. Обобщающие задания по разделам.

У.3. Решение: найдем угловой коэффициент прямых

a) $k_1 = \dfrac{-6-9}{-6-(-1)} = 3$, $k_2 = \dfrac{-2-(-23)}{0-(-7)} = 3$; $k_1 = k_2$ прямые параллельны.

b) $k_1 = \dfrac{1-(-3)}{-8-4} = -\dfrac{1}{3}$, $k_2 = \dfrac{20-11}{8-5} = 3$; $k_1 \cdot k_2 = -1$ прямые перпендикулярны.

У.4. Сначала схематически изобразим траекторию движения туристов. Проведем параллель из точки A к отрезку BC. Точку его пересечения с продолжением DC обозначим E.



$AE = BC = 9$ (км) $DE=DC+CE= 4+8=12$ (км)

Из ΔADE по теореме Пифагора можем записать:

$AD =\sqrt{(AE)^2+(DE)^2} = \sqrt{9^2+12^2} =15$ км

Ответ: кратчайшее расстояние между старым и новым лагерями туристов составляет 15 км.

У.5. Формула объема цилиндра: $V= \pi R^2 \cdot l$

Объем глины должен быть равен разности объемов двух цилиндров.

$300=V_1-V_2$

Здесь V_1 объем “внутреннего” цилиндра.

Радиус основания этого цилиндра R=4 см, а высота $l =10 - x$ (см).

Значит, $V_1= \pi \cdot 4^2 \cdot (10 - x)$ см^3

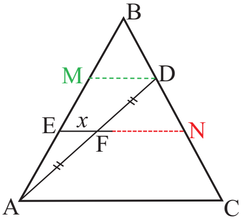
Здесь принято $\pi=3$. Радиус основания большого цилиндра $(4 + x)$ см, высота 10 см. $V_2= \pi \cdot(4 + x)\ 2 \cdot 10 \approx 30\ (4 + x)^2$ см^3

Разность объемов получаем, приравнивая ее объему глины:

$30(4+x)^2 - 48\ (10-x)=300$, разделим каждую сторону на 6.

$5(4 + x)^2 - 8\ (10 - x) = 50$. Решив квадратное уравнение $5x^2 + 48x - 50 = 0$, можем найти толщину стенки подставки для карандашей. $x \approx 1$ см.

У.9 Дано: ΔABC, $EF \parallel AC$
$AF \cong FD$, $3 \cdot BD = 2 \cdot DC$,
$AC = 10$ см
Найти: $EF = ?$



Решение:

По условию $BD = \dfrac{2}{3}$ DC, поэтому $BC = BD + DC = BD + \dfrac{3}{2}\ BD = \dfrac{5}{2} BD$

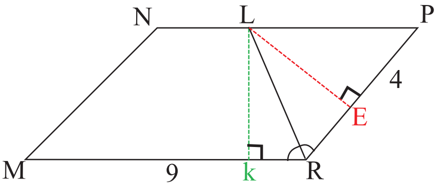
Построим $DM \parallel AC$. Из-за того, что $\Delta ABC \sim \Delta MBD$ $\dfrac{AC}{MD} = \dfrac{BC}{BD}$

Отсюда $\dfrac{10}{MD} = \dfrac{5}{2}$ получается $MD = 4$ (см).

В ΔAMD EF является средней линией, поэтому $EF= \dfrac{MD}{2} = 2$ (см)

У.10. Дано:
MNPR - параллелограмм
RL - биссектриса
MR = 9 см
RP = 4 см
$S_{LPR} = 6$ см^2

$S_{MNLR} = ?$



Решение: начертим высоту LE в Δ LPR.
$LE \perp PR$
$S_{\Delta LPR} = \frac{1}{2} \cdot RP \cdot LE$
$6 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot LE$
LE = 3 см

Т.к. точка на биссектрисе лежит на одинаковом расстоянии от сторон угла, то если провести высоту LK параллелограмма, получим LK = LE = 4,5.
Тогда $S_{MNPR} = MR \cdot LK = 9 \cdot 3 = 27$ см^2
$S_{MNLR} = S_{MNPR} - S_{LPR} = 27 - 6 = 21$ см^2.

У.11. 1) По условию $a = \sqrt{b} = 2$ получаем b = 4. Учитывая, что $a = 2$, $b = 4$, из данного выражения имеем $\left(\frac{b\sqrt{b}}{a^4}\right)^{-a} = \left(\frac{4 \cdot 2}{2^4}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$

У. 12. а) Вычислим угловой коэффициент каждой данной прямой. По формуле $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки A(–1;9) и B(–6;–6), равен $k_1 = \frac{-6-9}{-6-(-1)} = \frac{-15}{-5} = 3$.
А угловой коэффициент прямой, проходящей через точки C (–7;–23) и D (0;–2), равен $k_2 = \frac{-2-(-23)}{0-(-7)} = \frac{21}{7} = 3$
Т.к. $k_1 = k_2$, эти прямые параллельны.

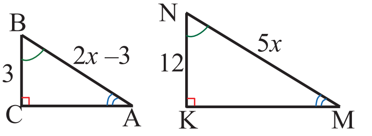
У. 16. Решение: по условию 480 кг клубники 20 работников собирает за 8 чаосв (при одинаковой производительности). Значит 1 работник за 8 часов собирает 480 : 20 = 24 кг клубники. Тогда 1 абботник за 1 час собирает 24 : 8 = 3 кг, за 5 часов 5 · 3 = 15 кг. Чобы собрать 360 кг клубники за 5 часов потребуется 360 : 15 = 24 работников.

У.18. В мешке имеется всего 9+16 = 25 шаров. Случайно вытаскивается 1 шар и не возвращается обратно. Если цвет шара, вытащенного во 2-ой раз одинаков с 1-ым, то рассматривается 2 случая.
A) I раз вероятность, что шар будет желтый, равна $\frac{16}{25}$.
Тогда вероятность того, что II шар окажется желтым, будет $\frac{15}{24}$.
Отсюда получаем. P (желтый, желтый) = $\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.
b) если в I раз вытащен красный шар, то вероятность этого случая равна $\frac{9}{25}$.
Тогда вероятность того, что II шар тоже окажется красным, будет $\frac{8}{24}$
P (красный, красный) = $\frac{9}{25} \cdot \frac{8}{24} = \frac{3}{25} = 0{,}12$.

У. 19. Решение: пусть количество рыб в искуственном озере x. Тогда 90 помечено. По условию у 5 рыб из 80 была метка.

Значит решив пропорцию $\frac{90}{x} = \frac{5}{80}$ можно найти количество рыб в озере.
$x = 1440$

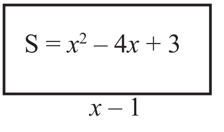
У. 22. По данным рисунка найдите периметр и площадь.



Решение: по данным рисунка острые углы прямоугольных треугольников конгруэнтны .
Т.е. треугольники подобны. Запишем отношение сторон: $\frac{3}{12} = \frac{2x-3}{5x}$.

Отсюда $x = 4$. Из ΔABC имеем $BC = 3$, $AB = 2 \cdot 4 - 3 = 5$. ТОгда по теореме Пифагора $AC = 4$.
Периметр ΔABC равен $P_1 = 3 + 4 + 5 = 12$; площадь $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$.
$\Delta MNK \sim \Delta ABC$ и коэффициент подобибя $k = 4$.
Тогда периметр ΔMNK равен $P_2 = P_1 \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48$; площадь $S_2 = S_1 \cdot 4^2 = 6 \cdot 16 = 96$.

У. 23. Решение: 1) Сначала выразим ширину.

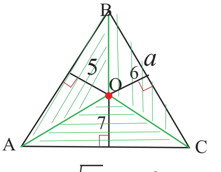


$$\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \frac{\cancel{(x-1)}\cdot(x-3)}{\cancel{(x-1)}} = x - 3$$

Периметр: $P = 2 \cdot (x - 1 + x - 3) = 4x - 8$
2) Если $P = 32$, то из уравнения $4x - 8 = 32$ получим $x = 10$.
Записа $S = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ при $x = 10$ получим $S = (10 - 2)^2 - 1 = 63$.

2) При $S = 48$ из уравнения $x^2 - 4x + 3 = 48$ получим $x^2 - 4x - 45 = 0$ или $(x - 9)\cdot(x + 5) = 0$ и при $x = 9$ получм (корень $x = -5$ не соответствует условию).
Тогда периметр прямоугольника равен $P = 4 \cdot 9 - 8 = 28$.

У.24. Длину стороны равностороннего треугольника обозначим через a.
Его площадь можно вычислить по формуле $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
С другой стороны $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOC} + S_{\Delta AOB} + S_{\Delta BOC}$.



$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5$$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9a$ Отсюда $a = \frac{36}{\sqrt{3}} = 12\sqrt{3}$ Ответ: $S = 9a = 108\sqrt{3}$ (см^2)

У. 26. Решение: пусть скорость одного спортсмена (в м,мин) x, тогда скорость другого y. Если при движении в одном направлении они встретятся через 20 минут, значит первый пробегает за 20 минут дистанцию на 1200 м больше: $20x = 20y + 1200$. Тогда $x - y = 60$.

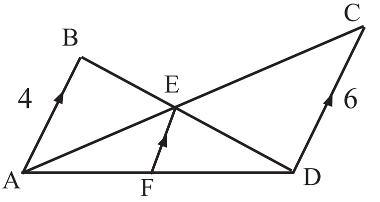
Так как сумма длин дистанций за 2 минуты при движении в одинаковом направлении 1200 м , то: $2x + 2y = 1200$. Отсюда $x + y = 600$

$\begin{cases} x - y = 60, \\ x + y = 600 \end{cases}$ $x = 330, y = 270$.

Скорость одного спортсмена 330 м/мин, скорость другого 270 м/мин.

У.29. Дано:
AB| | EF| | DE
AB=4
DC = 6

EF = x= ?



С одной стороны Δ AEF ~ ΔACD, поэтому $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{EF}{CD}$

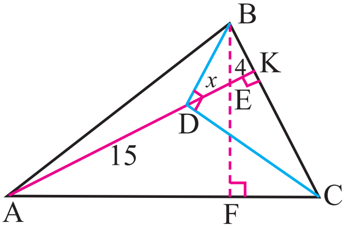
С другой стороны Δ DEF ~ ΔDBA, поэтому $\dfrac{DF}{AD} = \dfrac{EF}{AB}$

Почленно сложим полученные равенства

$\dfrac{AF}{AD} + \dfrac{DF}{AD} = \dfrac{EF}{CD} + \dfrac{EF}{AB}$ $\qquad \dfrac{AF + DF}{AD} = \dfrac{x}{6} + \dfrac{x}{4}$

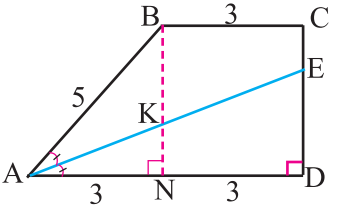
$1 = \dfrac{5}{12} = 2{,}4$ (см) $\qquad$ Ответ EF = 2,4 см.

D 39. Решение: 1) ∠KAC ≅ ∠CBF (углы, соответсвующие стороны перпендикульярны):
2) ΔAKC ~ ΔBKE (прямоугольные треугольники острые углы которые конгруэнтны).



3) $\dfrac{KC}{KE} = \dfrac{AK}{BK}$ (соответсвующие стороны подобных треугольников). Отсюда AK · KE = BK · KC.
4) $DK^2 = BK \cdot KC$ (в ΔCBD высота DK есть среднее геометрическое отрезков, на которые она делит гипотенузу BC)
5) $AK \cdot KE = DK^2$ (по свойству транзитивности равенств).
Отсюда решая уравнение $(19 + x) \cdot 4 = (x + 4)^2$ находим: $x = 6$.

У.40. Решение: проведем BN⊥AD. Так как BCDN прямоугольник, то ND = 3. Тогда AN = 6 – 3 = 3. Из ΔABN по теореме находим BN = 4. По свойству биссектрисы т.к. KN = 3x, BK = 5x, *то* BN = 3x + 5x = 8x = 4. Отсюда x = 0,5. Тогда KN = 3 · 0,5 = 1,5. Из ΔADE видно, что KN средняя линия. Значит, DE = 3.



Тогда $S_{ABCE} = S_{ABCD} - S_{\Delta AED} = \dfrac{6+3}{2} \cdot 4 - \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 18 - 9 = 9$

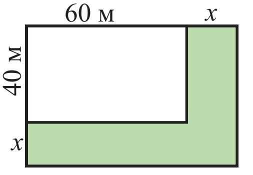
Большое суммативное оценивание (за год)

1. Установите соответствие

1. $x^2 - 6x = 0$;
2. $2x^2 - 1 = 7$;
3. $2x^2 - 3x - 5 = 0$

A) корни 0 и 6
B) корни –1 и 2,5
C) корни –2 и 2
D) не имеет действительных корней

2. Площадь сада, имеющего форму прямоугольника с размерами 40 м × 60 м увеличили как показано на рисунке.



a) Запишите выражение, которое показывает как площадь увеличенной части зависит от *x*.
b) Найдите *x*, если начальная площадь увеличится в 2 раза.
c) Как изменится периметр при увеличении площади в 2 раза? выразите в процентах.

3. На какое натуральное число нужно разделить 68, чтобы неполное частное было больше делителя на 5 единиц, а остаток был меньше делителя на 4 единицы?

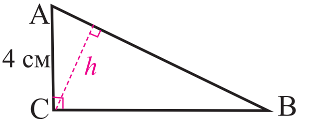
4. Найдите периметр прямоугольника с площадью 96 $см^2$, если известно, что длина прямоугольника больше ширины на 4 см.

A) 40 см B) 36 см C) 42 см D) 20 см

5. Скорость моторной лодки в стоячей воде равна ***v км/ч.*** Моторная лодка прошла по течению реки 4 часа.
a) Сколько времени *t* (в часах) потребуется лодке на обратный путь, если скорость течения реки равна 3 км/ч?
b) Найдите *t,* при $v = 15$ км/ч.
c) При каком значеии *v* значение $t = 8$ (в часах)?

6. Найдите площадь ромба со стороной 6 см, если тупой угол ромба больше острого в 5 раз.

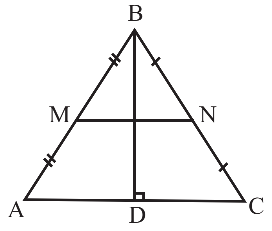
7. В Δ ABC $\angle C = 90°$; AC = 4 см ; BC = $2\sqrt{12}$ см
Найдите гипотенузу AB и высоту *h*.



8. При каких значениях *k* один из корней уравнения $x^2 - 2kx + 3 = 0$ равен –1?

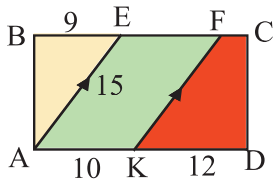
9. Найдите значение выражения $x^2 - 4x + 2$ при $x = \sqrt{7} + 2$.

10. В Δ ABC MN- средняя линия, BD $\perp$ AC
Если AC = 16 см, BD = 10 см,
найдите площадь трапеции AMNC.



A) 72 см^2 B) 48 см^2 C) 40 см^2 D) 60 см^2

11. ABCD-прямоугольник. Найдите площади закрашенных частей.



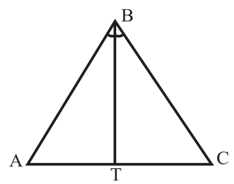
12. Зная, что $a^2 + 2a = 1$, найдите значение выражения $\dfrac{a^3 - 8}{a - 2}$.

A) 4 B) 5 C) 3 D) 2

13. Решите уравнение $\dfrac{x^2 - 2}{x - 1} = \dfrac{x}{1 - x}$

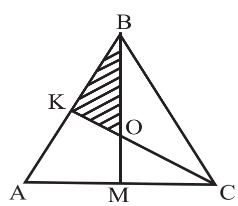
14. Найдите площадь треугольника с периметром 72 см и отношением сторон 3 : 4 : 5.

15. В Δ ABC BT- биссектриса. $P_{\Delta ABC} = 27$
AB = 8
BC = 10
Найдите AT.



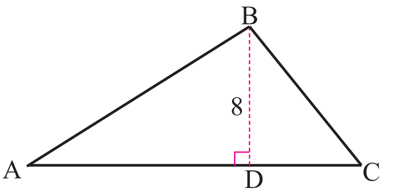
16. Даны точки A(–1;10) и B(1;6).
a) Найдите координаты точки, являющйся серединой отрезка AB.
b) Найдите угловой коэффициент прямой. прходящей через точки A и B и запишите уравнение данной прямой.
c) Найдите площадь треугольника, который прямая AB образует с осями координат.

17. В Δ ABC BM и CK - медианы.
Найдите площадь заштрихованной части,
если $S_{\Delta ABC} = 72$м^2

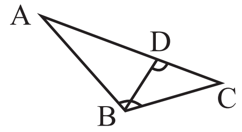


18. В ΔABC $BD \perp AC$ и $BD = 8$,
$\tan\angle A = \frac{8}{15}$, $\sin\angle C = \frac{4}{5}$.

a) Найдите периметр ΔABC.
b) Найдите площадь ΔABC.
c) Определите вид $\angle ABC$.



19. $\angle ABC \cong \angle BDC$, $AB = 14$, $AC = 16$,
Если $DC = 4$, $\frac{P_{\Delta BDC}}{P_{\Delta ABC}} = ?$



20. Установите соответствие для неравенств.
1. $-5 < x - 1 \leq 3$ 2. $-3 \leq x + 1 < 4$ 3. $-4 \leq 1 - x \leq 3$
A) Наименьшее целое решение 4 B) Наибольшее целое решение 4
C) Сумма целых решений 4 D) Сумма целых решений 12

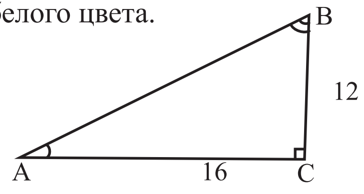
21. Диагонали ромба равны $2\sqrt{3}$ и 2. Найдите:
a) площадь; b) периметр; c) высоту; d) острый угол ромба.

22. Решите неравенство $(1 - \sqrt{2})(x - 3) > 2\sqrt{8}$.

23. x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 5x - 8 = 0$. Найдите сумму $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$.
A) – 10 B) 10 C) – 8 D) 8

24. В ящике белые и зеленые шары. Количество зеленых шаров в 3 раза больше белых.
a) Сколько шаров в ящике, если вероятность того, что случано взятый из коробки шар белый равна $\frac{1}{3}$?
b) Из коробки друг за другом берут два шара, не возвращая их обратно. Найдите вероятность того, что оба шара будут белого цвета.

25. По данным рисунка найдите значение выражения $\sin\angle A \cdot \tan\angle B$.



26. В какую точку преобразовывается точка N(–3; 2) при повороте относительно начала координат на угол 90° в направлении по часовой стрелке ?

27. В какую точку преобразовывается точка A (2;3) при гомотетии относительно начала координат с коэффициентом $k = 2$?

Buraxılış məlumatı

RİYAZİYYAT 8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin
metodik vəsaiti
Rus dilində

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova**
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

Elmi redaktoru: **Əbdürrəhim Quliyev**

Tərcüməçi: **Viktoriya Abdullayeva**

Kompüter tərtibatı: **Mustafa Qəhrəmanov**

Korrektor: **Tərlan Qəhrəmanova**

Kağız formatı: 70×100 $^{1}/_{16}$. Fiziki çap vərəqi 15. Səhifə sayı 224.
Tiraj.654. Pulsuz.Bakı 2019

“Radius MMC” mətbəəsi
Bakı şəhəri, Binəqədi şossesi, 53

PULSUZ